

전동기 고성능 속도제어를 위한 관성과 마찰계수 추정 알고리즘

김 지 해*, 최 종 우, 김 흥 근, 안 진 우¹
 경북대학교, ¹경성대학교

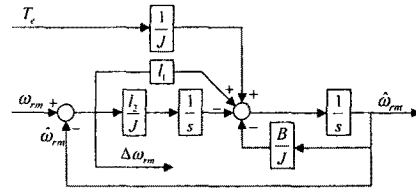
Inertia and Friction Constant Estimation Algorithm for High Performance Speed Control of Electric Motor

Ji-Hye Kim*, Jong-Woo Choi, Heung-Geun Kim, Jin-Woo Ahn¹
 Kyungpook National University, ¹Kyongsung University

Abstract - 본 논문에서는 전동기의 속도제어에 필요한 관성과 마찰계수를 추정하는 알고리즘을 제안한다. 속도관측기에서 발생하는 추정속도와 실제속도로부터 최소자승법을 이용하여 관성과 마찰계수를 동시에 추정한다. 모의실험을 수행하여 추정관성과 추정마찰계수가 제안된 방법에 의하여 각각 실제값에 수렴함을 보인다.

$$l_1 = \alpha + \beta - \frac{B}{J}, l_2 = -\alpha\beta J \quad (7)$$

식 (5)를 이용하여 속도관측기를 블록도로 나타내면 그림 1과 같다.



〈그림 1〉 속도관측기

1. 서 론

산업화가 진행될 수록 고성능 전동기의 수요도 급증하고 있다. 고성능 전동기 구동을 위해서는 전동기의 관성과 마찰계수가 필요하다. 본 논문은 최소자승법을 이용한 제어기를 통하여 이 두 가지의 파라미터를 동시에 추정하는 알고리즘을 제안한다.

2. 본 론

2.1 기계방정식^[1]

전동기의 기계방정식은 다음과 같이 상태방정식 형태로 나타낼 수 있다.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \omega_{rm} \\ T_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{B}{J} & -\frac{1}{J} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_{rm} \\ T_L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{J} \\ 0 \end{bmatrix} T_e \quad (1)$$

여기서 ω_{rm} 는 기계각속도, T_e 는 구동토크, T_L 는 외란 부하토크, J 는 관성, B 는 마찰계수를 각각 나타낸다. 외란 부하토크의 변화는 제어기의 샘플링 주기에 비해 매우 작으므로 외란 토크는 일정하다고 가정하여, 그 미분을 '0'으로 둔다. 식 (1)을 라플라스 변환하면, 식 (2)와 같다.

$$s\omega_{rm} = -\frac{B}{J}\omega_{rm} - \frac{T_L + T_e}{J} \quad (2)$$

$$sT_L = 0$$

2.1.1 전차원 속도관측기^[2]

전차원 관측기의 상태방정식은 식 (3)과 같은 형태이다.

$$\frac{d}{dt} \hat{x} = A\hat{x} + Bu + L(y - C\hat{x}) \quad (3)$$

여기에서 전차원관측기 이득벡터 $L = [l_1 \quad l_2]^T$ 은

$$\det[sI - (A - LC)] = 0 \quad (4)$$

에서 결정할 수 있다. 이를 기계방정식에 적용시키면 식 (3)은

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \hat{\omega}_{rm} \\ \hat{T}_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{B}{J} & -\frac{1}{J} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\omega}_{rm} \\ \hat{T}_L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{J} \\ 0 \end{bmatrix} T_e + \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \end{bmatrix} (\omega_{rm} - \hat{\omega}_{rm}) \quad (5)$$

로 수정할 수 있고, 식 (4)은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\det \left[\begin{bmatrix} s & 0 \\ 0 & s \end{bmatrix} - \left(\begin{bmatrix} -\frac{B}{J} & -\frac{1}{J} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \right) \right] = s^2 + s \left(\frac{B}{J} + l_1 \right) - \frac{l_2}{J} = 0 \quad (6)$$

관측기의 극점인 두 근을 α, β 라 두면 다음과 같이 속도관측기 이득 l_1, l_2 을 결정할 수 있다.

$$\alpha + \beta = \frac{B}{J} + l_1, \quad \alpha\beta = -\frac{l_2}{J} \quad (7)$$

2.1.2 관성과 마찰계수 추정기^[1,3]

추정기에 사용되는 관성과 마찰계수는 실제값(J, B)이 아니라 추정값(\hat{J}, \hat{B})을 사용하여야 한다. 그러므로 식 (5)의 관성과 마찰계수는 추정값으로 바뀌어야 하고 이를 라플라스변환하면 다음과 같다.

$$s\hat{\omega}_{rm} = -\frac{\hat{B}}{J}\hat{\omega}_{rm} - \frac{\hat{T}_L}{J} + \frac{T_e}{J} + l_1(\omega_{rm} - \hat{\omega}_{rm}) \quad (8)$$

$$s\hat{T}_L = l_2(\omega_{rm} - \hat{\omega}_{rm})$$

식 (8)을 추정속도 $\hat{\omega}_{rm}$ 로 정리하면 아래와 같다.

$$\hat{\omega}_{rm} = \frac{T_e - \hat{T}_L + l_1 J \hat{\omega}_{rm}}{J s + \hat{B} + l_1 J} \quad (9)$$

실제속도와 추정속도의 차이 속도오차($\omega_{rm} - \hat{\omega}_{rm} = \Delta\omega_{rm}$)를 표현하기 위해, 식 (9)를 이용하여 ω_{rm} 으로 정리하면 다음 식 (10)과 같다.

$$\Delta\omega_{rm} = \omega_{rm} - \frac{T_e - \hat{T}_L + l_1 J \hat{\omega}_{rm}}{J s + \hat{B} + l_1 J} = \frac{l_1 J s \omega_{rm} + \hat{B} \omega_{rm} + T_e - \hat{T}_L}{J s + \hat{B} + l_1 J} \quad (10)$$

식 (10)의 양변에 s 를 곱하면 관성오차와 마찰계수오차로 표현된 식을 구할 수 있다.

$$s\Delta\omega_{rm} = \frac{(J - J)s^2 \omega_{rm} + (\hat{B} - B)s\omega_{rm} + l_2 \Delta\omega_{rm}}{J s + \hat{B} + l_1 J} \quad (11)$$

$\Delta\omega_{rm}$ 와 ω_{rm} 에 대해 정리하면 식 (11)은 다음 식 (12)와 같이 고역통과필터(HPF, High Pass Filter)와 저역통과필터(BPF, Band Pass Filter)의 형태로 나타낼 수 있다.

$$\Delta\omega_{rm} = \frac{s^2(1 - \frac{J}{J}) + s(\frac{\hat{B}}{J} - \frac{B}{J})}{s^2 + s(l_1 + \frac{\hat{B}}{J}) - \frac{l_2}{J}} \omega_{rm} \quad (12)$$

$$= \frac{s^2(1 - \frac{J}{J})}{s^2 + s(l_1 + \frac{\hat{B}}{J}) - \frac{l_2}{J}} \omega_{rm} + \frac{s(\frac{\hat{B}}{J} - \frac{B}{J})}{s^2 + s(l_1 + \frac{\hat{B}}{J}) - \frac{l_2}{J}} \omega_{rm}$$

입력의 형태로 볼 수 있는 HPF와 BPF를 각각 통과한 속도 ω_{rm} 와 출력인

속도오차 $\Delta\omega_{rm}$ 를 알고 있으므로, 최소자승법을 이용하면 필터된 ω_{rm} 와 $\Delta\omega_{rm}$ 의 비례적인 관계에서 기울기를 알게 되어 실제관성 J 와 실제마찰계수 B 를 구할 수 있다. 최소자승법을 이용하기 위하여 식 (12)는 다음과 같이 간단한 수식으로 나타낼 수 있다.

$$\Delta\omega_{rm} = a \cdot f_1(\omega_{rm}) + b \cdot f_2(\omega_{rm}) \quad (13)$$

여기서 a 와 b , $f_1(\omega_{rm})$ 와 $f_2(\omega_{rm})$ 는 다음과 같다.

$$a = 1 - \frac{J}{\hat{J}}, \quad b = \frac{\hat{B}}{\hat{J}} - \frac{B}{\hat{J}} \quad (14)$$

$$f_1(\omega_{rm}) = \frac{s^2}{s^2 + s(l_1 + \frac{\hat{B}}{\hat{J}}) - \frac{l_2}{\hat{J}}} \omega_{rm}, \quad f_2(\omega_{rm}) = \frac{s}{s^2 + s(l_1 + \frac{\hat{B}}{\hat{J}}) - \frac{l_2}{\hat{J}}} \omega_{rm} \quad (15)$$

식 (14)는 다음 식 (16)과 같이 변형함으로써 실제관성과 실제마찰계수를 찾을 수 있다.

$$\hat{J}[n+1] = (1-a)\hat{J}[n], \quad B[n+1] = \hat{B}[n] - b\hat{J}[n] \quad (16)$$

2.2 순환 최소자승 추정기(Recursive Least Mean Square Estimator)

본 논문은 최소자승법 중 구배법(Gradient Method)을 사용하였으며 구배법의 표준형은 다음과 같다.

$$y[n+1] = y[n] + K \cdot error[n] \cdot x[n] \quad (17)$$

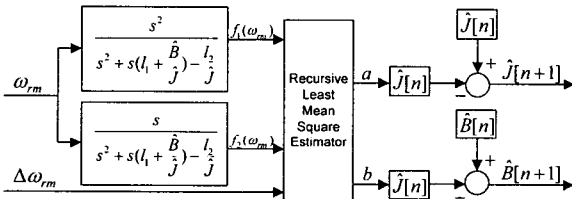
$$error[n] = y[n] - x[n]$$

식 (13)을 식 (17)에 적용하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} a[n+1] \\ b[n+1] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a[n] \\ b[n] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_j \\ k_b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y[n] - \{a[n]f_1(\omega_{rm}) + b[n]f_2(\omega_{rm})\} \\ y[n] - \{a[n]f_1(\omega_{rm}) + b[n]f_2(\omega_{rm})\} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1(\omega_{rm}) \\ f_2(\omega_{rm}) \end{bmatrix} \quad (18)$$

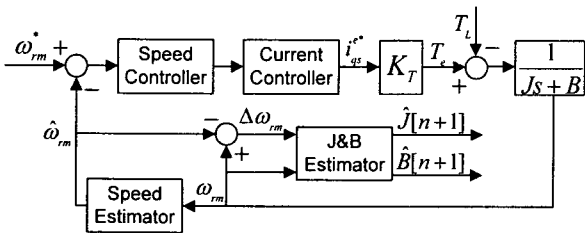
이 때 순환 최소자승 추정기의 이득벡터, $K = [k_j \quad k_b]^T$ 에서 k_j 와 k_b 는 각각 실제관성 J 와 실제마찰계수 B 를 구하기 위한 순환 최소자승 추정기의 이득이다.

다음 그림 2는 순환 최소자승 추정기를 포함한 관성 마찰계수 추정기의 블록도이다.



〈그림 2〉 순환 최소자승 추정기를 포함한 관성 마찰계수 추정기

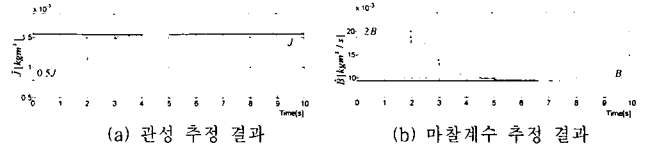
관성 마찰계수 추정기와 속도제어기, 전동기까지 포함한 전체 블록도는 다음 그림 3과 같다. 블록도에서 관성 마찰계수 추정기는 편의상, J&B Estimator로 표현하였다.



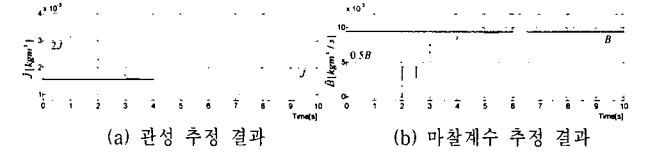
〈그림 3〉 관성 마찰계수 추정기를 포함한 속도제어기

2.3 모의실험 결과

제한된 추정기의 실현가능성을 검증하기 위하여 매트랩-시뮬링크(matlab/simulink)를 이용하여 모의실험을 하였다. 전동기의 속도를 0.5초 간격으로 1000 ↔ -1000[rpm]으로 구형파 형태로 변화를 주었을 때 모의실험 결과는 다음 그림 4, 그림 5와 같다.



〈그림 4〉 초기관성 $\hat{J} = 0.5J$, 초기마찰계수 $\hat{B} = 2B$ 일 경우 추정특성



〈그림 5〉 초기관성 $\hat{J} = 2J$, 초기마찰계수 $\hat{B} = 0.5B$ 일 경우 추정특성

보다 정확하고 신속하게 관성과 마찰계수를 추정하기 위해 전류제어기는 이상적인 1차 LPF로 가정하였고 속도제어기는 PI제어기로 구성하였다. 다음 표 1은 모의실험에 사용된 제원이다.

〈표 1〉 영구자석 동기전동기의 정격 및 상수

| | |
|----------------|------------------------------|
| 정격 출력 | 1[kW] |
| 정격 전류 | 6.74[A](rms) |
| 정격 속도 | 1000[rpm] |
| 극수 | 8 |
| 토크 상수 K_T | 1.02975[Nm/A] |
| 관성 J | 0.00156[kgm ²] |
| 마찰계수 B | 0.00937[kgm ² /s] |
| 고정자 저항 R_s | 0.704[Ω] |
| 고정자 인덕턴스 L_s | 7.996[mH] |

모의실험의 디지털 구현에서 샘플링시간은 200μsec, 속도제어기의 주파수 영역은 $\omega_c = 300[\text{rad/sec}]$, 전차원 상태관측기의 극점은 중근으로 설정하여 $\alpha = \beta = 200[\text{rad/sec}]$, 순환 최소자승 추정기의 이득은 각각 $k_j = 0.0001$, $k_b = 0.15$ 로 설정하였다. 초기관성 추정오차는 2초만에 실제 관성값에 수렴하였고, 초기마찰계수 추정오차는 약 6초만에 실제마찰계수값에 수렴하였다.

3. 결 론

본 논문은 관성 오차와 마찰계수 오차의 정보를 포함하고 있는 속도오차 신호를 관측함으로써 관성과 마찰계수를 동시에 추정하는 알고리즘을 제안하여 모의실험으로 특성을 확인하였다. 관성 마찰계수 추정기는 +200%와 -50%의 초기관성과 초기마찰계수 오차에 대해서도 수초 이내에 실제관성과 실제마찰계수를 추정하였다.

감사의 글

본 연구는 산업자원부 지원에 의하여 기초전력연구원 (과제번호: R2005-B-109)주관으로 수행된 과제입니다.

〔참 고 문 헌〕

- [1] 최중우, 이상철, 김홍근, "고성능 전동기 속도제어를 위한 관성추정 알고리즘", 전력전자학회, 제10권 제5호, PP. 436~442, 2005
- [2] 설승기, 전기기기 제어론, 도서출판 홍릉과학출판사, PP. 96~104, 2005
- [3] P.E.Wellstead and M.B.Zarrop, Self-tuning Systems, JOHN WILEY&SONS, PP. 96~102, 1991