

와전류를 열원으로 고려한 자계-열계 위상최적설계

심호경*, 왕세명*, Kay Hameyer**
 *광주과학기술원 기전공학과, **전기기기 연구소(독일 아헨 대학교)

Topology Optimization of Magneto-thermal Systems Considering Eddy Current as Joule Heat

Hokyung Shim*, Semyung Wang*, Kay Hameyer**
 *Dept. of Mechatronics, GIST(Gwangju Institute of Science & Technology)
 **Institute of Electrical Machines, RWTH Aachen University, Germany

Abstract - This research presents a topology optimization for manipulating the main heat flow in coupled magneto-thermal systems. The heat generated by eddy currents is considered in the design domain assuming an adiabatic boundary. For a practical optimization, the convection condition is considered in the topological process of the thermal field. Topology design sensitivity is derived by employing the discrete system equations combined with the adjoint variable method. As numerical examples, a simple iron and a C-core design heated-up by eddy currents demonstrate the strength of the proposed approach to solve the coupled problem.

1. 서 론

자계-열계 시스템을 다룬 연구의 대부분은 코일에서 발생하는 손실을 열원으로 취급하고 있다. 높은 주파수에서 동작하는 전기기기는 시변 자계 영역에서 와전류손을 무시하기 어렵다. 그리하여 와전류를 고려한 형상 최적화 기법(Shape Optimization)은 이미 연구되었지만[1], 위상최적설계 기법에 효과적으로 적용하지 못하였다.

구조문제에서 출발한 위상최적설계는 수년 전부터 전자기 시스템에 적용하여 그 가능성을 점차 보이고 있지만[2-3], 단일 물리계에 국한되어 왔었기에 다분야 연성 연구는 미진하였다. 1950년대 이후로 열계에 대한 최적설계가 시작되었으며 1980년대에는 형상 설계에 대한 많은 연구가 진행되었다. 하지만 열계 위상최적 설계는 상대적으로 최근 기술적이며, 대부분의 연성 연구는 전계-열계에 국한하였다[4-5]. 그리하여 와전류를 고려한 연성 위상최적설계는 전기기계에서 필히 다뤄져야 하는 분야이다.

본 연구에서는 와전류로 인해 발생하는 열을 시스템 밖으로 최대한 방출시키기 위한 방법을 제안하였다. 즉 기기에서 발생한 열 흐름을 통제하고 원하는 방향으로 전달시키기 위한 위상최적설계를 진행하였다. 보조변수법을 이용하여 민감도식을 유도하고, 이를 검증하기 위해 간단한 액츄에이터에 적용하였다.

2. 본 론

2.1 지배 방정식

2.1.1 전자기 시스템

전자기 시스템의 지배 방정식은 맥스웰 방정식들로부터 유도할 수 있으며, 벡터 포텐셜, $B = \nabla \times A$ 을 도입하면 식(1)과 같이 표현된다.

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times A \right) + j\omega\sigma A = J_s \tag{1}$$

여기에서 A^* 는 복소수 벡터 포텐셜, μ 는 투자율, σ 는 전기 전도율, J_s 는 전류 밀도 벡터이다. 적분형태로 표현된 변분식을 구하기 위해서 식(2)의 양변에 가상 벡터 포텐셜을 곱한 후, 전 영역에 대해 적분하고 경계조건을 대입하면, 변분식(variational equation)을 구할 수 있다. 그리하여 시변 자계 시스템에서의 에너지 쌍선형 형태 $a_n(A^*, \bar{A}^*)$ 와 힘 선형 형태 $l_n(\bar{A}^*)$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$a_n(A^*, \bar{A}^*) = l_n(\bar{A}^*) \text{ for all } \bar{A}^* \in \bar{A}^* \tag{2}$$

여기서;

$$a_n(A^*, \bar{A}^*) = \iint_{\Omega} \left[(\nabla \times A^*) \cdot \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times \bar{A}^* + j\omega\sigma A^* \bar{A}^* \right) \right] d\Omega \tag{3}$$

$$l_n(\bar{A}^*) = \iint_{\Omega} [J_s \cdot \bar{A}^*] d\Omega \tag{4}$$

유한 요소 해석을 위한 행렬 형태는 다음과 같이 나타낸다.

$$(K_{mag} + j\omega M_{mag}) A^* = J_s \tag{5}$$

여기서 K_{mag} , M_{mag} 는 각각 자기 강성 행렬과 질량 행렬이다.

2.1.2 열 시스템

에너지 보존 법칙과 Fourier의 열전도 법칙으로부터 식(6)과 같은, 정상상태에서의 지배 방정식을 얻을 수 있다[6].

$$\nabla \cdot (k \cdot \nabla T) = -q' \tag{6}$$

여기서 k , T , q' 는 각각 열전도율, 절점 온도 그리고 단위부피당 발생한 열이다.

Galerkin Method를 이용하여 부분 적분을 취한 후, 경계 조건을 적용하면 식(7)과 같이 에너지 쌍선형 형태 $a_n(T, \lambda)$ 와 식(8)의 힘 선형 형태 $l_n(\lambda)$ 로 나타낸다.

$$a_n(T, \lambda) = \iint_{\Omega} (k \cdot \nabla \lambda \cdot \nabla T) d\Omega + \iint_{\Omega} \lambda \cdot h_c \cdot T d\Omega \tag{7}$$

$$l_n(\lambda) = \iint_{\Omega} \lambda \cdot q' d\Omega + \iint_{\Omega} \lambda \cdot h_c \cdot T_b d\Omega + \iint_{\Omega} \lambda \cdot q' d\Omega \tag{8}$$

여기서 λ , h_c , q' , T_b 는 가상 온도, 대류 열전달 계수, 외부 열 유속 그리고 주변 온도이다. 결국 이를 유한요소 열 강성 행렬, K_{th} 와 온도 벡터, T 의 형태로 간단히 표기하면 다음과 같다.

$$[K_{th}] T = Q \tag{9}$$

열원 벡터 Q 는 코일과 와전류에 의해 발생된 줄열과 해석 영역 외부에서 유입하는 열로 분류된다.

2.2 설계 민감도 식

위상최적설계 기법은 설계 영역내에 유한 요소개의 설계 변수를 다루기 때문에 많은 해석 시간이 소요된다. 이를 위해 보조 변수법(Adjoint Variable Method, AVN)은 민감도 계산 시간을 줄이는 유일한 대안으로 제시되고 있다[7].

$$\psi = \psi(T, T(b)) \tag{10}$$

본 연구의 목적함수를 식(10)과 같이 정의하고 설계 변수로 미분하면 다음과 같다.

$$\frac{d\psi}{db} = \frac{\partial \psi}{\partial b} + \lambda_T^T \left[\frac{\partial Q}{\partial b} - \frac{\partial}{\partial b} (K_{th} \bar{T}) \right] \tag{11}$$

λ_T 는 열 시스템에서 보조 변수 벡터이고, 부호(ˉ)는 미분시 상수항을 지시한다. 식(11)의 보조 변수는 식(12)를 통해 구할 수 있다.

$$K_{th} \lambda_T = \left[\frac{\partial \psi}{\partial b} \right]^T \tag{12}$$

식(8)에서와 같이 열원은 코일과 와전류에서 발생하는 줄열을 포함하고 있기 때문에, 최적화 문제에서 철심을 설계 영역으로 고려한다면 전자기 시스템을 민감도 식에 도입해야 한다.

$$\frac{d\psi}{db} = \frac{\partial \psi}{\partial b} + \lambda_T^T \left[\frac{\partial Q_f}{\partial b} + \frac{\partial Q_{conv}}{\partial b} + \frac{\partial Q_{eddy}}{\partial b} - \frac{\partial}{\partial b} (K_{th} \bar{T}) \right] + \lambda_A^T \left[\frac{\partial J_s}{\partial b} - \frac{\partial}{\partial b} (K_{mag} \bar{A}^*) - j\omega \frac{\partial}{\partial b} (M_{mag} \bar{A}^*) \right] \tag{13}$$

λ_A 는 전자기 시스템의 보조 변수 벡터이며, 이는 다음의 보조 방정식을 통해 산출되는 값이다.

$$(K_{mag} + j\omega M_{mag}) \lambda_A = \left[\frac{\partial Q_{eddy}}{\partial A} \right]^T \lambda_T \tag{14}$$

열전달 시스템에서는 물성치인 열전도율이 민감함수의 변수가 될 뿐만 아니라, 설계 영역에 홀(hole)이 생기므로서 대류 항(convection term)이 달라지기 때문에 대류 열전달 계수도 고려해야 한다[8].

2.3 위상 최적 설계

위상 최적 설계는 주어진 구속조건을 만족하는 동시에 목적함수를 최대화 또는 최소화하는 최적의 설계 분포를 찾는 데 그 목적을 둔다. 본 연구에서는 목적함수를 목표 절점 온도를 최대화하는 문제로 설정하였다. 철심에 와전류가 유도되고 주 열원으로써 시스템에 온도 상승을 최소화하기 위해, 성능에 악 영향을 주지 않는 방향으로 열 유속 경로를 변경하게 한다. 이는 열원 분포 영역에서부터 목표 절점 사이에 열 저항을 최소화함으로써 열 흐름을 효과적으로 제어할 수 있다는 이점을 내포한다. 철심량을 줄이기 위

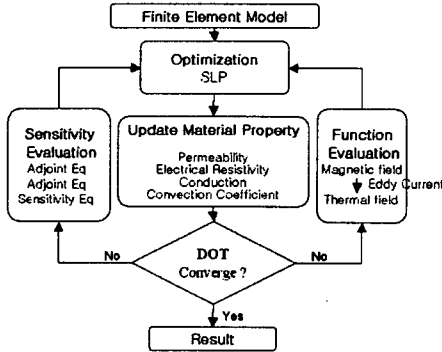
해 구속 조건으로 초기 설계보다 부피를 감소시키는 방안을 채택하였다.

$$\begin{aligned} & \text{maximize} \quad \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \text{Nodal Temp}_i \quad (15) \\ & \text{s.t} \quad g = \frac{\iiint_{\Omega} b A t \, d\Omega}{V_g \times V_0} - 1 \leq 0 \end{aligned}$$

bounded to $0 \leq b \leq 1$ for all $b \in \Omega$.

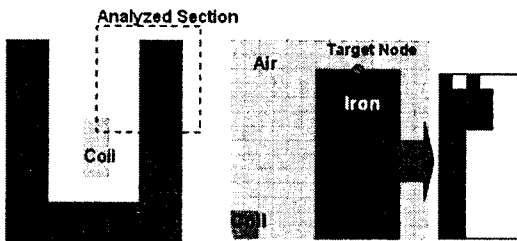
여기서 A는 단면적, t는 두께 그리고 V_g, V_0 는 각각 최적 부피와 초기 부피이다.

그림 1은 위상최적설계 진행과정을 나타낸다. ANSYS와 연동하여 수행하는 최적화 프로그램은 C++기반으로 개발하였으며, 전체 과정을 관리하는 제어기 기능을 한다. 해석기는 ANSYS를 사용하였고, DOT의 SLP(Sequential Linear Programming)를 최적알고리즘으로 사용하였다.

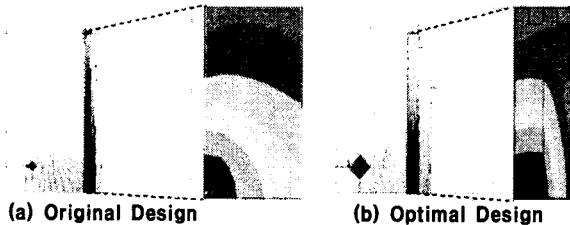


〈그림 1〉 Flow Chart for Optimization

본 연구에서 개발한 최적화 기법을 액추에이터에 적용하여 그 가능성을 확인하였다. 그림 1은 수치 예제 모델과 최적 설계 형상을 나타내고 있다. 초기 모델과 최적 모델의 자속 분포와 열 해석 온도 등고선 분포는 그림 2와 같이 나타났으며 그 성능은 표 1에서 비교할 수 있다.



〈그림 2〉 Numerical Model and Optimal Design

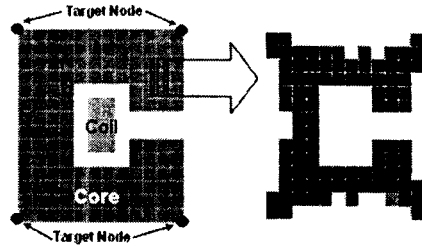


〈그림 3〉 Magnetic Flux line and Temperature Coutour

〈표 1〉 COMPARISON BETWEEN INITIAL AND OPTIMAL DESIGN

	Initial	Optimal
Average of Nodal Temperatures [%]	100	175.17
Heat Transfer Rate per Volume [%]	100	258.94
Magnetic Energy of Iron Domain [%]	00	504.08
Volume [%]	100	41.67

더욱 실제적이며 전체 설계의 가능성을 판단하기 위해 Power Reactor 형상에도 적용하였다. Core를 설계 영역으로 설정하고 목표 절점을 각 모서리로 정의하였다. 자기적인 특성을 최대한 유지함과 동시에 열을 각 모서리 부근으로 최대 방출하기 위한 목적으로 4절점을 선택하였으며, 이에 대해 최적 설계를 진행하면 그림 4와 같이 나타난다. 초기 모델과 비교할 경우 표 2에 나타나는 바와 같이 자기 에너지는 최소한 유지되는 특성을 확인할 수 있다. 비록 목적함수로서 목표 절점 온도를 최대화하였지만 자계에서 유도된 열원을 고려한 결과, 최적화 과정 중에 자기 에너지는 최소한 보존되는 현상을 파악할 수 있다.



〈그림 4〉 C-core Model with Target Nodes and Optimal Design

〈표 1〉 COMPARISON BETWEEN INITIAL AND OPTIMAL DESIGN

	Initial	Optimal
Average of Nodal Temperatures [%]	100	161.35
Heat Transfer Rate per Volume [%]	100	121.34
Magnetic Energy of Iron Domain [%]	00	101.95
Volume [%]	100	70.56

3. 결 론

본 연구에서는 자계-열계 시스템에서 와전류를 열원으로 고려한 위상 최적설계를 진행하였다. 민감도 계산 시간을 단축하기 위해 보조 변수법을 도입하여 이산 시스템에 대한 위상 설계 민감도 식을 유도하였다. 제안한 방법의 효율성을 검증하기 위해, 와전류로 가열되는 간단한 두 시스템에 적용하였다. 최적 설계를 통한 모델은 부피당 열 방출 특성을 극대화 하는 동시에, 초기 모델의 자기 에너지를 보존하는 특성을 지님을 확인하였다. 이는 주 열 유속을 제어하기 위해 절점 온도를 극대화하도록 유도하였지만 열원 자체가 자계 시스템에서 기인하기 때문인 것으로 판단되어 진다.

4. 후 기

This work was supported by the Korea Research Foundation Grant funded by the Korean Government(KRF-2005-213- D00035) and Center of Innovative Design Optimization Technology (KOSEF).

[참 고 문 헌]

- [1] Park, Kwak, Lee, Hahn, Lee, "Design Sensitivity Analysis for Transient Eddy current Problems using Finite Element Discretization and Adjoint Variable Method" IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 32, No. 3, pp. 1242-1245, May 1996.
- [2] S. Wang, J. Kang, J. Noh, "Topology Optimization of Induction Motor of Rotary Compressor", IEEE Transaction on Magnetics, Vol. 40, No. 3, pp. 1591-1596, 2004.
- [3] S. Wang, D. Youn, H. Moon, J. Kang, "Topology Optimization of Electromagnetic Systems Considering Magnetization Direction", IEEE Transaction on Magnetics, Vol. 41, No. 5, pp. 1808-1811, 2005.
- [4] O. Sigmund, "Topology Optimization in Multiphysics Problem", 7th AIAA/USAF/NASA/ISSMO Symposium on MAO, pp. 1492-1500, 1998.
- [5] L. Yin and G. Ananthasuresh, "A Novel Topology Design Scheme for the Multiphysics Problems of Electro-thermally Actuated Compliant Micro-mechanisms", Sensor and Actutors. A Physical, Vol. 97-98, No. 2, pp. 559-609, 2002.
- [6] Y. A.Cengel, Heat Transfer; A Practical Approach, McGraw-Hill College, New York, 1999.
- [7] J. Haug, K. Choi, V. Komkov, Design Sensitivity Analysis of Structural Systems. ACADEMIC PRESS, INC, 1986.
- [8] H. Shim, H. Moon, S. Wang, "3D Topology Optimization of Magneto-Thermal Systems" COMPEL, Vol. 25, No. 3, pp. 572-580, July, 2006.