

전력선 채널에서 나카가미-m 배경 잡음에 대한 통계적 특성

김영선, 최성수, 오휘명, 이재조, 김관호  
한국전기연구원 전기정보망기술연구그룹

Statistical Properties for Nakagami-m like background noise in Power Line Channel

Youngsun Kim, Sungsoo Choi, Hui-Myoung Oh, Jae-jo Lee, Kwan-ho Kim  
Power Telecommunication Network Research Group, Korea Electrotechnology Research Institute (KERI)

**Abstract** - 전력선 채널의 특성을 대표하는 배경 잡음과 전기기기에서 발생하는 충격잡음은 실증 시험을 통해 측정되거나 매체 자체의 특성을 수학적 기법을 통해 모델링하는 두 가지의 방법이 있다. 여타의 통신 시스템과 마찬가지로 채널에 대한 정확한 정보제공이 수신기의 성능 분석 및 향상을 가능케 한다. 최근 전력선 채널의 배경잡음이 무선통신 채널의 Nakagami-m 분포를 따른다는 측정결과가 발표되었다. 본 논문에서는 Nakagami-m 분포를 배경잡음으로 전력선 채널 모델링한 경우 평균값 등의 통계적 특성을 제공함으로써 수신기의 성능 분석 및 향상에 기여하고자 한다.

1. 서 론

전력선 통신 기술은 기존에 설치되어 있는 옥내·외 전기선로를 이용하여 전기에너지를 사용하는 거의 모든 시스템을 통신 네트워크화하여 홈네트워크와 전기설비를 정보화 할 수 있는 전기IT 융합의 기반기술로 평가되고 있었다. 전력선통신은 이미 전력분야에서는 오래전부터 보호계전이나 급전연락용으로 비교적 단순한 송전망에서 반송통신(Carrier Communication)방식으로 활용되어 왔으나 고속전송을 위한 주파수 대역확보가 어렵고 잡음 등에 취약하여 다른 통신매체에 비해 경쟁력을 잃어왔다. 최근 디지털 통신기술의 적용은 이러한 전력선통신 성능의 취약성을 획기적으로 개선시키고 특히 정보화 사회 진전에 따른 설비 정보화용 네트워크로서의 효율성이 부각되어 전력선통신을 새로운 통신자원으로서 활용 개발을 선진국을 중심으로 기술 개발 경쟁이 가속화 되고 있는 추세다.

전력선 통신은 기본적으로 데이터 전송용이 아닌 전력 전달을 목적으로 설계된 전력선을 매체로 이루어지기 때문에 상당한 잡음과 다양한 감쇠 특성을 보이며, 또 전력선 topology와 부하의 변화에 따라 채널 전달 함수의 변화도 심하다[1]. 이로 인해, 전력선 통신에 사용할 변복조 방식, 채널 코딩(channel coding), 커플링(coupling), 필터링(filtering) 등을 적용함에 있어서 상당한 어려움과 문제점이 발생할 뿐만 아니라, 하나의 시스템이 채널 특성에 따라 적절히 구성되어도 환경 변화에 따른 채널 특성 변화로 인해 제대로 성능을 나타내지 못하는 문제점이 발생한다. 따라서 적절한 전력선 채널 모델의 측정 분석이 필요하다. 최근 전력선 채널의 배경잡음이 Nakagami-m 분포를 따른다는 연구가 발표되었으나[2] 최적수신기 설계, 성능분석에 사용하기 위해서는 수학적 전개가 더 필요하다. 본 논문에서는 Nakagami-m 배경 잡음의 closed-form 수식 유도 및 통계적 특성을 제시한다.

2. 본 론

2.1 전력선 채널에서의 배경 잡음

전력선 채널에서 배경잡음은 Nakagami-m 분포로 근사화 될 수 있다는 연구 결과가 최근 발표되었다[2]. Nakagami-m 분포로 근사화한 후 실수 부분을 유도해야 하는데 이는 무선통신 환경에서 Rayleigh 분포로부터 가우시안 잡음을 유도하는 과정과 유사하다. 자세한 유도 과정은 다음과 같다.

전력선에서 측정된 배경잡음의 진폭은 다음식과 같은 Nakagami-m 분포를 따르며

$$f(\alpha) = \frac{2m \alpha^{2m-1}}{\Gamma(m) \Omega^m} \exp(-\frac{m\alpha^2}{\Omega}), \alpha \geq 0 \quad (1)$$

여기서  $\Gamma()$ 은 감마 함수,  $m$ 과  $\Omega$ 는 각각  $\Omega = E[\alpha^2] = \overline{\alpha^2}$ 와  $m = \frac{(\overline{\alpha^2})^2}{(\overline{\alpha^4} - \overline{\alpha^2}^2)}$ 로 정해진 변수이며  $E[X] = \bar{X}$ 는 기댓값을 나타낸다.  $\alpha$ 는 무선 통신에서 페이딩의 진폭을 나타내며 양수의 값을 가지는  $m$ 이 무한값을 가질 경우 페이딩이 없는 환경을 나타낸다(즉, 신호는 페이딩을 겪지 않으므로 1이 곱해지는 것과 같다).  $\Omega$ 는 페이딩 진폭의 전력을 나타낸다. Nakagami분포는  $m$ 값이 1/2에서 무한대의 값을 가질 때 따라 단축 가우시안, Rayleigh, Hoyt, Rice, 페이딩이 없는 환경을 나타낼 수 있다.

배경잡음의 실수값인  $y$ 는 아래와 같이 표현될 수 있으며

$$y = \alpha \cos\theta \quad (2)$$

$\theta$ 는  $[0, \pi]$ 사이에 균등하게 분포를 가지는 잡음의 위상이며

$$\frac{dy}{d\alpha} = \cos\theta \quad (3)$$

가 된다.  $\theta$ 가 일정한 상수라고 가정한다면

$$f(\alpha)d\alpha = f(y)dy \quad (4)$$

으로  $y$ 의 확률분포함수가 아래와 같이 유도된다.

$$f(y)_\theta = \frac{f(\alpha)}{dy/d\alpha} = \frac{y^{2m-1}}{\pi \Gamma(m) \cos^{2m}\theta} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^m \exp\left(-\frac{my^2}{\Omega \cos^2\theta}\right) \quad (5)$$

여기서  $\theta$ 는 균등하게 분포하고 있는 확률변수이므로  $y$ 와  $\theta$ 의 결합 확률분포함수는

$$f(y, \theta) = \frac{2y^{2m-1}}{\Gamma(m) \cos^{2m}\theta} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^m \exp\left(-\frac{my^2}{\Omega \cos^2\theta}\right) \times \frac{1}{2\pi} = \frac{y^{2m-1}}{\pi \Gamma(m) \cos^{2m}\theta} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^m \exp\left(-\frac{my^2}{\Omega \cos^2\theta}\right) \quad (6)$$

으로 표현되며  $y$ 의 확률분포함수는  $\theta$ 에 관해 적분함으로써 구할 수 있다:

$$f(y) = \int_0^\pi f(y, \theta) d\theta = \int_{-\pi}^\pi \frac{y^{2m-1}}{\pi \Gamma(m) \cos^{2m}\theta} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^m \exp\left(-\frac{my^2}{\Omega \cos^2\theta}\right) d\theta \quad (7)$$

수식 (7)을 풀기 위해서 양의  $y$ 값에 대해서 근사적인 급수로 표현했으며[2]

$$f(y) = \frac{4}{N} \sum_{i=0}^{N-1} \frac{y^{2m-1}}{\Gamma(m) \cos^{2m}\left(\frac{i\pi}{2N}\right)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^m e^{-\frac{my^2}{\Omega \cos^2\left(\frac{i\pi}{2N}\right)}} \quad (8)$$

$N$ 값이 커짐에 따라 정확성이 향상되며 음의  $y$ 값에 대해서도 동일한 결과를 얻을 수 있다.

2.2 배경 잡음의 수식 유도 및 통계적 특성

여기서 문제점은 근사적인 급수로 표현했기 때문에 배경잡음에 대한 통계적 특성을 구하는 것과 더 나아가 이를 이용해 최적의 수신기를 설계하는데 어려움이 있다는 것이다. 그러므로 본 논문에서는 수식 (7)을 적분식이나 급수가 없는 수식으로 표현하며 통계적 특성을 제시한다.

수식 (8)은  $y > 0$ 에 대해 다음과 같이 표현되며

$$f(y) = \frac{2}{\pi} \frac{y^{2m-1}}{\pi \Gamma(m)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^m \int_0^{\pi/2} \frac{1}{\cos^{2m}\theta} \exp\left(-\frac{my^2}{\Omega \cos^2\theta}\right) d\theta \quad (9)$$

$\cos\theta = x$ 로 치환하면  $d\theta = -\frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$ 이며 수식(9)는

$$f(y) = \frac{2y^{2m-1}}{\pi \Gamma(m)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^m \int_0^1 \frac{1}{x^{2m} \sqrt{1-x^2}} e^{-\frac{my^2}{\Omega x^2}} dx \quad (10)$$

이다.  $x^2 = t$ 로 변환하면  $dx = \frac{1}{2\sqrt{t}} dt$ 이며 위의 수식은 아래와 같다.

$$f(y) = \frac{y^{2m-1}}{\pi \Gamma(m)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^m \int_0^1 \frac{1}{t^m \sqrt{1-t}} e^{-\frac{my^2}{\Omega t}} dt$$

$$= \frac{y^{2m-1}}{\pi\Gamma(m)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^m \int_0^1 \frac{1}{x^m \sqrt{1-x}} e^{-\frac{my^2}{\Omega x}} dx \quad (11)$$

수식 (11)를 풀기위하여 [3,(3.471.2)]의 적분식인

$$\int_0^u x^{\nu-1} (u-x)^{\mu-1} x^{-\frac{\beta}{x}} dx = \frac{\nu-1}{\beta^{\frac{\nu-1}{2}}} u^{\frac{2\mu+\nu-1}{2}} e^{-\frac{\beta}{u}} \Gamma(\mu) W_{\frac{1-2\mu-\nu}{2}, \frac{\nu}{2}} \left(\frac{\beta}{u}\right) \quad (12)$$

를 이용하며 여기서  $\text{Re } \mu > 0, \text{Re } \beta > 0, u > 0$ 이며  $W_{k,n}(z)$ 는 Whittaker 함수를 나타낸다[3,(9.222)].

$$W_{k,n}(z) = \frac{z^{n+\frac{1}{2}} e^{-\frac{z}{2}}}{\Gamma(n-k+\frac{1}{2})} \int_0^\infty e^{-xt} n^{n-k-\frac{1}{2}} (1+t)^{n-k-\frac{1}{2}} dt = e^{-\frac{z}{2}} z^{n+\frac{1}{2}} U\left(\frac{1}{2} + n - k, 1 + 2n, z\right) \quad (13)$$

의 관계에서  $\text{Re}(n-k) > -\frac{1}{2}$ 와  $|z| < \frac{\pi}{2}$ 이며  $U(a, b, z)$ 는 2종 confluent hypergeometric 함수로서, 1종 confluent hypergeometric 함수,  ${}_1F_1$ ,와는 다음과 같은 관계가 있다[3, Chap. 9.1]:

$$U(a, b, z) = \frac{\Gamma(b-1)}{\Gamma(a)} z^{-b} {}_1F_1(a-b+1, 2-b, z) + \frac{\Gamma(1-b)}{\Gamma(a-b+1)} {}_1F_1(a, b, z) \quad (14)$$

여기서  ${}_1F_1$ 의 정의는 다음과 같다.

$${}_1F_1(a, b, z) = 1 + \frac{a}{b} \frac{z}{1!} + \frac{a(a+1)}{b(b+1)} \frac{z^2}{2!} + \dots \quad (15)$$

수식 (13)에서  $m < 1$ 의 조건이 나오며 수식 (12), (13), (14)를 수식 (11)에 대입하려면  $u = 1, \nu = \frac{1}{2} - m, \mu = \frac{1}{2}, \beta = \frac{my^2}{\Omega}$ 이며 다음과 같이 정리가 된다.

$$f(y) = \frac{1}{\sqrt{\pi}\Gamma(m)} \sqrt{\frac{m}{\Omega}} e^{-\frac{my^2}{\Omega}} \left[ \frac{\Gamma(\frac{1}{2}-m)}{\Gamma(1-m)} \left(\frac{my^2}{\Omega}\right)^{m-\frac{1}{2}} \times {}_1F_1\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2} + m, \frac{my^2}{\Omega}\right) + \frac{\Gamma(m-\frac{1}{2})}{\sqrt{\pi}} \times {}_1F_1\left(1-m, \frac{3}{2} - m, \frac{my^2}{\Omega}\right) \right] \quad (16)$$

이며  $y > 0, m < 1$ 이다. 음수인  $y$ 에 대해서도 수식(16)과 같은 결과를 얻으며 이는 적분이나 근사적인 값이 아닌 closed-form 결과이다.

$f(y)$ 는  $y=0$ 에서 최대값을 가지며 수식(16)으로부터

$$f(y=0) = \frac{\Gamma(m-\frac{1}{2})}{\pi\Gamma(m)} \sqrt{\frac{m}{\Omega}} \quad (17)$$

을 얻을 수 있다. 배경 잡음의 확률 변수  $y$ 의 평균값,  $E[Y]$ 는 다음과 같이 정의되며

$$E[Y] = \int_{-\infty}^{\infty} y f(y) dy \quad (18)$$

$y f(y)$ 가 기함수이기 때문에 0이 된다. 분산,  $\text{var}[Y]$ , 은 평균값이 0이기 때문에 다음과 같은 식으로 표현된다.

$$\text{var}[Y] = E[Y^2] = \int_{-\infty}^{\infty} y^2 f(y) dy = \frac{2\Gamma(m-\frac{1}{2})}{\pi\Gamma(m)} \sqrt{\frac{m}{\Omega}} \int_0^\infty y^2 {}_1F_1\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2} - m, -\frac{my^2}{\Omega}\right) dy \quad (19)$$

자세한 유도 과정은 지면관계상 생략하였으며  $m=1$ 인 경우 수식(19)은

$$\text{var}[Y] = E[Y^2] = \frac{2}{\sqrt{\pi}\Omega} \int_0^\infty y^2 {}_1F_1\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, -\frac{y^2}{\Omega}\right) dy \quad (20)$$

이 된다. [3, (3.326.2)]의 수식인

$$\int_0^\infty y^\gamma \exp(-\beta x^q) dx = \frac{\Gamma(\frac{\gamma+1}{q})}{n\beta^{\frac{\gamma+1}{q}}}, \quad \beta, p, q > 0 \quad (21)$$

를 이용하면 수식 (20)는  $\Omega/2$ 이 된다. 유사한 방법으로 배경잡음  $y$ 에 대한 통계적 특성 파라미터를 구할 수 있다.

그림 1은  $m=0.75, \Omega=1$ 인 경우의 Nakagami분포에 따라 진폭을 가지는 배

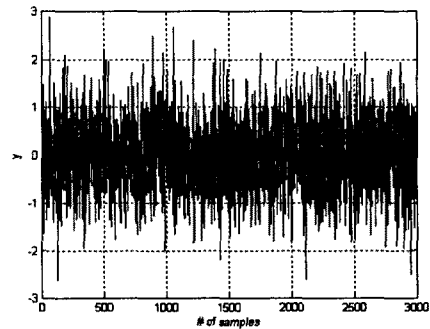
경잡음의 실수값,  $y$ ,를 나타낸다. 평균값이 0이므로 대체적으로  $x$ 축을 기준으로 고르게 값을 가지는 경향을 볼 수 있다. 총 40,000개의 잡음 샘플을 발생시켰을 경우 확률분포를 수식(16)과 비교하였다.  $y$ 축을 기준으로 좌우 대칭인 우함수이며 시뮬레이션 결과가 일치함을 확인하였다. 배경잡음의 확률분포는  $\Omega$ 값이 커질수록 폭이 좁아지고 최대치가 낮아짐을 그림 3을 통해 확인할 수 있다.

### 3. 결 론

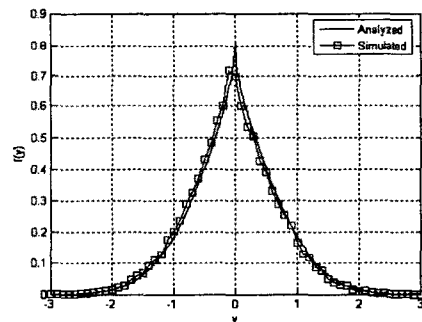
전력선 통신에 있어서 잡음, 임피던스 등의 정확한 채널 모델은 최적 수신기 설계 및 성능 향상에 있어서 중요한 역할을 한다. 배경잡음의 진폭이 Nakagami분포를 따른다는 연구결과에서 closed-form 수식으로 표현을 함과 동시에 평균, 분산 등의 통계적 특성을 나타냈으며 시뮬레이션을 통해 결과를 검증하였다. 본 논문의 결과는 Nakagami분포를 따르는 배경잡음이 있는 전력선통신에서의 수신기 구조설계 및 성능분석에 기여할 것으로 예상된다.

### [참고 문헌]

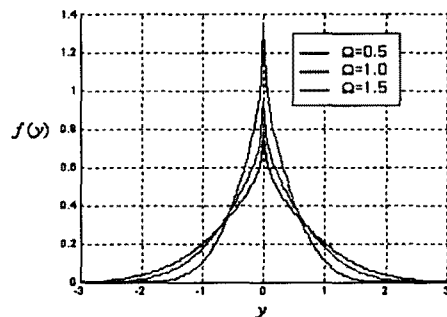
- [1] H. Dai and H. V. Poor, "Advanced signal processing for power line communications", IEEE Communications Magazine, pp. 100-107, May 2003.
- [2] H. Meng, Y. L. Guan and S. Chen, "Modeling and analysis fo noise effects on broadband power-line communications," IEEE Trans. Power Delivery, vol. 20, no. 2, pp. 630-637, April 2005.
- [3] I. S. Gradshteyn and I. M. Ryzhik, Table of Integrals, Series, and Products, 6th ed., San Diego, CA: Academic, 2000.



<그림 1>  $m=0.75, \Omega=1$ 인 배경 잡음



<그림 2>  $m=0.75, \Omega=1$ 인 배경 잡음의 확률분포



<그림 3>  $m=0.7, \Omega=0.5, 1, 1.5$ 인 배경 잡음의 확률분포