

릴레이와 비례제어기를 이용한 이차시간지연 모델에 대한 목표함수를 이용한 IMC-PID제어기 동조

구민*, 서병설**

*한양대학교 전기공학과 석사 **한양대학교 전기제어생체공학부 교수 (교신책임자)

System Identification(SOPTD) using relay feedback test combined with P controller and Design of IMC-PID controller via Target Function

Min. Koo*, Byung Suhl. Suh**

* Dep. of Electrical Eng., Graduate School., Hanyang University

** Div. of Electricity, Control and Biomedical Eng., Hanyang University

Abstract - In this paper, A new tuning method for IMC-PID controller is proposed with the identification using the relay method from closed-loop transfer function. It is considered a second-order plus delay time(SOPTD) model and selected a third-order plus delay time transfer function model as a target function. The filter function is derived from the suitable target function to satisfy the design specifications. A robustness test was done to verify the robust-stability.

1. 서론

Astrom과 Hagglund에 의해 제안된 릴레이를 이용한 자동동조 방법은 임계 주기(Ultimate period)와 임계이득(Ultimate gain)을 구해 Ziegler-Nichols 조절방법을 사용하여 비례-미분-적분 제어기의 조절변수를 구해내는 방법을 제시하였다[1]. 이 방법은 간단하여 현장에서 많이 사용되어 지고 있고 상용용으로 판매되고 있다. 이후 Yuwana와 Seborg에 의해 공정의 모델로서 일차시간지연 모델을 구해내기 위해 비례제어기를 이용한 자동동조 방법이 제시되었다[2]. 이 방법은 확인용신호를 만드는데 있어 비례제어기를 이용하여 공정을 활성화시키고 여기서 측정된 데이터를 근거로 공정의 모델을 구하는 방법이다. 이 일차시간지연 모델을 이용하여 Ziegler-Nichols 동조방법, Internal model control(IMC), (ITAE), Cohen-Coon들의 동조방법을 사용하였다. S. Sung은 이 두 방법 릴레이를 이용한 자동동조 방법과 비례제어기를 이용한 방법을 접목시켜 릴레이와 비례제어기를 접목한 동조 방법을 제안하였다. 릴레이와 비례제어기를 접목한 자동동조 방법은 릴레이를 이용하여 공정의 임계(Ultimate)정보를 얻어내고 다음으로 비례제어기 방법을 연속으로 사용하여 이차시간지연모델(SOPTD)을 구해낸다. 이차시간지연모델에 대한 동조방법으로 제어오차의 절대값에 시간을 곱한 함수의 적분(ITAE)방법을 사용하였다. S. Sung[5]이 제시한 이 방법은 일차시간지연모델에서 이차시간지연모델로 확장하여 시스템 식별에 정확도는 높였으나, 동조방법에 (ITAE)동조방법을 사용하여 전체적인 오차만을 최소화 하 것만 고려하였다. 그래서 오버슈트나 응답시간을 별도로 조절할 수 없는 단점이 있다. 본 논문에서는 이를 해결하기 위한 대안으로서 B. Suh, J. Yang[4]에 의해 제안된 목표함수(Target function) 방법을 제안한다. 여기서 3차의 시간 지연된 전달함수를 사용하였는데 오버슈트와 응답시간을 따로 분리해서 조절 가능한 장점이 있어 시간영역 설계에서 활용하기에 적합하다. 동조 방법으로는 IMC 구조의 PID 제어기 동조 방법을 선택하였는데, 이 방법은 페루프의 내부에 공칭 모델이 들어있어 이의 출력과 플랜트의 출력의 차를 피드백하는 구조로 간단한 제어기 설계절차와 강인성 문제를 명확하게 할 수 있고, 단일 설계 파라미터로 구성되어 있어 루프 형성 기법, 최적 제어기법등을 사용 할 수 있다. 본 논문에서는 시간 영역에서의 접근법인 I. Kaya[3]가 제안한 방법인 Smith-Predictor 제어기를 IMC 등가 형태로 두고 필터 상수 λ는 기준입력과 제어기가 달린 페루프 전달함수와의 ISE를 최소화하여 결정하였다. 이 방법 또한 시간 영역에서 설계의 경우 전체적인 오차만을 최소화하는 것이므로 목표함수 방법을 제안한다. 본 연구에서는 릴레이와 비례제어기를 접목하여 시스템 식별을 이차시간지연모델로 하고, ITAE(ISE) 최소화 방법 대신 목표함수 방법을 도입하고 강인성 테스트는 I. Kaya[3]의 방법을 사용하는 IMC-PID 제어기 설계방법을 제안한다.

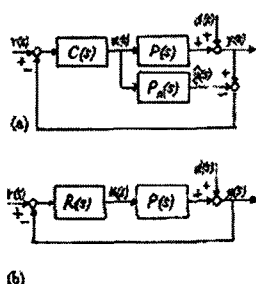
2. 본론

2.1 IMC-PID 제어기 구조

P(S)는 플랜트, P_n(S)는 모델, C(S)는 IMC 제어기이며(a)를 고전적인 페루프 제어기로 변환한 그림(b)에서 IMC-PID 제어기를 R(S)라고 하면 그림 (b)에서 RSs)는 (1)와 같이 나타내어 진다.

$$R(S) = \frac{C(S)F(S)}{1 - C(S)F(S)P_n(S)} \quad (1)$$

IMC 원리에 의해 C(S)는 플랜트 최소 위상 부분의 역이고 F(S)는 IMC 필터함수이다. 모델링 오차가 없다고 가정하고, 플랜트가 최소위상 P_n(s)과 비 최소위상 P(S)의 곱으로 표현된다면 식(1)를 사용하여



〈그림 1〉IMC-PID 구조

$$T(S) = \frac{R(S)P(S)}{1 + R(S)P(S)} = C(S)F(S)P(S) = F(S)P_-(S) \quad (2)$$

이 된다. 즉 페루프 응답은 모델링 오차가 없을 때 필터함수와 플랜트의 비 최소위상부분의 곱으로 된다. 본 논문에서 고려하는 플랜트는 2차 시간지연항으로 식별하므로 비 최소위상 부분을 시간지연 항으로 둘 수 있다. 따라서 만약 설계자가 원하는 페루프 전달함수 T(S)를 3차의 목표함수로 둔다면 식(2)에서 필터 함수가 자동적으로 설계된다.

2.2 3차 목표함수의 특성

B. Suh []에 의한 제안된 3차의 목표함수는 식(3)과 같이 나타내어 진다. 이 목표함수의 장점은 일정한 오버슈트를 유지하면서 응답시간만 따로 조절할 수 있다는 것이다.

$$T(S) = \frac{\omega_n^3}{s^3 + (p\omega_n + \frac{\omega_n}{r})s^2 + (r\omega_n^2 + \frac{p}{r}\omega_n^2)s + \omega_n^3} \quad (3)$$

여기서 ω_n은 응답시간을 조절하며 p, r은 오버슈트에 관계된다. 이것은 p, r 값이 고정되면 ω_n이 변해도 감쇠비가 일정하며 오버슈트가 변하지 않기 때문이다. ω_n이 증가하면 극점이 떨어져 응답시간이 빨라진다.

이 목표함수의 특성을 알아보기 위해 식(16)를 역 라플라스 변화하여 시간 영역에서 해석해보면 다음과 같은 조건을 만족해야 한다[7].

$$p + r \leq 2.5, r < p + 1.5, r < 1.8 \quad p > 0, r > 0 \quad (4)$$

2.3 IMC-PID 제어기 설계

이제 목표함수를 가지고 2차 시간지연모델을 이용하여 설계자가 원하는 응답특성을 가진 IMC-PID제어기 동조방법을 설명한다. θ_m만큼의 지연시간이 있다면 T(S)에도 최소한 θ_m이상의 지연시간이 있다고 가정할 수 있으므로 T(S)에 다음과 같이 시간 지연항을 덧붙인다.

$$T(S) = \frac{\omega_n^3 \exp(-\theta_m s)}{s^3 + (p\omega_n + \frac{\omega_n}{r})s^2 + (r\omega_n^2 + \frac{p}{r}\omega_n^2)s + \omega_n^3} \quad (5)$$

이제 목표함수를 (5)과 같이 두고 Sung[5]이 제안한 릴레이와 비례제어기를 접목한 방법으로 이차시간지연 모델로 아래와 같이 식별 할 수 있다.

$$G_m(s) = \frac{k_m \exp(-\theta_m s)}{\tau_m^2 s^2 + 2\tau_m \xi_m s + 1} \quad (6)$$

(2)식에서 R(s) = $\frac{1}{P(S)} \frac{F(S)P_-(S)}{1 - F(S)P_-(S)}$ 이므로

$$R(S) = \frac{B}{k_m} \frac{\omega_n^3}{A - \omega_n^3 \exp(-\theta_m s)} \quad (7)$$

$$A = s^3 + (p\omega_n + \frac{\omega_n}{r})s^2 + (r\omega_n^2 + \frac{p}{r}\omega_n^2)s + \omega_n^3 \quad (8)$$

$$B = \tau_m^2 s^2 + 2\tau_m \xi_m s + 1 \quad (9)$$

식(7)에서 시간지연항 exp(-θ_ms)를 2차 테일러 급수 전개한다.

식(7)이 $(p + \frac{1}{r} - \frac{\theta_m^2}{2}\omega_n)$ = 4(r + $\frac{p}{r} + \omega_n\theta_m$)을 만족하도록 식(7)의 계수들을 정한다면 식(7)은 2차의 뒤처짐 보상기(Lag Compensator)를 가진 IMC-PID제어기의 형태를 가진다. 제어기 구조는 아래와 같이 된다.

$$C(S) = \frac{4w_n^3(\tau_m^2 s^2 + 2\tau_m \xi_m s + 1)}{k_m s (pw_n + \frac{w_n}{r} - \frac{\theta_m^2}{2} w_n^3)} \frac{1}{\left(\frac{2}{[pw_n + \frac{w_n}{r} - \frac{\theta_m^2}{2} w_n^3]} s + 1 \right)^2} \quad (10)$$

2차의 뒤처짐 보상을 가진 IMC-PID 구조의 형태가

$$C(S) = \frac{k_d s^2 + k_p s + k_i}{s} \frac{1}{(T_F s + 1)^2} \quad (11)$$

와 같이 나타내어질때 식(10)을 바탕으로 IMC-PID 제어기의 동조 파라미터를 아래와 같이 구할 수 있다.

$$K_p = \frac{8\tau_m \xi_m w_n^3}{k_m (pw_n + \frac{w_n}{r} - \frac{\theta_m^2}{2} w_n^3)^2} \quad K_i = \frac{4w_n^3}{k_m (pw_n + \frac{w_n}{r} - \frac{\theta_m^2}{2} w_n^3)^2}$$

$$K_d = \frac{4\tau_m^2 w_n^3}{k_m (pw_n + \frac{w_n}{r} - \frac{\theta_m^2}{2} w_n^3)^2} \quad T_F = \frac{2}{pw_n + \frac{w_n}{r} - \frac{\theta_m^2}{2} w_n^3} \quad (12)$$

단, p, r, w_n 은 다음과 같은 조건을 만족해야 한다. 첫째 T_F 는 내부안정성(Internal-stability)을 보장하기 위하여 양이어야 하고, 둘째 뒤처짐 보상이 구성이 되려면 식(10)이 분모는 완전 제곱형태를 포함하여야 한다. 다음과 같은 제약조건으로 표시할 수 있다.

$$0 < w_n < \frac{\sqrt{2(p + \frac{1}{r})}}{\theta_m} \quad (13)$$

$$w_n^4 \left(\frac{\theta_m^4}{4} \right) - w_n^2 \theta_m^2 \left(p + \frac{1}{r} \right) - 4\theta_m w_n + \left(p - \frac{1}{r} \right)^2 - 4r = 0 \quad (14)$$

또한 목표함수가 의미를 가지기 위해서는 식(4)도 만족해야 한다. 결국 적절한 목표 함수를 선택한다는 것은 원하는 오버슈트와 응답시간을 가지면서 식(4),(13),(14)을 만족하는 p, r, w_n 을 산책하는 것을 의미한다.

따라서 IMC-PID 동조절차는 먼저 (4)식을 만족하면서 설계자가 원하는 오버슈트를 갖도록 하는 p, r 을 선택하고 식(13),(14)을 만족하면서 응답시간이 가장 빠른 w_n 을 선택한 후 식(12)에 의해 동조 파라미터를 찾는 문제가 된다. 본 연구에서는 Matlab을 사용하여 $p = 10^{-3}, r = 10^{-4}$ 의 한계 오차로 해를 구하였다. 또한 식(14)는 4개의 해가 나오는데 양의 실근만 물리적인 의미가 있는 해가 된다.

구현된 IMC-PID 제어기의 강인 안정성을 조사해 보면 다음과 같다. M. Morari 와 E. Zafiriou[]에 의하면 IMC-PID 제어기가 강인 안정성을 가지기 위해서는 $\|C(S)F(S)P_n(S)l_m(S)\|_{\infty} < 1$ (15)

이 만족되어야 한다. 여기서 $l_m(S) = \frac{P(S) - P_n(S)}{P_n(S)}$ 로 플랜트 모델링

의 주파수 영역 상태 오차량이다. 식(15)에 필터함수와 IMC 제어기를 대입해서 정리하면

$$\|P(S) - P_n(S)\|_{\infty} < \frac{K}{w_n^3} \frac{\sqrt{(w_n^3 - (pw_n + \frac{w_n}{r})w^2)^2 + ((rw_n^2 + \frac{p}{r}w_n^2)w - w^3)^2}}{\sqrt{(1 - \tau_m^2 w^2)^2 + 4\tau_m^2 \xi_m^2 w^2}} \quad (16)$$

와 같이 된다. $w = 0$ 일때 모델링 오차는 이득 K 로 주어진다. 즉 플랜트의 이득의 부호가 바뀌는 100% 정도 이상의 오차가 아니면 강인성을 보장할 수 있다.

3. 시뮬레이션

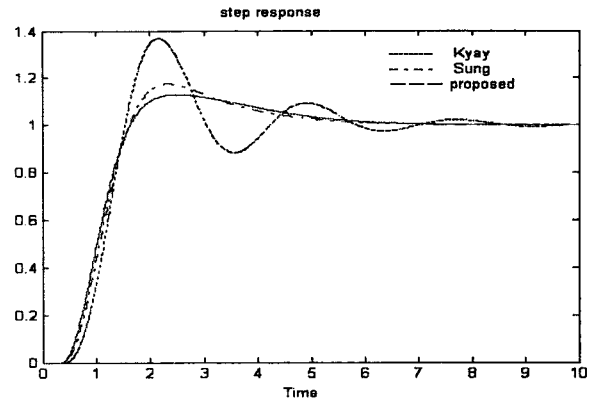
본 논문에서는 제안된 방법의 유용성을 알아보기 위해 제어 오차량의 평균값만을 고려한 ITAE 동조방법과 목표함수를 사용한 IMC-PID 조절방법을 비교 결과를 제시한다. 또 한 IMC 제어기를 사용한 I.Kaya[3]방법과 비교 대상으로 선정하였다.

$$G = \frac{EXP(-0.15S)}{(S+1)(\frac{S}{2}+1)(\frac{S}{3}+1)} \quad (17)$$

식(17)을 릴레이와 비례제어기를 이용하여 이차시간지연모델을 구하면 $\tau_m = 0.843 \quad \theta_m = 0.351 \quad \xi_m = 0.969$ 가 구해진다[5].

$$G_m(S) = \frac{EXP(-0.351S)}{0.7106S^2 + 1.6337S + 1} \quad (18)$$

오버슈트를 최대 20% 이내로 제한하고 목표함수의 구속조건 식(4), (13), (14)을 만족하면서 응답시간이 가장 빠른 목표함수를 선정하면 $p = 0.25, r = 0.041, w_n = 16.9448$ 을 얻는다. 그림 3의 시뮬레이션 결과는 제안된 방법 $t = 2.51(s)$ 에 약 1.15의 오버슈트를 가지며 다른 방법에 비해 상승시간과 오버슈트에서 좋은 결과를 보임을 알 수 있다. 또한 식(16)에 의한 각 방법의 강인 안정성 테스트의 결과 역시 나타내었다.



〈그림 2〉 예제에 대한 응답곡선의 비교

〈표 1〉 예제에 대한 각 방법의 비교

| | Proposed | Sung | Kaya |
|-------------------------------------|----------|--------|--------|
| K_p | 2.2904 | 2.413 | 2.8 |
| K_i | 1.4020 | 1.437 | 1.3 |
| K_d | 0.9963 | 1.1607 | 1.1 |
| T_F | 0.017 | - | - |
| Gain Margin | 2.68 | 2.59 | 2.37 |
| Phase Margin(deg) | 58.46 | 54.36 | 48.25 |
| Robustness($\ l_m(s)\ _{\infty}$) | 0.9755 | 0.8956 | 0.5699 |

4. 결 론

Sung[5]이 제안한 릴레이와 비례제어기를 접목한 이차시간지연 모델의 자동 동조 방법은 시간 영역에서 기준입력과 폐 루프 응답과의 ITAE를 최소화하는 방법 즉, 평균적인 오차만을 최소화 하는 단점이 있어 는 논문에서는 이의 대안으로 목표함수 방법을 도입하여 단순히 평균오차를 최소화 하지 않고 설계자가 오버슈트와 응답시간을 조절 가능 하도록 하였다는데 의의가 있다. 3차 목표함수를 사용함으로써 설계자가 오버슈트의 최대치만 정하면 그 상태를 유지하면서 응답시간만을 독립적으로 조절 할 수 있게 한 것이 큰 장점이다.

〈참고 문헌〉

- [1] K.J, Astrom ; T., Hagglund, "Automatic Tuning of Simple Regulators with Specifications on Phase and Amplitude Margins", automatica, 20,645,1984
- [2] M. Yuwana, D. E. Seborg, "A New Method for On-Line controller Tuning," Alche jour., pp. 434-440, May 1982
- [3] I. Kaya, "IMC Based Automatic Tuning Method for PID controllers in a Smith Predictor Configuration", Computers and Chemical Engineering 28, 281-290, 2004
- [4] B. Suh, J. Yang "A Tuning of PID Regulators via LQR Approach", Journal of Chemical Engineering of Japan, Vol.38, NO. 5, 344-356, 2005
- [5] S.W.,Sung; J., O ; I, Lee "Automatic Tuning of PID controller using Second-Order Plus Time Delay Model, Journal of Chemical Engineering of Japan, Vol.29 NO. 6, 990-1000, 1996
- [6] D.R, Coughanowr, "Process System Analysis and Control", MacGraw-Hill, New York, 1991
- [7] E. Seborg, F. Edgar, A. Mellichamp, "Process Dynamics and Control", Wiley, 2003
- [8] M. Morari, E. Zafiriou, "Robust Process Control", Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J.07632,1989