

전자기 전달관계 해석기법을 이용한 영구자석형 동기전동기의 제정수 산출

장석영, 고경진, 조한욱, 최장영
충남대학교

Parameter Calculation of Permanent Magnet Synchronous Motor using the TRT

Seok-Myeong Jang, Kyoung-Jin Ko, Han-Wook Cho, Jang-Young Choi
Chungnam National University

Abstract - This paper presents an analytical solution to calculate parameters of permanent magnet synchronous motor equipped with surface-mounted magnet by using transfer relations theorem(TRT) in terms of two-dimensional model in polar coordinates. The analytical results are validated by comparison with finite element analyses (FEA).

1. 서 론

전동기 해석모델의 자체 특성식을 도출하고 그로부터 파라미터를 도출하는 것은 전동기의 초기 설계시 매우 중요하다. 기존의 공간고조파법은 지배방정식을 풀기 위해 많은 가정을 수반하고, 정밀 해를 구하기 위하여 많은 수고로움이 요구되는데도 불구하고 현재까지 많은 설계자나 연구자에 의해 많이 적용되고 있다. 그 이유는 초기 설계시 설계 변수에 따른 기기의 특성을 분석·과악하는데 매우 빠르고 정확하게 적용될 수 있다는 장점 뿐만 아니라, 해석 영역에 대한 수학적 통찰을 제공해 주며, 다중 물리현상을 프로그램화 하여 모델링하고 구현하는데 매우 용이하기 때문이다. 본 논문에서 파라미터를 도출하기 위해 제시된 전자기 전달관계이론(TRT)은 지배방정식으로부터 자기벡터퍼텐셜을 구하는 기존의 공간고조파법과 유사하나, 매질의 각 경계면에서 자기벡터퍼텐셜을 구하여 해석하고자 하는 계의 전달관계 행렬을 단 한번 유도함으로써 각 영역에 대해 지배방정식을 푸는 수고로움을 덜어주므로 2개 이상의 계 시스템에 적용하면 매우 편리하다는 장점을 갖는다[1][2].

본 논문에서는 영구자석 동기전동기의 영구자석과 고정자 권선에 의한 자체 특성식으로부터 파라미터를 도출하고자 한다. 자체 특성식은 TRT를 이용해 2차원적인 해석방법으로 유도하였고, 이로부터 역기전력, 토크 특성식을 도출했다. 그 해석 결과는 상용소프트웨어인 Ansoft사의 Maxwell을 사용한 유한요소해석 결과와 비교되어 해석 해의 타당성을 증명하였다.

그림 1은 영구자석형 동기전동기의 실제 모델이고 그림 2는 축 영역과 고정자 영역이 철심으로 구성되고 전자기 코일을 current sheet로 가정한 영구자석형 동기전동기의 간이화된 극좌표 해석 모델이다. 이 해석 모델의 설계 파라미터는 표 1에 나타내었다.

〈표 1〉 해석모델의 설계 파라미터

파라미터 (기호)	값
영구자석 외반경 (α)	14.5 [mm]
축 반경 (β)	11 [mm]
고정자 내반경 (γ)	17.3 [mm]
공극 중앙 반경 (ν)	15.9 [mm]
극수	4
슬롯수	24
영구자석 재질 (잔류자속밀도)	Sm2Co17 (1.06[T])
영구자석 자화패턴	평행
전자기 코일 매극 매상당 권선수	28 [turns]
스택 길이 (L_{stk})	48 [mm]

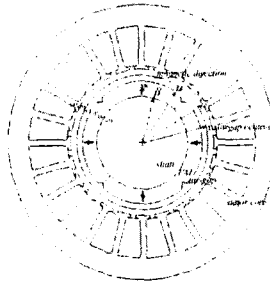
2. 영구자석과 전자기 코일에 의한 공극에서의 자속밀도

2.1 영구자석에 의한 공극에서의 자속밀도

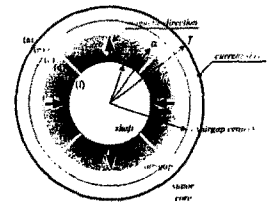
그림 2의 해석모델에서 sheet로 가정한 전자기 코일이 존재하지 않고 영구자석만 존재하는 모델에서의 공극에서의 전달관계는 식 (1)과 같다[3].

$$\begin{bmatrix} B_{\theta n}^y \\ B_{\theta n}^c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_0(\alpha, Y) & G_0(Y, \alpha) \\ G_0(\alpha, Y) & F_0(Y, \alpha) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{zn}^y \\ A_{zn}^c \end{bmatrix} \quad (1)$$

각 경계면에서의 경계조건을 고려하여 공극에서의 자기벡터퍼텐셜과 반경방향 및 원주방향 자속밀도 식은 식 (2), (3), (4)와 같다.



〈그림 1〉 영구자석형 동기전동기의 실제모델



〈그림 2〉 영구자석형 동기전동기의 해석모델

$$A_{zn}^y = \frac{B_{\theta n}^c - F_0(Y, \alpha) A_{zn}^c}{G_0(\alpha, Y)} \quad (2)$$

$$B_{\theta n}^y = \frac{F_0(\alpha, Y)}{G_0(\alpha, Y)} B_{\theta n}^c - \frac{G_0(\alpha, Y)G_0(Y, \alpha) - F_0(\alpha, Y)F_0(Y, \alpha)}{G_0(\alpha, Y)} A_{zn}^c \quad (3)$$

$$B_{\theta n}^c = -\frac{jnp(B_{\theta n}^c - F_0(Y, \alpha) A_{zn}^c)}{YG_0(\alpha, Y)} \quad (4)$$

식 (3)과 (4)에 의해 구해진 자속밀도 해는 그림 3에서 보여지는 바와 같이 유한요소해석에 의한 결과와 거의 일치함을 하나 약간의 차이를 보인다. 이는 그림 1과 2에서 보여지는 바와 같이 실제모델과 해석모델에서 고정자의 슬롯에 의한 슬롯팅이 고려되지 않았기 때문이다.

2.2 전자기 코일에 의한 공극에서의 자속밀도

영구자석이 존재하지 않는 해석모델을 고려하면 식 (5)와 같이 전자기 코일에 의한 전달관계를 구할 수 있다[3].

$$\begin{bmatrix} B_{\theta n}^c \\ B_{\theta n}^y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_0(Y, \beta) & G_0(\beta, Y) \\ G_0(Y, \beta) & F_0(\beta, Y) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{zn}^c \\ A_{zn}^y \end{bmatrix} \quad (5)$$

각 경계면에서의 경계조건을 고려하여 공극에서의 자기벡터퍼텐셜과 반경방향 및 원주방향 자속밀도 식은 식 (6), (7), (8)과 같다.

$$A_{zn}^c = \frac{B_{\theta n}^y - F_0(Y, \beta) A_{zn}^y}{G_0(\beta, Y)} \quad (6)$$

$$B_{\theta n}^c = \frac{F_0(\beta, Y)}{G_0(\beta, Y)} B_{\theta n}^y - \frac{G_0(\beta, Y)G_0(Y, \beta) - F_0(\beta, Y)F_0(Y, \beta)}{G_0(\beta, Y)} A_{zn}^y \quad (7)$$

$$B_{\theta n}^y = -\frac{jnp(B_{\theta n}^c - F_0(Y, \beta) A_{zn}^c)}{YG_0(\beta, Y)} \quad (8)$$

전자기 코일에 의한 자속밀도는 그림 4과 같다.

2.3 영구자석과 전자기 코일에 의한 공극에서의 자속밀도

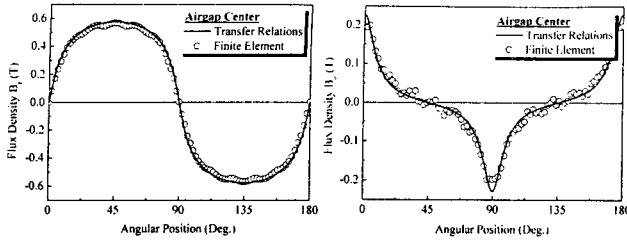
영구자석과 전자기 코일에 의한 각각의 자속밀도 식으로부터 그림 2의 해석모델에서의 공극에서의 자기벡터퍼텐셜과 자속밀도 특성식은 부하각을 고려하여 식 (9), (10), (11)에 의해 구해진다.

$$A_{zn}^{y_total} = A_{zn}^{y_coil} + A_{zn}^{y_PM} \quad (9)$$

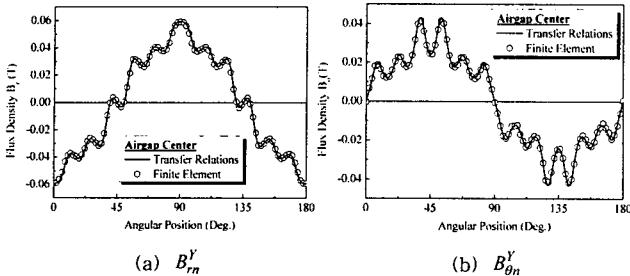
$$B_{\theta n}^{y_total} = -\frac{jnp}{Y} A_{zn}^{y_total} \quad (10)$$

$$B_{\theta n}^{c_total} = -\frac{\partial}{\partial r} A_{zn}^{c_total} \quad (11)$$

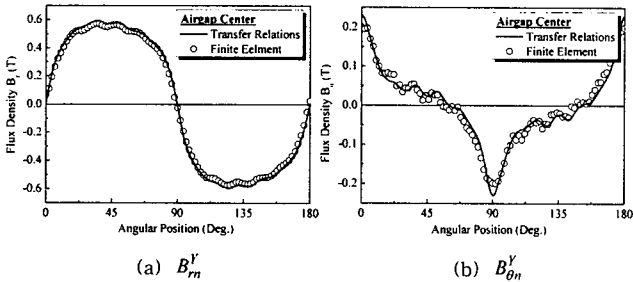
도출된 자속밀도 식으로부터 해석된 공극에서의 자속밀도는 그림 5와 같다.



〈그림 3〉 영구자석에 의한 자계 특성 해석 결과 (공극중앙)



〈그림 4〉 전자기 코일에 의한 자계 특성 해석 결과 (공극중앙)



〈그림 5〉 영구자석과 전자기 코일에 의한 자계 특성 해석 결과 (공극중앙)

3. 역기전력 특성식

앞서 구해진 자속밀도의 해로부터 역기전력의 특성식 도출방법은 영역적분에 의한 해석방법과 고정자 내측 표면의 sheet 가정에 의한 해석방법이 있다. 본 논문에서는 고정자 내측 표면의 sheet 가정에 의한 해석방법으로 역기전력 특성식을 도출하고자 한다. 쇄교하는 자속을 $d\phi$ 라 할 때 공간고조파 법에 의하여 재계산된 공극 중앙에서의 자속밀도 B_r^y 와 면적 S 에 의해 식 (12)이 정의된다.

$$d\phi = B_r^y \cdot S \cdot d\theta \quad (12)$$

식 (12)에 의해 1 슬롯피치에 대한 쇄교자속은 식 (13)와 같다.

$$\psi = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} B_r^y \cdot R_s \cdot L_{stk} \cdot d\theta \quad (13)$$

여기서,

$$B_r^y = -\frac{jnp}{Y} \cdot A_{2n}^y \quad (14)$$

이므로,

$$\begin{aligned} \psi &= 2R_s L_{stk} \int_0^{\frac{\pi}{2}} B_r^y \cdot d\theta \\ &= -jnp \frac{2}{Y} R_s L_{stk} A_{2n}^y \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-jnp(\theta-\omega t)} \cdot d\theta \\ &= \frac{2}{Y} R_s L_{stk} A_{2n}^y (e^{-jnp(\frac{\pi}{2}-\omega t)} - e^{jnp\omega t}) \end{aligned} \quad (15)$$

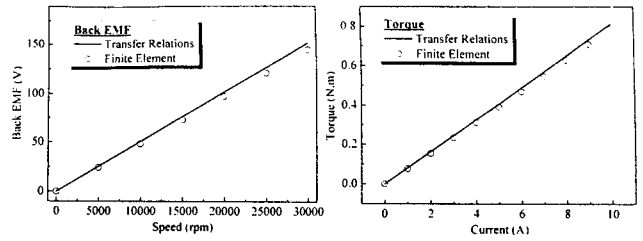
여기서 θ_s 는 피치, R_s 는 고정자 내반경이다.

1상당 영구자석에 의한 쇄교자속 λ_f 는 식 (16)와 같다.

$$\lambda_f = N_{spp} N_{ipn} \psi \quad (16)$$

여기서, N_{spp} 는 매극 매상당 슬롯수, N_{ipn} 는 슬롯당 턴수를 나타낸다. 그러므로, 역기전력은 각속도 ω 와 쇄교자속의 곱으로 표현되고, 이는 식 (17)과 같다.

$$e = -\frac{d\lambda_f}{dt} = -jnp\omega N_{spp} N_{ipn} \psi \quad (17)$$



〈그림 6〉 속도에 따른 역기전력

〈그림 7〉 전류에 따른 토크

식 (17)에서 도출된 식에 의해 표 1에서 제시된 해석 모델의 기계적인 회전 속도에 따른 역기전력 최대치는 그림 6과 같고 이는 유한요소해석에 의한 결과와 일치함을 확인할 수 있다.

4. 토크 특성식

맥스웰 응력법 (Maxwell's Stress Tensor)에 의해 영구자석 회전자에 작용하는 힘을 계산할 수 있으며, 2차원 해석에서 응력 T_{ij} 는 Korteweg-Helmholtz 힘밀도와 관련하여 식 (18)로 표현된다.

$$T_{ij} = \mu H_i H_j - \delta_{ij} \frac{\mu}{2} H_k H_k \quad (18)$$

여기서 Kronecker delta δ_{ij} 는 식 (19)과 같은 성질을 갖는다.

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & (i=j) \\ 0 & (i \neq j) \end{cases} \quad (19)$$

힘이 작용하는 면적 S 에 대하여 식 (20)을 면적 적분하여 영구자석 영역에 작용하는 접선방향의 힘 F_θ 를 식 (19)에 의해 계산할 수 있다.

$$F_\theta = -S \langle T_{r\theta}^d \rangle = -S \mu_0 \langle H_r^d H_\theta^d \rangle \quad (20)$$

그러므로, 토크 T_z 는 식 (21)으로 쓸 수 있다.

$$T_z = r \times F_\theta \quad (21)$$

그림 7은 해석모델의 고정자 권선에 인가되는 3상 평형전류에 따른 정토크의 최대치를 나타내며, 유한요소해석 결과와 일치함을 알 수 있다.

5. 제정수 도출

역기전력 특성식과 토크 특성식으로부터 구해진 해석 해로부터 역기전력 상수 K_e (V/(rad/sec))와 토크 상수 K_t (N.m/A)는 표 2와 같이 도출된다. 표 2에서 보는 바와 같이 전자기 전달관계에 의해 도출된 상수와 유한요소 해석결과에 의한 상수는 거의 일치한다.

〈표 2〉 전동기의 상수

상수	값	
K_e (V/(rad/sec))	FEM	Transfer Relations
	0.0461	0.0483
K_t (N.m/A)	FEM	Transfer Relations
	0.0772	0.0814

6. 결론

본 논문에서는 전달관계 이론에 의한 해석법을 이용하여 영구자석형 동기전동기의 자계 특성을 예측하였고 공극에서의 자속밀도와 역기전력, 토크에 대한 정특성을 해석하였다. 그리고 이 해석 결과는 유한요소해석결과와 비교하여 해석의 타당성을 검증하였다. 다만 영구자석에 의한 자속밀도 해석에서 본 논문에서는 슬롯 형상을 고려한 슬롯팅에 의한 영향을 고려하지 않았으므로 유한요소해석결과와 약간의 차이를 갖는다. 그리고 본 논문에서 사용된 전자기 전달 관계이론에 의한 해석은 비선형 철심재료의 설계영역이 선형구간일 때에만 적용되는 단점을 갖고 있으므로, 철심의 포화를 이용하는 기기 또는 비선형 영역에서 설계된 전기기기에의 적용에는 제한이 따르므로 향후 이에 대한 정확한 고찰이 요구된다.

[참고 문헌]

- [1] 이성호, 자기회로 구성조건에 따른 직선형 전자기 에너지 변환기의 정특성 해석, 충남대학교 박사학위논문, 2003
- [2] David L. Trumper, Won-Jong Kim, Mark E. Williams, "Design and analysis framework for linear permanent magnet machines," IEEE Trans. IAS., vol 32, no. 2, pp. 371-379, March/April 1996.
- [3] 장석명, 고정진, 조한욱, 최장혁, "전자기 전달관계 해석기법을 이용한 영구자석형 동기전동기의 자계특성해석", 대한전기학회 전기기기 및 에너지 변환시스템 부문회 춘계학술대회, pp. 191-193, 2006