

모세관 방전의 전기 및 유체역학적 특성 계산

김성호<sup>o</sup>, 김진성, 이영현, 양경승  
국방과학연구소

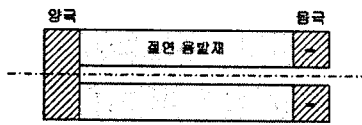
Calculation of Electrical and Hydrodynamic Properties of Capillary Discharge

Seong-Ho Kim, Jin-Sung Kim, Young-Hyun Lee, Kyung-Seung Yang  
Agency for Defense Development

**Abstract** - 모세관 방전은 내벽의 절연 물질이 용발되어 수만도 영역에서 고압의 플라즈마를 생성하는 장치로서 이로부터 분사된 플라즈마 제트는 추진제 점화나 신물질 제조 등에 이용할 수 있다. 본 연구에서는 수십  $m\Omega$  영역에서 수  $ms$ 에 걸쳐 수십  $kA$ 의 펄스 전류가 흐르는 모세관 방전에 대해 플라즈마의 온도 및 압력에 의해 결정되는 저항을 통하여 펄스 전원 회로를 해석하며, 이로부터 공급되는 오음열에 의해 플라즈마의 온도, 압력 등이 결정되는 유체역학적 변화를 수치적으로 계산하였다. 이 결과는 용발에 의해 정상 상태에 도달하는 플라즈마의 특성을 잘 보여주고 있으며, 모세관 방전 실험의 전기적, 유체역학적 변수 예측에 유용하게 쓰일 수 있다.

1. 서 론

모세관 방전은 <그림 1>에서 보인 바와 같이 양극과 음극 사이에 튜브 형태의 절연 라이너를 두어 방전이 진행됨에 따라 내벽의 절연물질이 용발되어 수만도의 온도와 수십-수천 기압의 압력을 가진 플라즈마를 생성하는 장치이다.



<그림 1> 모세관 방전 개요도

모세관 방전에서는 폴리에틸렌, 폴리카보네이트 등의 고분자 플라스틱을 절연용발재로 쓰며, 텅스텐-구리 합금 전극으로 금속의 용발을 최소화할 수도 있다. 대기압에서 방전을 시작할 경우에는 두 전극 사이에 금속 세션을 설치하여 초기 방전 개시 및 플라즈마를 공급할 수 있게 한다.

본 연구에서 다루고 있는 모세관 방전 플라즈마는 길이 수  $cm$ , 내경 수  $mm$ 의 가느다란 모세관 내부에 수  $msec$  동안 수십  $kA$ 의 전류를 흘린다. 본 연구에서는 모세관 방전의 비저항 및 저항에 대한 이론적인 예측치를 사용하여 전기회로 방정식을 계산하고 이를 실험 결과와 비교하고자 한다. 그런데, 비저항 계산에서는 반드시 플라즈마의 온도와 압력 조건이 요구되므로 전기회로만의 계산으로는 이 문제를 풀 수 없으며 유체역학적인 방전식 및 플라즈마의 상태 방정식 계산 결과를 함께 고려해야 한다

2. 모세관 방전 플라즈마의 수치해석 모델

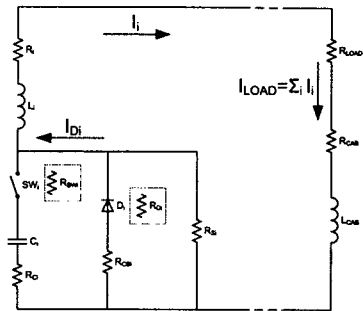
모세관 방전에서 가장 중요하게 다루어야 할 현상은 용발인데, 본 연구에서는 모세관 내벽 근처에 아주 얇은 증기층이 형성되어 이곳으로 흑체복사 에너지가 투입되고 이로부터 용발되는 입자들은 내부의 플라즈마가 가지고 있는 연탈피로 진입하는 모델을 쓴다[1, 2, 3]. 이 가정은 일반적으로 널리 받아들여지고 있는 가장 단순한 모델이다. 전체적으로 보면 투입되는 전기 에너지는 내부 입자들의 가열 및 흑체복사를 통한 용발을 일으키며, 내부의 플라즈마는 모세관의 음극 출구를 통하여 제트로 방출된다. 이 흐름은 음속을 넘어서지 않는 폐쇄류(choked flow) 상태인 것으로 알려져 있다. 만약 유체역학적 특성에 비해 전기적 특성들이 충분히 느리게 변화할 경우에는 정상상태를 유지하여 전기적으로 투입된 에너지만큼 모세관의 출구에서 플라즈마가 분사되어 나오게 된다.

2.1 펄스 전원 회로

모세관 방전 플라즈마를 얻기 위한 펄스 전원 회로는 약  $1mF$ 의 충전 커패시터,  $10m\Omega$  영역의 회로 내부 저항 및  $20 - 80\mu H$ 의 인덕터를 사용한 RLC 회로이며, 커패시터의 역전압 충전을 방지하기 위하여 크로우바 회로를 부착하였다. 그리고 진공스위치(Triggered Vacuum Switch)를 이용하여 원하는 시각에 방전이 일어날 수 있도록 하였다. 이 장치는 하나의 모듈을 이루며 이들을 병렬로 연결하고 방전 시각의 조절을 통하여 출력 펄스의 시간 및 크기를 변화시킬 수 있다.

펄스 발생 장치의 내부 저항은 부하로 작용하는 모세관 방전 플라즈마의 저항보다 약간 작는데 펄스 발생 장치의 회로 상수 및 시간적으로 변화하

는 플라즈마 부하 저항을 제대로 표현할 수 있어야만 주어진 입력 조건에서 펄스 파형의 예측이 가능하며 역으로 요구되는 펄스를 성형할 수 있는 입력 조건을 결정할 수 있다.



<그림 2> 펄스 전원 모듈 i의 회로 구성도. 그림의 왼쪽은 i-번째 전원 모듈을 나타낸 것이며 필요에 따라 여러 모듈들을 병렬로 결합하여 운용할 수 있다.

회로의 모델에서 진공스위치는 전류가 흐를 때 저항이 0이며, 흐르지 않을 때는 무한대의 저항값을 가진 저항으로 설정하였다. 한편 진공스위치의 정류 특성도 고려되어 역전류는 흐르지 않는다. 크로우바 회로는 커패시터가 역전압으로 충전되지 않도록 하는데 이 회로의 다이오드도 저항으로 취급하여 정전압이 걸릴 때는 저항 0, 역전압이 걸릴 때는 무한대의 저항으로 설정하였다.

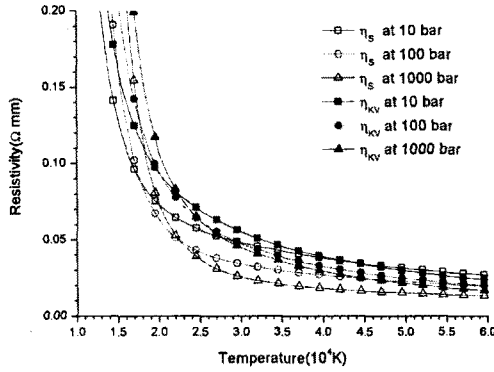
펄스 전원 회로는 2차 연립 상미분방정식으로 표현하여 계산할 수 있는데 방전중의 전압과 전류 변화에 따라 TVS의 개폐, 크로우바 다이오드의 정방향 및 역방향 바이어스 등이 나타나므로 이에 대응하여 저항값을 변경하고 그때까지의 전압과 전류를 바탕으로 한 새로운 초기조건으로 이후의 방전 과정을 풀어나가게 된다. 펄스 전원 회로의 부하는 온도 및 압력에 따라 변화하는 모세관 방전 플라즈마의 저항인데 전원 회로식만으로는 온도와 압력을 미리 예측할 수 있는 방법이 없으므로 유체역학적인 모델을 통하여 이들에 대한 예측 및 저항 계산을 해야 한다.

2.2 상태방정식 및 플라즈마 저항 모델

본 연구에서 다루고 있는 모세관 방전 플라즈마는 일반적으로 같은 온도에서 발생하는 플라즈마와 비교할 때 상대적으로 밀도가 아주 높은 nonideal 플라즈마이다. 플라즈마의 상태는 LTE(Local Thermodynamic Equilibrium)로 가정할 수 있으며, 질량작용의 법칙(Mass-Action Law) 및 사하방정식을 통하여 플라즈마의 구성 분자, 원자 및 이온들의 분포 상태를 계산할 수 있다[4].

<그림 3>은 계산된 플라즈마의 상태방정식을 통하여 수만도 영역에서 플라즈마의 온도 및 압력에 따른 비저항을 나타낸 것이다. 낮은 온도 영역에서는 중성 입자들의 비중이 상당히 커진다. 그런데, 비저항에 직접적으로 비례하는 전자와 중성입자간의 운동량 전이 충돌 단면적(Momentum Transfer Collision Cross-section) 데이터는 구하기가 어려운 편이다. 따라서 저온 영역은 상태방정식 계산 및 비저항 등의 계산 모두에서 부정확도가 커진다. 본 연구에서 이 영역은 수십  $kA$  영역의 전류를 흘리는 모세관 방전의 초기와 후기에에서 나타나며 영향력이 크지 않다.

Spitzer의 비저항은 플라즈마의 온도가 높고, 밀도가 작은 경우, 즉 플라즈마의 nonideality가 0에 가까운 경우에 적용할 수 있는데[5], 본 연구에서 다루고 있는 고밀도의 플라즈마는 온도가 낮을수록 nonideality가 증가하며 이에 대하여 Kurilenkov는 플라즈마 진동을 고려한 비저항의 수정을 통하여 실험 결과들을 보다 잘 예측할 수 있는 비저항 모델을 개발하였다[6]. <그림3>을 보면 온도가 낮은 영역에서는 Spitzer의 경우보다 Kurilenkov의 비저항이 더 높게 나타나지만 고온으로 갈수록 이 둘은 비슷해짐을 알 수 있다. 플라즈마 유체방정식에서 온도와 압력이 결정되면 테이블로 정리된 <그림3>의 비저항을 이용하여 오음열을 계산하게 된다.



〈그림 3〉 Spitzer 및 Kurilenkov & Valuev의 이론에 따른 폴리에틸렌 ( $C_nH_{2n}$ ) 플라즈마의 비저항 계산

### 2.3 플라즈마 유체방정식 및 계산

모세관 방전 플라즈마에 대하여 반지름 방향의 대칭성을 고려하여 z-축 상의 1차원으로 연속방정식, 운동량 및 에너지 방정식을 쓰면 다음과 같다.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w) = \rho_a \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho w) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w^2) = -\frac{\partial P}{\partial z} \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}[\rho(E + \frac{w^2}{2})] + \frac{\partial}{\partial z}[\rho w(E + \frac{P}{\rho} + \frac{w^2}{2})] = \eta J^2 \quad (3)$$

여기서 풀어야 할 유체의 변수는 밀도  $\rho$ , 속도  $w$ , 내부 에너지 밀도  $\rho E$ 인 데 상태방정식과 관련하여 온도  $T$ , 압력  $P$  및 용발률  $\rho_a$ 를 함께 구하여 이용해야 한다. 식 (1)에서 밀도증가의 주요인은 용발률  $\rho_a$ 로서 다음과 같이 내부 반지름  $a$ 의 모세관 내벽으로 방출되는 흑체복사에너지에 대하여 플라즈마의 엔탈피를 나눔으로써 얻어진다.

$$\rho_a = \frac{2 \sigma_s T^4}{a E + P/\rho} \quad (4)$$

식 (2)의 운동량 증가는 모세관 내부에 형성된 압력의 구배로 인한 것이며, 식 (3)의 내부 에너지 증가는 오일러 열  $\eta J^2$ 에 의하여 이루어진다. 식 (1), (2), (3)을 0차원의 상미분방정식으로 단순화시키면 길이  $l$ 인 모세관에 대하여

$$\frac{d\rho}{dt} = \rho_a - \frac{\rho w}{l} \quad (5)$$

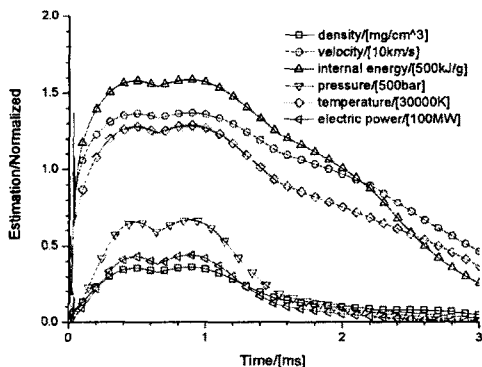
$$\frac{dw}{dt} = \frac{p}{\rho l} - \frac{\rho_a w}{\rho} \quad (6)$$

$$\frac{d(\rho E)}{dt} = \eta J^2 - \frac{w}{l}(p + \rho E) + \frac{1}{2} \rho_a w^2 \quad (7)$$

로 쓸 수 있다[7].

### 3. 모세관 방전 플라즈마의 수치해석 계산 및 실험과의 비교

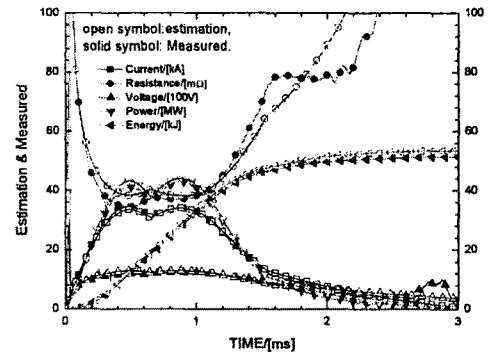
본 연구에서는 주로 2개의 펄스 전원 모듈을 써서 약간의 시간차를 두고 모세관 방전 플라즈마를 생성한다. 〈그림 4〉는 실험을 위한 전기적 변수들을 써서 수치 해석을 한 결과이다. Spitzer의 비저항은 고밀도의 플라즈마에 대해 측정치보다 낮은 저항을 보여주므로 본 연구에서는 Kurilenkov의 비저항이 훨씬 적합함을 알 수 있었다. 이 방전에서 얻어지는 예측되는 플라즈마의 온도는 약 3 - 4만도이며, 압력은 300기압까지 상승한다.



〈그림 4〉 수치해석에 의한 플라즈마 특성 계산

실험에서는 〈그림 1〉과 같이 단순한 전구 구조를 써서 부하전압과 전류를 측정하였으며 이로부터 플라즈마 저항 및 비저항 값을 얻었다. 실험 환경으로서 초기에 모세관 출구 영역에 충분히 빈 공간이 확보되어 있어서 외부의 영향을 받지 않으나 방전 후반부에는 외부 압력의 영향을 받을 수 있는 상황이다.

〈그림 5〉는 실험에 의해 측정된 방전 플라즈마의 전기적 특성을 수치해석의 예측치와 비교한 것인데 측정 저항은 예측치보다 약간 작게 나타났으며, 같은 전류에서도 시간이 지날수록 더 증가하는 경향이 있음을 알 수 있다. 이러한 특성은 정상 상태( $\partial/\partial t \approx 0$ )로서의 특성이 잘 나타나는 현재의 용발 모델로는 표현하기 힘들며 용발 현상에 대한 보다 세밀한 분석과 보완을 통해야 가능하다. 예를 들어 본 연구에서는 흑체 복사의 emissivity를 1로 가정하였는데 이 값이 작아지면 플라즈마의 온도는 완전한 흑체일 때보다 더 높음을 뜻하며 저항은 더 감소할 것이다. 그리고 초기에는 용발이 기존의 예상보다 적게 일어나고 시간에 지남에 따라 심해지는 용발 모델을 도입할 경우 정상 상태에서부터 벗어난 실험 결과를 설명할 수 있을 것이다. 방전 후반부의 특성은 현재의 연구에서는 자세히 다루지 않으며 에너지 관점에서 큰 기여가 없다.



〈그림 5〉 실험과 수치해석의 비교 - 전류, 전압, 저항, 출력 및 에너지

한편 본 연구에서 사용한 플라즈마의 저항값은 순수한 이론에 근거한 것이며 모세관의 특정 길이나 내경에만 적용되는 것이 아니다. 〈그림 5〉와 다른 방전 조건에서도 수치해석에 의한 예측은 실험 결과를 잘 설명하였는데 이러한 특성은 모세관의 기하학적 형상을 바꾸려는 경우의 결과 예측에 상당한 도움을 줄 수 있다.

## 4. 결 론

모세관 방전 플라즈마의 수치해석을 위해서는 수만 도 및 수백 기압 영역의 플라즈마가 가진 특성을 잘 기술할 수 있는 플라즈마 상태 방정식 및 비저항 데이터가 잘 준비되어야 한다. 본 연구에서는 사하 방정식을 써서 플라즈마 상태 방정식을 계산하였으며, Kurilenkov의 비저항식을 이용하여 전기회로와 유체방정식을 동시에 계산한 결과 예측과 실험의 결과가 수 % 이내의 오차로 일치함을 확인하였다. 따라서 수치해석에 의한 예측으로 실험에서 요구되는 변수 설정이 가능하며, 모세관의 기하학적 형상이 변함에 따라 얻어질 수 있는 다양한 전기적, 유체역학적인 특성 및 에너지 전달 효율에 대한 분석이 가능하게 되었다.

## 〔참 고 문 헌〕

- [1] A. Loeb and Z. Kaplan, "A theoretical model for the physical processes in the confined high pressure discharges of electrothermal launchers," IEEE Transactions on Magnetics, 25(1), pp. 342-346, 1989.
- [2] J. D. Powell and A. E. Zielinski, "Capillary Discharge in the Electrothermal Gun," IEEE Transactions on Magnetics, 29(1), pp. 591-596, 1993.
- [3] D. Zoler, S. Cuperman, J. Ashkenazy, M. Caner, and Z. Kaplan, "A time-dependent model for high-pressure discharges in narrow ablative capillaries," J. Plasma Phys. 50, part 1, pp. 51-70, 1993.
- [4] R. T. Nachtrieb, "Application of The Saha Equation to High Temperature ( $\geq 6000K$ ) Rocket Exhaust," Phillips Laboratory Report, PL-T R-92-3042, 1993.
- [5] L. Spitzer, Physics of Fully Ionized Gases, 2nd ed. Chapter 5, Jhon Wiley & Sons, New York, 1962.
- [6] Yu. K. Kurilenkov and A. A. Valuev, "Plasma Oscillations and Their Influence on Certain Properties of Nonideal Plasma," Beitr. Plasmaphys. 24(5), pp. 529-538, 1984.
- [7] R. Mohanti and J. Gilligan, "Time Dependent Simulation Of The Plasma Discharge In An Electrothermal Launcher," IEEE Transaction on Magnetics, 29(1), pp. 585-590, 1993.