

이족 보행 로봇을 위한 해석적 보행 패턴 생성

홍석민<sup>\*,\*\*</sup>, 오용환<sup>\*</sup>, 유범재<sup>\*</sup>

과학기술연합대학원대학 HCI 및 로봇 응용공학과<sup>\*</sup>, 한국과학기술연구원 지능로봇센터<sup>\*\*</sup>

An Analytical Walking Pattern Generation for a Biped Robot

Seokmin Hong<sup>\*,\*\*</sup>, Yonghwan Oh<sup>\*</sup>, Bum-Jae You<sup>\*</sup>

Dep. of HCI and Robotics, University of Science and Technology<sup>\*</sup>,

Intelligence Robotics Research Center, Korea Institute of Science and Technology<sup>\*\*</sup>,

**Abstract** - 최근 들어 안정적인 보행 패턴 생성을 위해서 많은 방법들이 제안 되고 있다. 대부분의 논문에서 주기적인 보행에 대한 연구는 이루어지고 있으나 첫 보행 구간과 마지막 보행 구간에 대한 분석은 이루어지지 않고 있다.

본 논문은 첫 보행 구간과 마지막 보행 구간에 대한 분석을 통해 기존의 역 진자 모델(Inverted pendulum model)을 기반으로 부드러운 무게 중심의 궤적을 생성하는 해석적 방법을 제안한다.

이를 위해 먼저 정현파 함수를 이용해 영 모멘트 위치(ZMP, Zero Moment Point) 궤적을 설계한다. 영 모멘트 위치 궤적 설계 시 첫 보행 구간과 마지막 보행 구간에 대해 영 모멘트 위치와 무게 중심간의 비 최소 위상(non-minimum phase) 시스템의 특성을 이용한다.

제안된 방법을 이용하여 주기적인 보행 구간 및 첫 보행 구간과 마지막 보행 구간에서 부드러운 무게 중심 궤적이 생성됨을 시뮬레이션을 통해 구현하여 제안된 방법의 유효성을 보인다.

1. 서 론

휴머노이드 로봇에 대한 관심이 우리나라, 일본을 비롯해 세계 각국에서 많이 고조되고 또한 연구도 활발히 진행 되고 있다.

특히 휴머노이드 로봇에 있어서 가장 기본이라고 할 수 있는 로봇 보행에 대한 다양한 연구들이 행해지고 있다. FFT를 이용한 보행 방법<sup>1)</sup>, inverted pendulum model을 이용한 방법<sup>2)</sup>, preview method을 이용한 방법<sup>3)</sup> 등 다양 보행 방법들이 행해지고 있다.

이 논문에서는 역 진자 모델을 기초로 로봇을 모델링해서 이족 보행 로봇의 해석적 방법을 이용해 보행 패턴을 생성할 것이다. 이 논문에서는 다음과 같이 구성되어 있다.

2.1절에서는 영 모멘트 위치와 무게 중심의 관계를 설명한다. 2.2절에서는 2.1절에서 밝힌 관계를 이용해서 목표 보행 패턴을 생성한다. 그리고 2.3절에서는 시뮬레이션을 통해 목표 보행 패턴이 생성됨을 보이고, 그 유용성을 보일 것이다. 마지막으로 3절에서는 이 논문의 결론을 내린다.

2. 본 론

2.1 영 모멘트 위치와 무게 중심의 관계

일반적으로 휴머노이드 로봇의 안정성을 얘기함에 있어 가장 대표적인 평가 기준은 영 모멘트 위치이다. 영 모멘트 위치가 지지 영역 안에 있느냐 없느냐에 따라 로봇이 넘어지고 안 넘어 지고를 판단하는 기준으로 많이 사용되고 있다. 본 논문에서는 기존에 제시된 역 진자 모델을 기초로 영 모멘트 위치와 무게 중심의 관계를 이용한다. z축에 대한 제한 조건을 가한다면 아래와 같이 간단한 형태로 나타난다.

$$y_{ZMP}(t) = y_{COG}(t) - \frac{1}{\omega^2} \ddot{y}_{COG}(t) \quad (1)$$

여기서  $y_{ZMP}(t)$ 는 영 모멘트 위치,  $y_{COG}(t)$ 는 무게 중심 식을 살펴보면 무게 중심의 궤적을 안다면 영 모멘트 위치의 궤적을 제어할 수 있음을 알 수 있다. 즉 원하는 영 모멘트 위치의 궤적이 있다면 무게 중심을 이용하면 원하는 영 모멘트 위치를 생성시

킬 수 있다는 얘기가 되고 반대로 원하는 무게 중심의 궤적이 있다면 이 또한 영 모멘트 위치의 궤적을 생성할 수 있다는 것을 알 수 있다.

그리고 영 모멘트 위치와 무게 중심은 비 최소 위상 관계가 있음을 알 수 있다. 이를 이용해서 다음 2.2절에서 부드러운 무게 중심의 궤적을 생성한다.

그리고 영 모멘트 위치를 정현파를 사용한 경우, 미분 방정식의 일반적인 해를 구해 보면 아래와 같은 형태를 취한다.

$$y_{ZMP}(t) = \sum_{i=0}^n \alpha_i \cos(\omega t) + \beta_i \sin(\omega t) \quad (2)$$

$$y_{COG}(t) = a_0 \cosh(\omega t) + a_1 \sinh(\omega t) + \sum_{m=0}^n b_m \cos(m\omega t) + c_m \sin(m\omega t) \quad (3)$$

2.2 목표 보행 패턴 생성

목표 보행 패턴 생성은 크게 3부분으로 나뉜다. 주기적인 보행 구간, 첫발 보행 구간, 마지막발 보행 구간으로 구성 되어 있다. 해를 구함에 있어 주기적인 보행 구간에 대한 해를 먼저 구해야 한다. 각 구간에서 다음 구간과의 연속성의 가지기 위해서는 영 모멘트 위치와 무게 중심의 각 구간별 처음과 끝 부분이 유기적으로 연결되어 있어야 한다. 그런데 주기적인 보행에서만 유일하게 다른 구간과 독립적으로 해를 구할 수 있게 된다. 주기적인 보행 구간에서 얻어지는 정보를 이용해 첫발 보행 구간과 마지막발 보행 구간에 대한 해를 구할 수 있게 된다.

본 논문에서는 좌우 방향에 대한 y축 방향의 영 모멘트 위치를 코사인함수를 이용해 나타낸 경우 다음과 같이 식을 나타낼 수 있다.

$$y_{ZMP}(t) = \alpha_0 + \alpha_1 \cos\left(\frac{\pi}{T} t\right) \quad (4)$$

$$y_{COG}(t) = a_0 \cosh(\omega t) + a_1 \sinh(\omega t) + b_0 + b_1 \cos\left(\frac{\pi}{T} t\right) \quad (5)$$

2.2.1 기본 보행 패턴

한 구간에 대한 기본 보행 패턴을 이번 절에서는 살펴 볼 것이다.

$$\begin{cases} y_{ZMP}(0) = p_k, & \dot{y}_{ZMP}(0) = 0 \\ y_{ZMP}(T_{k+1}) = p_{k+1}, & \dot{y}_{ZMP}(T_{k+1}) = 0 \\ y_{COG}(0) = y_k, & \dot{y}_{COG}(0) = \dot{y}_k \end{cases} \quad (6)$$

위의 조건을 이용하면 영 모멘트 위치와 무게 중심의 식(4), (5)은 다음과 같이 정리된다.

$$y_{ZMP}(t) = p_k + \frac{\mu_k}{2} \left(1 - \cos\left(\frac{\pi}{T_{k+1}} t\right)\right) \quad (7)$$

$$\dot{y}_{ZMP}(t) = \frac{\pi}{T_{k+1}} \frac{\mu_k}{2} \sin\left(\frac{\pi}{T_{k+1}} t\right) \quad (8)$$

$$y_{COG}(t) = (y_k - p_k - \eta_k) \cosh(\omega t) + \frac{1}{\omega} y_k \sinh(\omega t) + y_{ZMP}(t) + \eta_k \cos\left(\frac{\pi}{T_{k+1}} t\right) \quad (9)$$

$$\dot{y}_{COG}(t) = \omega(y_k - p_k - \eta_k) \sinh(\omega t) + y_k \cosh(\omega t) + \dot{y}_{ZMP}(t) + \frac{\pi}{T_{k+1}} \eta_k \sin\left(\frac{\pi}{T_{k+1}} t\right) \quad (10)$$

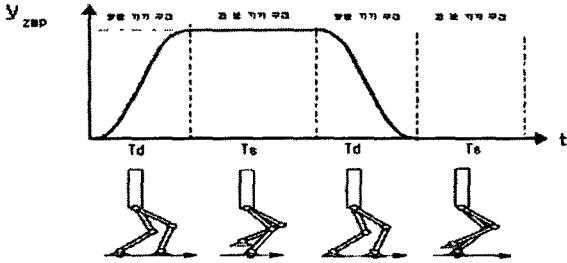
여기서 대문자 T는 각 구간에서 시간 간격을,  $\mu_k = p_{k+1} - p_k$ ,  $\eta_k = \frac{\mu_k \pi^2}{2\pi^2 + \omega^2 T_{k+1}^2}$  을 의미한다.

각 구간의 마지막에 대해서 무게 중심의 위치와 속도에 대한 식을 정리하면 아래와 같은 행렬식으로 나타 낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \delta y_{k+1} \\ y_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(\omega T_{k+1}) & \sinh(\omega T_{k+1}) \\ \sinh(\omega T_{k+1}) & \cosh(\omega T_{k+1}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta y_k \\ y_k \end{bmatrix} - \omega \eta_{k+1} \begin{bmatrix} \cosh(\omega T_{k+1}) + 1 \\ \sinh(\omega T_{k+1}) \end{bmatrix} \quad (11)$$

이를 기본 보행 패턴으로 주기적 보행 구간이나 첫발, 마지막발의 보행 구간에서 이용하게 된다.

### 2.2.2 주기적인 보행 구간



<그림 1> y축 방향 영 모멘트 위치의 주기적인 보행 궤적

크게 나뉜 3개의 보행 구간 중 주기적인 보행 구간의 궤적을 가장 먼저 구한다. 다른 보행 구간과는 달리 주기적인 보행 구간의 목표 영 모멘트 위치와 한 발 지지 시간 Ts와 양 발 지지 시간 Td만 정해지면 그 궤적을 구할 수 있다.

2.2.1절의 기본 보행 구간의 식을 위의 그림과 같이 4개의 구간에 대해 순차적으로 정리를 한다. 초기인 t=0과 마지막인 t=2(Td+Ts)에서 영 모멘트 위치와 무게 중심의 위치와 속도 값이 같다는 조건을 이용하면 무게 중심의 초기 위치와 속도를 구할 수 있다.

$$y_k = p_k + \frac{\gamma}{2\sinh(\omega(Ts + Td))} [\mu_k (\sinh(\omega Ts) + \sinh(\omega(Ts + Td)) - \mu_{k+2} \sinh(\omega Td))] \quad (12)$$

$$\dot{y}_k = \frac{\gamma}{2\sinh(\omega(Ts + Td))} [\mu_k (\cosh(\omega Ts) + \cosh(\omega(Ts + Td)) - \mu_{k+2} (1 + \cosh(\omega Td)))] \quad (13)$$

여기서  $\gamma = \frac{\pi^2}{\pi^2 + \omega^2 T_{k+1}^2}$  을 나타낸다.

### 2.2.3 첫 보행 구간

여기서 중요한 것은 그림3의 처음 부분에서 위로 약간 튀어 있는 영 모멘트의 위치와 마지막의 한발 지지 시간이다. 본문 도입 부분에서 잠깐 언급한 영 모멘트 위치와 무게 중심의 비 최소 위상 특성으로 인해 영 모멘트 위치를 적절한 크기로 무게 중심이 생성되기를 원하는 반대 방향으로 만들어 주면 무게 중심의 궤적이 갑작스럽게 튀는 부분 없이 부드러운 궤적을 생성하기 된다. 이런 특성을 이용해 영 모멘트 위치의 첫 구간에 대한 적절한 크기를 주기 위해서 식들을 정리하면 아래와 같은 식을 얻을 수 있고 다음과 같은 해를 구할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \delta y_1 \\ y_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(\omega T_1) & \sinh(\omega T_1) \\ \sinh(\omega T_1) & \cosh(\omega T_1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta y_0 \\ y_0 \end{bmatrix} - \omega \mu_0 \gamma_1 \begin{bmatrix} \cosh(\omega T_1) + 1 \\ \sinh(\omega T_1) \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$\begin{bmatrix} \delta y_2 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(\omega T_2) & \sinh(\omega T_2) \\ \sinh(\omega T_2) & \cosh(\omega T_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta y_1 \\ y_1 \end{bmatrix} - \omega \mu_1 \gamma_2 \begin{bmatrix} \cosh(\omega T_2) + 1 \\ \sinh(\omega T_2) \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$\begin{bmatrix} \delta y_3 \\ y_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(\omega T_3) & \sinh(\omega T_3) \\ \sinh(\omega T_3) & \cosh(\omega T_3) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta y_2 \\ y_2 \end{bmatrix} \quad (16)$$

여기서  $\gamma_1 = \frac{\pi^2}{\pi^2 + \omega^2 T_1^2}$ ,  $\gamma_2 = \frac{\pi^2}{\pi^2 + \omega^2 T_2^2}$  을 나타낸다.

$p_2 - p_0 = \Delta p$ 와  $\delta y_3 - y_3 = \delta y_2 - y_2$ 을 이용하여  $p_1$ 을 구해낸다. 한발 지지 시간 Ts는 식(16)을 시간에 대해서 정리를 하게 되면

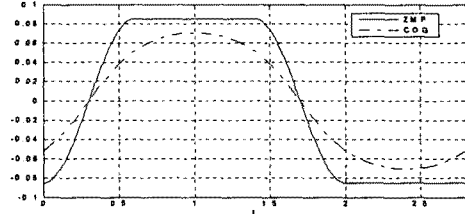
$$T_3 = \frac{1}{\omega} \ln \left( \frac{\delta y_3 + y_3}{\delta y_2 + y_2} \right) \quad (17)$$

### 2.2.4 마지막 보행 구간

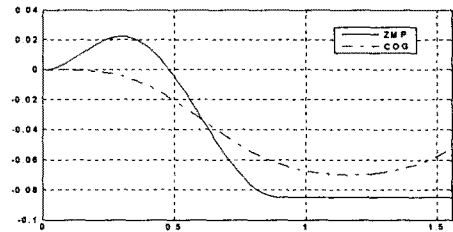
2.2.3에서 제시한 방법과 첫발 보행 패턴을 생성할 때랑 똑같은 방법을 이용해서 보행 패턴을 생성할 수 있다.

### 2.3 시뮬레이션

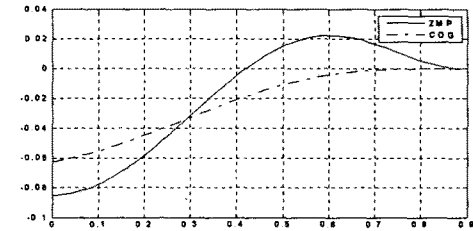
시뮬레이션을 통해 목표 영 모멘트 위치와 무게 중심 궤적의 위치를 나타냈다. <그림 2> 주기적 보행 구간의 Td=0.6초, Ts=0.8초로 하고, <그림 3> 첫발의 보행 시간을 각각 0.3초, 0.6초, 0.8초로 하였다. 또한 <그림 4> 마지막 발의 보행 시간을 각각 0.8초, 0.6초, 0.3초로 하여 시뮬레이션을 실시하였다.



<그림 2> y축 방향 주기적 보행 패턴의 영 모멘트 위치와 무게 중심의 궤적



<그림 3> y축 방향 첫발 보행 패턴의 영 모멘트 위치와 무게 중심의 궤적



<그림 4> y축 방향 마지막 보행 패턴의 영 모멘트 위치의 궤적

그림에서 보는 바와 같이 연속적으로 부드럽게 보행 궤적이 생성된다.

### 3. 결 론

본 논문은 분석적 방법으로 휴머노이드의 무게 중심을 목표 영 모멘트 위치를 만족하면서도 부드러운 동작이 가능한 목표 영 모멘트 보행 패턴을 생성하였다. 이를 시뮬레이션을 통해 목표 패턴 궤적을 구현해 본 논문에서 제기한 방법의 유용성을 보였다.

### [참고 문헌]

- [1] Jin'ichi Yamaguchi, Eiji Soga, Sadatoshi Inoue and Atsuo Takanishi, "Development of a Bipedal Humanoid Robot -control Method of Whole Body Cooperative Dynamic Biped Walking-", Proc. of 1999 IEEE International Conference on Robotics & Automation, pp 368-374,
- [2] Shuuji Kajita, Fumio Kamehiro, Kazuhito Yokoi and Hirukawa, "The 3D Linear Inverted Pendulum Mode - A simple modeling for a biped walking pattern generation", Proc. of 2001 IEEE/RSJ International Conference on Robotics & Automation, pp 2299-2306,
- [3] Shuuji Kajita, Fumio Kamehiro, Kenji Kaneko, Kiyoshi Fujiwara, Ken-suke Harada, Kazuhito Yokoi and Hirukawa, "Biped Walking Pattern Generation by using Preview Control of Zero-Moment Point", Proc. of 2003 IEEE International Conference on Robotics & Automation, 2003, pp 1620-1626