

Simplex method를 이용한 역문제의 계산시간과 정확도 향상

김병준*, 안광옥*, 이찬희*, 고유리**, 정현교*
 서울대학교 전기 컴퓨터 공학부*, 서울대학병원**

**Enhancement of calculation time and accuracy
 in MEG inverse problem using simplex method**

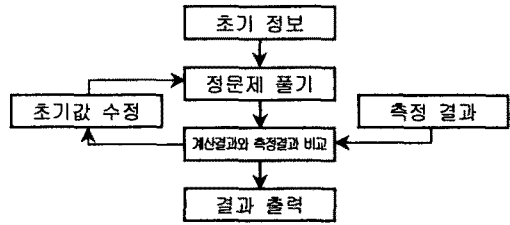
Byeong Jun Kim*, Kwang-Ok An*, Chany Lee*, Yuri Koh**, Hyun-Kyo Jung*
 Seoul National University*, Seoul National University Hospital**

Abstract - 뇌자도 신호원 추정에서, 심플렉스 알고리즘은 비교적 간단하고 도함수가 필요하지 않기 때문에 널리 사용된다. 그러나, 심플렉스 알고리즘은 초기 값에 매우 민감하다. 그래서, 본 논문에서는 효과적으로 초기 값을 선택하는 방법을 제안하였다. 해석영역을 여러 구획으로 나눈 후 각 구획의 중심점에서 목적 함수를 계산하여 가장 좋은 값을 갖는 점을 초기 값으로 정하였다. 선택된 초기 값으로 신호원을 추정하였으며 구획의 수가 증가함에 따른 정확도 향상과 계산 시간을 평가하였다.

여기서 x 는 측정된 전자기장 신호이고, A 는 센서의 위치와 소스 위치와의 관계를 나타내는 lead field, p 는 쌍극자의 위치 벡터, s 는 쌍극자의 방향 벡터이다.

1. 서 론

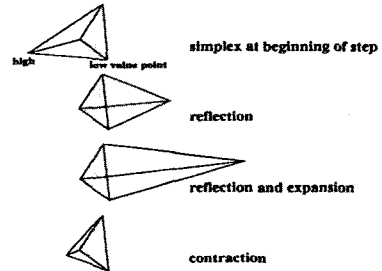
생체 전자기장(bioelectromagnetic field)은 신체 내부에서 일어나는 활동전류에 의해 비롯된 전자기장이다. 이러한 생체전자기장을 신체 기능 연구나 병의 진단에 사용하기 위해서는 활동 전류의 변화를 알아야 하나, 신체 내의 전류를 직접 측정하기 힘들기 때문에 역산을 통해서 재구성하고 있으며 이를 생체 전자기 역문제라 한다. 이러한 역문제를 효과적으로 계산하기 위해서 등가 전류 쌍극자 모델과 분포 전류원 모델이 많이 사용되어진다. 분포 전류원 모델은 뇌에서 신호원이 존재 가능한 모든 위치에 쌍극자들을 위치시킨 다음 각 쌍극자들의 크기 및 방향을 추정하는 방법이다. 반면에, 등가 전류 쌍극자 모델은 소수의 쌍극자 위치 및 모멘트 벡터를 가정하고 최적화 알고리즘을 이용해 그 미지수를 추정하는 방법이다 [1]. 본 논문에서는 적용이 용이하고 잡음에 강한 특성을 가지는 등가 전류 쌍극자 모델을 이용하였으며, 결정론적 알고리즘의 하나인 Nelder-Mead downhill 심플렉스 [2]를 사용하여 쌍극자 모델의 미지수를 추정하였다. 심플렉스는 매우 간단하고 도함수를 필요치 않는다는 장점이 있지만, 다른 결정론적 알고리즘과 같이 초기 값에 민감한 단점이 있다.



〈그림 1〉 역문제 해법과정

3. Nelder-Mead Downhill Simplex Method

Downhill 심플렉스 방법은 Nelder와 Mead에 의해 1965년에 도입된 다차원 비구속 최적화 방법이다[4]. '심플렉스'란 주어진 변수(N)보다 하나가 더 많은 점(N+1)로 이루어진 N차원의 기하학적인 모형을 말한다. 그림 2는 사면체의 심플렉스와 반사, 확장, 축소의 연산을 보여준다.



〈그림 2〉 심플렉스 연산 [2]

반사, 확장, 축소 중 한 가지를 실행하면 새로운 심플렉스가 형성된다. 이와 같은 연산을 종료 조건에 만족할 때까지 반복 수행한다. 본 논문에서는 N+1개의 점들에 대한 표준편차가 10^{-5} 이하가 되거나 반복횟수가 500번 이하가 될 때까지 연산을 수행하도록 하였다 [5].

2. 정문제와 역문제

2.1 정문제

본 논문에서는, 머리를 동일한 도전율을 가지는 도체구로 가정하였다. 전류쌍극자 Q에 의해 생성된 자기장은 식(1)과 같이 표현될 수 있다 [3]:

$$B(r) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{FQ \times r_0 - (Q \times r_0 \cdot r) \nabla F(r, r_0)}{F(r, r_0)^2} \quad (1)$$

여기서 $F(r, r_0) = a(ra + r^2 - r_0 \cdot r)$
 $a = (r - r_0)$, $a = |a|$, $r = |r|$, r 과 r_0 는 센서와 쌍극자의 위치 벡터이다.

2.2 역문제

생체전자기 역문제의 해법은 그림 1에서 보는바와 같이 입력된 초기 정보를 바탕으로 정문제를 풀어서 계산결과와 측정결과를 비교하여, 계산한 목적 값이 정해 놓은 기준 만큼 작지 않으면 다시 초기 값을 수정하여 원하는 목적 값이 나올 때까지 정문제를 푸는 과정을 되풀이하게 된다. 본 논문에서는 전류쌍극자 모델을 이용하였고, 심플렉스 알고리즘을 이용하여 쌍극자의 공간적 파라미터를 결정하였다. 보통 오차 함수라고 부르는 목적 함수를 식 2와 같이 측정값과 계산값의 차의 Frobenius norm으로 표현하였다.

$$E = \|x - A(p)s\|_F^2 \quad (2)$$

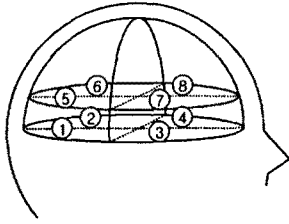
4. 초기값 결정법

위에서 언급한 바와 같이 전통적인 심플렉스 방법은 초기 값의 선택에 매우 민감하다. 그러므로, 본 논문에서는 역문제를 풀기전에 좋은 초기 값을 결정하는 방법을 사용하였다. 초기 값 결정 방법은 아래와 같다.

(단계 1) 해석영역(뇌)을 동일한 부피를 갖는 여러 구획으로 나눈다. 그림 3은 8개의 구획으로 나눈 경우를 보여준다. 해석영역을 나눈 뒤, 각 구획의 중심좌표를 결정한다. 일반적으로 구획 수는 사용자의 경험에 의존한다. 따라서 본 논문에서는 분할 구획의 수가 증가함에 따른 계산시간과 정확도를 평가하였다. 표 1은 시뮬레이션에 이용한 6가지 경우에 따른 구획 수를 보여준다.

(단계 2) 각 구획의 중심점에 회전 쌍극자를 가정하고 생체전자기 정문제를 계산하였다. 계산을 위해 148채널 자력계 시스템을 가정하였다. 단일쌍극자의 경우, 좋은 초기 값을 결정하기 위한 계산 수가 구획 수와 동일하다. 반면에, 쌍극자가 두 개인 경우는 그림 4에 보여주는 것처럼 초기 값을 결정하기 위한 정문제 계산수가 mC_n 번 필요하다. 이 결과로부터, 다중쌍극자의 경우 구획 수가 증가함에

따라 정문제를 풀기 위한 계산수가 기하급수적으로 증가함을 알 수 있다.

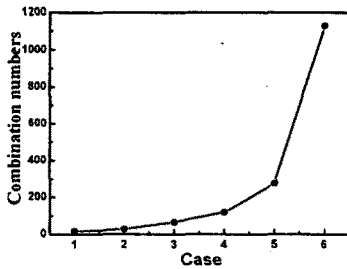


<그림 3> 8개의 구획으로 나눈 뇌

<표 1> 6가지 경우에 대한 구획수

경우	1	2	3	4	5	6
구획	6	8	12	16	24	48

(단계 3) 계산된 정문제 데이터를 이용하여 목적함수가 계산되었다. 그리고, 가장 낮은 값을 갖는 좌표를 초기 값으로 결정하였다. (단계 4) 초기 값 결정 후, 심플렉스 알고리즘을 이용하여 신호원 추정을 수행하였다.



<그림 4> 6가지 경우에 따른 초기값 계산수

5. 시뮬레이션 결과

5.1 단일쌍극자의 경우

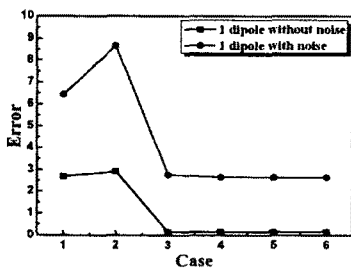
정문제의 계산을 위해, 쌍극자 신호원을 임의의 위치에 가정하였다. 신호원 강도 패턴 I 는 식 3과 같이 정의하였다.

$$I = -h \times 10^{-4} (t - 100) + h \quad (0ms < t < 200ms)$$

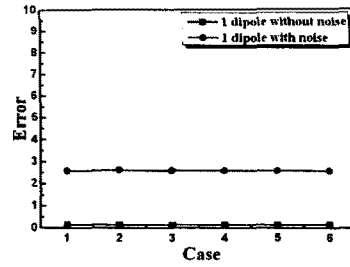
$$= 0 \quad (200ms < t < 400ms) \quad (3)$$

여기서 h 의 값은 계산된 자기장을 실제 측정값과 유사하게 만들기 위하여 시행과 착오 과정(trial and error process)을 거쳐 결정하였다. 정문제 계산 후에 SNR이 약 10dB인 가우시안 노이즈를 첨가하였다. 신호원 추정의 정확도를 비교하기 위하여, 가정된 신호원의 위치와 계산된 신호원의 위치의 거리를 계산하였다.

그림 5와 6은 단일쌍극자의 경우 구획 수에 대한 평균 오차를 보여준다. 그림 5는 300회 시뮬레이션에 대한 평균 오차이고 그림 6은 300회 시뮬레이션 중 성공한 경우에 대한 평균 오차이다. 성공한 경우는 오차가 5 mm 보다 적은 경우를 말한다. 이 결과로부터 구획 수가 증가할수록 평균 오차가 감소함을 알 수 있다. 즉 구획 수가 12 이상인 경우 보다 정확한 결과를 준다. 그러나 (경우 3)-(경우 6)에서는 정확도가 크게 향상 되지 않았다.



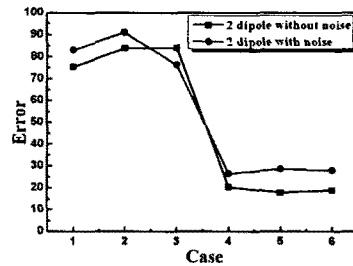
<그림 5> 단일 쌍극자 평균 오차 [mm]



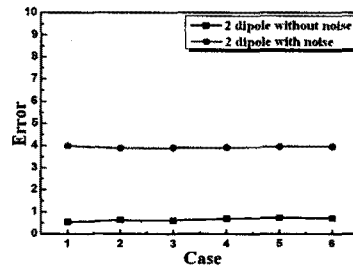
<그림 6> 국부해를 제외한 단일 쌍극자 평균 오차 [mm]

5.2 두 개의 쌍극자의 경우

그림 7과 8은 250회 시뮬레이션에 대한 평균 오차와 국부해를 찾는 경우를 제외한 오차를 각각 나타낸다. 국부해는 오차가 5 mm 이상인 경우로 정의하였다. 이 결과로부터 구획 수의 증가는 신호원 추정 정확도 향상에 기여한다는 것을 확인할 수 있었다. 단일쌍극자의 경우와 유사하게 16개 이상의 구획으로 나누었을 때 더 정확한 결과를 얻을 수 있었고, 반면 (경우 4)-(경우 6)에서는 큰 차이를 보이지 않았다.



<그림 7> 두 개의 쌍극자에 대한 평균 오차 [mm]



<그림 8> 국부해를 제외한 두 개의 쌍극자에 대한 평균 오차 [mm]

6. 결 론

본 논문에서는 뇌자도의 신호원 추정 정확도 향상과 기존의 심플렉스 알고리즘의 문제점을 극복하기 위해 초기치 결정법을 제안하였다. 제안된 방법은 MEG 시뮬레이션 데이터에 적용하였다. 결과 분석을 통해, 우리는 제안된 심플렉스 알고리즘이 신호원 추정을 상당히 향상시키는 것을 확인할 수 있었다.

[참 고 문 헌]

- [1] M.S. Hämäläinen, R. Hari, R.J. Ilmoniemi, J. Knuutila, and O.V. Lounasmaa, "Magnetoencephalography Theory, instrumentation and applications to the noninvasive study of human brain function", *Rev. Mod. Phys.*, vol. 65, pp.413-497, 1993
- [2] W.H. Press, S.A. Teukolsky, W.T. Vetterling, and B.P. Flannery, "Numerical Recipes in C: The Art of Scientific Computing, 2nd Ed", Cambridge Univ. Press., 1992
- [3] J. Sarvas, "Basic mathematical and electromagnetic concepts of the Biomagnetic inverse problem", *Phys. Med. Biol.*, vol. 32, pp.11-22, 1987
- [4] J.A. Nelder and R. Mead, "A simplex method for function minimization", *Computer Journal*, vol. 7, pp. 308-313, 1965
- [5] M.E. Al-Mualla, C.N. Canagarajah, and D.R. Bull, "Simplex minimization for single- and multiple-reference motion estimation", *IEEE Trans. CAS for Video Tech.*, vol. 11, 2001