

함상발사시스템을 위한 함운동 추정 및 예측기법

황익호(국방과학연구소), 나원상(국방과학연구소)

Ship Motion Estimation and Prediction for Ship-borne Weapon Systems

Ick Ho Whang (Agency for Defense Development), Won Sang Ra (Agency for Defense Development)

**Abstract** - 함상에서 발사되는 유도탄 등의 무기체계는 함정의 운동에 따라 초기 발사 자세 및 그 변화율이 변화하므로 함정의 운동을 고려하여 발사시점을 결정하여야 한다. 함상 발사대에 장착된 유도탄은 자체 센서에 의하여 함정의 자세 및 자세변화율을 측정하며 이렇게 측정된 함정 운동정보를 적절히 필터링하고 유도탄 발사 시퀀스 지연시간만큼 예측하여 발사시점을 결정한다. 본 논문에서는 함정운동을 모델링하고 이 모델에 근거하여 함상발사 유도탄의 초기 발사 시점 결정에 필요한 함운동을 추정 및 예측하는 필터를 제안하고 그 성능을 검토하였다. 시험결과 제안된 방법을 이용하여 우수한 성능으로 함운동을 예측할 수 있었다.

1. 서 론

일반적으로 함상에서 발사되는 함포, 유도탄 등의 비행체적은 그 초기치에 영향을 주는 함정의 운동에 의하여 변화한다. 따라서 함포, 유도탄 등 함상에 장착된 무기체계를 효과적으로 운용하기 위해서는 파도위에서의 함정의 운동을 고려한 운용 및 발사 알고리즘을 장착하게 된다. 이러한 발사 알고리즘에서 가장 중요한 부분은 센서로부터 측정된 함정의 자세정보를 이용하여 함정의 현재 자세를 추정하고 발사순간의 자세를 예측하는 필터링 및 예측 알고리즘이다. 특히 유도탄 등의 경우에는 발사신호를 받은 후 유도탄이 실제로 발사관을 이탈할 때까지 소요되는 시간이 함정 자세센서의 측정간격에 비하여 대단히 길므로 양호한 장시간 예측 성능을 보여주는 필터의 설계가 요구된다.

기존의 알고리즘 들은 주로 파도의 통계적 특성 및 이에 따른 함정 운동 모델에 근거한 것으로서, 함운동의 파워 스펙트럼을 추정하여 이에 따라 필터를 구동하는 형태라 할 수 있다[1-3]. 그러나 이 방법은 고차의 모델을 식별하고 이에 적합한 필터 및 예측기를 구성하여야 하므로 매우 많은 계산량을 요구하는 단점이 있다.

본 논문에서는 이와 같은 단점을 극복하기 위하여 함운동을 정현파로 모델링하고 삼각함수가 가지는 여러 가지 성질들을 이용하여 함운동 추정 및 예측 필터를 구성하였다. 한편, 이 필터는 함운동 주파수를 알아야 동작시킬 수 있으므로 함운동 주파수 추정을 위한 모델을 유도하였다. 이 모델은 계수에 불확정성을 가지는 선형시스템으로 표현되므로 이에 효율적으로 대처할 수 있는 최소신선필터이론을 적용하여 함운동 주파수 추정 필터를 구성하였다. 제안된 알고리즘은 이러한 두 가지 필터의 조합으로 구성되며, 이들은 간단한 선형필터들이므로 매우 적은 계산량으로도 구현이 가능하고 따라서 실제적인 함운동 예측에 효과적으로 이용될 수 있을 것으로 예상된다. 본 논문에서는 상술한 필터를 설계하고 실제 함운동 측정치에 대하여 성능을 검토하였다.

2. 함운동 추정 및 예측 필터 알고리즘

2.1 개요

본 장에서는 함운동 추정 및 예측에 이용된 모델을 유도하고 이 모델에 근거한 필터를 설계하였다. 함운동 추정 및 예측에 이용된 모델은 함자세 차분 방정식 모델과 함운동 주파수 추정모델의 두 가지로 이루어진다. 이 두 가지 모델은 연관관계를 가지며 서로 보완적으로 동작한다. 함운동 추정 및 예측 필터는 이러한 두 가지 모델에 근거하여 설계된다.

2.2 함운동 추정 및 예측을 위한 모델

함정의 자세는 파랑강제력을 외부 입력으로 한 동적시스템으로 모델링된다. 그러나 이와 같이 구한 모델들은 매우 복잡하고 차수도 높아 이를 이용한 필터를 구성하기는 매우 어려우므로 보다 단순하면서도 효율적인 모델이 요구된다. 본 절에서는 필터 설계에 적합한 보다 단순하면서도 효율적인 모델을 유도하였다.

주어진 해상상태에서 함정의 자세는 거의 일정한 주파수를 가지는 사인 함수로 표현할 수 있다는 것이 알려져 있으므로, 함정의 자세가 거의 일정한 주파수  $\omega$ 를 가지는 정현파 신호로 표현된다고 가정한다. 이러한 가정하에서 함정의 자세를  $\phi$ , 자세변화율을  $p$ 라 하고 현재 시간  $k$ 에서의 자세 및 자세 변화율을 표현하면 다음과 같다.

$$\phi_k = A \sin(\bar{\omega}k + \theta) + \phi_0, \quad \bar{\omega} \equiv \omega T \quad (1)$$

$$p_k = \frac{\bar{\omega}}{T} A \cos(\bar{\omega}k + \theta) \quad (2)$$

여기서  $T$ 는 샘플링 간격,  $\theta$ 는 위상차,  $\phi_0$ 는 함정 자세 바이어스로서 함정 질량 분포의 비대칭으로 인하여 함정자체가 기울어진 특성과 함정 무기체계가 경사지게 장착된 영향을 모두 포함하는 값이다.

이제  $\phi_{k+1}$ 과  $p_{k+1}$ 을 삼각함수의 가법정리를 이용하여 전개하고 미소각 근사법 및 식(1)과 (2)를 이용하여 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \phi_{k+1} &= A \sin(\bar{\omega}k + \theta) \Omega^c + A \cos(\bar{\omega}k + \theta) \Omega^s + \phi_0 \\ &\approx \Omega^c(\phi_k - \phi_0) + T p_k + \phi_0 \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} p_{k+1} &= \frac{\bar{\omega}}{T} A (\cos(\bar{\omega}k + \theta) \Omega^c - \sin(\bar{\omega}k + \theta) \Omega^s) \\ &\approx p_k \Omega^c + \frac{1}{T} (\phi_k - \phi_0) (\Omega^c - 1) \end{aligned} \quad (4)$$

여기서  $\Omega^c = \cos \bar{\omega}$ ,  $\Omega^s = \sin \bar{\omega}$ 이다.

한편 함정의 자세각  $\phi$  및 자세변화율  $p$ 는 자이로 등을 이용하여 측정할 수 있으므로, 그 측정치를 각각  $\bar{\phi}$ ,  $\bar{p}$ 라 하고 식 (3) 과 (4)의 결과를 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{cases} x_{k+1} = F x_k + G u_k + w_k \\ y_k = H x_k + v_k \end{cases} \quad (5)$$

여기서,  $x_k = \begin{bmatrix} \phi_k \\ p_k \end{bmatrix}$ ,  $u_k = \phi_0(1 - \Omega^c)$ ,  $w_k = \begin{bmatrix} w_k^\phi \\ w_k^p \end{bmatrix}$ ,  $y_k = \begin{bmatrix} \bar{\phi}_k \\ \bar{p}_k \end{bmatrix}$ ,

$F = \begin{bmatrix} \Omega^c & T \\ (\Omega^c - 1) & \Omega^c \end{bmatrix}$ ,  $G = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 + \Omega^c \end{bmatrix}$ ,  $H = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ 이며,  $w_k$ 와  $v_k$ 는 영

평균 백색잡음으로서 공분산은 각각  $Q_k$ 와  $R_k = \text{diag}(R_k^\phi, R_k^p)$ 이다. 표기에서  $\bar{\phi}$ 는  $\phi$ 의 측정치를 의미한다.

2.3 함운동 주파수 추정을 위한 모델

앞 절에서 유도한 함정 자세 추정용 모델은 내부 파라미터에  $\Omega^c$ 를 포함하고 있으므로 함운동 주파수  $\bar{\omega}$ 를 알아야 운용할 수 있다. 본 절에서는 함운동 주파수를 추정하기 위한 모델을 유도하였다. 식(1)과 (5)의 측정방정식을 이용하여 시간  $k+1$ 과  $k-1$ 에서의 함운동 자세 측정치 사이의 관계를 구하여 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{cases} f_{k+1} = f_k + e_k \\ z_k = [C_k - \Delta C_k] f_k + \nu_k \end{cases} \quad (6)$$

여기서  $f_k = \begin{bmatrix} \Omega_k^c \\ u_k \end{bmatrix}$ ,  $z_k = \bar{\phi}_{k+1} + \bar{\phi}_{k-1}$ ,  $\nu_k = v_{k+1}^\phi + v_{k-1}^\phi$ ,

$C_k = [2\bar{\phi}_k \ 2]$ ,  $\Delta C_k = [2v_k^\phi \ 0]$ 이다. 또한,  $\Delta C_k$ 는 영평균이고  $W_k = E\{\Delta C_k^T \Delta C_k\} = \text{diag}\{4R_k^\phi, 0\}$ 이라 가정한다. 이 모델은 측정행렬에 불확실성이 포함된 선형시스템으로서 참고문헌 [4]의 강인추정 이론을 적용하여 필터를 구성할 수 있다. 참고문헌 [4]에 따르면 이와 같은 형태의 시스템에 대한 강인필터는 표 1에 정리된 내용에 따라 설계하며, 매 시간 존재조건이 만족되어야 한다.

2.4 함운동 추정/예측 필터 설계

이제 앞 절에서 유도한 모델들을 이용하여 함운동 추정/예측 필터를 설

제한다. 함운동 필터는 주파수 추정필터와 함운동 예측필터의 두 가지 필터가 연결된 구조를 가지고 있다. 즉, 함운동 주파수 추정필터에서 함운동 주파수 및 함정 자세 바이어스에 해당하는 파라미터  $\Omega^c$ 와  $u$ 를 추정하고 이 파라미터 들을 이용하여 함운동 추정 및 예측 필터를 구동한다.

함운동 주파수 추정필터는 식(6)으로 주어지는 시스템에 표 1의 강인필터를 적용하여 구성하며, 그 결과로 얻어지는 필터는 다음과 같다.

$$\hat{f}_k = (I + S_k W_k) \hat{f}_{k-1} + S_k C_k^T (z_k - C_k \hat{f}_{k-1}) \quad (7)$$

$$S_k^{-1} = S_{k-1}^{-1} + C_k^T C_k - W_k \quad (8)$$

함운동 추정필터는 식(5)에 대하여 칼만필터를 적용함으로써 구할 수 있으며 그 결과는 다음과 같다.

$$\hat{x}_k = \hat{F}x_{k-1} + \hat{G}u_k \quad (9)$$

$$P_{k+1} = \hat{F}P_k\hat{F}^T + Q_k \quad (10)$$

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k + P_k^{-1}H^T R_k^{-1}(y_k - H\hat{x}_k) \quad (11)$$

$$P_k^{-1} = P_{k-1}^{-1} + H^{-1}R_k^{-1}H \quad (12)$$

여기서  $\hat{F}$ 와  $\hat{u}$ 는 함운동 주파수 추정필터의 추정치  $\hat{f}$ 를 식(5)에 대입하여 구성된 시스템 행렬 및 입력이다.

함운동의 예측은 위의 함운동 칼만필터에 근거하여 이루어진다.  $l$ -step 후의 함운동의 예측은 다음 식과 같이 이루어진다.

$$\hat{x}_{k+l|k} = F^l \hat{x}_k + \left( \sum_{j=1}^l F^{j-1} \right) G \hat{u}_k \quad (13)$$

### 3. 시뮬레이션

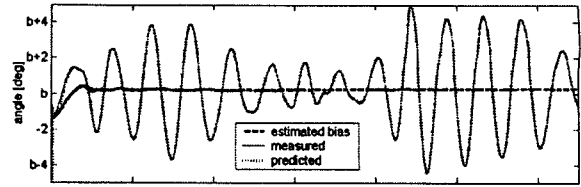
본 장에서는 함운동 측정치를 이용하여 2장에서 설계한 함운동 추정 및 예측 필터의 성능을 살펴보았다. 그림 1과 그림 2는 2장에서 제안한 필터를 이용하여 필터 샘플링 간격  $T$ 의 15배에 해당하는 시간 이후의 시간에 대한 자세각 및 자세각 변화율을 예측한 결과이다. 그림에서 함정 자세각 바이어스  $b_0$ 는  $b$ 라 가정하였다. 그림을 살펴보면 제안된 필터는 실제 함운동 측정치에 대하여 매우 우수한 성능으로 장기간에 대한 예측을 수행할 수 있음을 보여준다.

### 4. 결 론

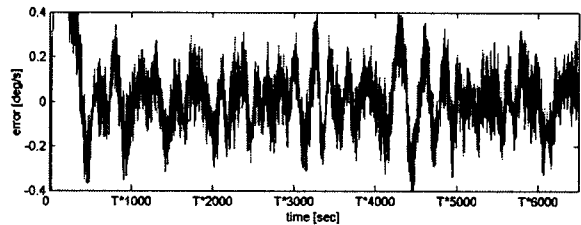
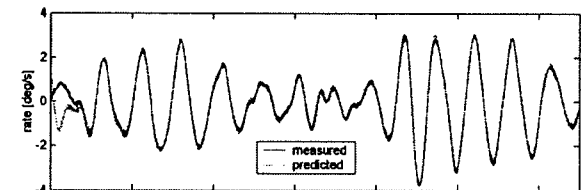
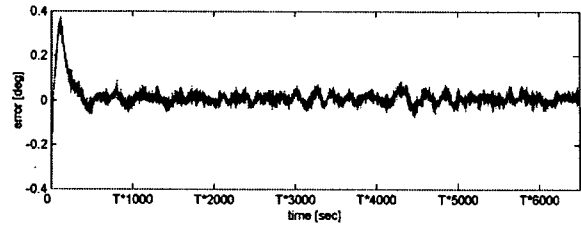
본 논문에서는 함상무기체계의 운용에 이용할 수 있는 함운동 예측 및 추정필터를 설계하였다. 함운동을 시간에 대하여 거의 변화하지 않는 주파수를 가지는 정현파 신호로 모델링하고, 이를 효과적으로 필터링하고 예측할 수 있는 선형모델을 유도하였다. 또한 이 모델을 운용하기 위한 함운동 주파수 및 바이어스 추정 모델을 유도하였다. 이 모델은 측정 행렬에 불확실성을 가지는 선형시스템으로 표현되므로 이를 효과적으로 필터링하기 위하여 최근에 발표된 통계적 불확실성에 대한 강인필터이론을 적용하였다. 함운동 추정 및 예측은 우선 함운동 주파수 및 바이어스를 추정하고 이를 이용하여 함정의 자세 및 자세변화율을 추정/예측하는 필터를 구동하는 형태를 따른다. 제안된 필터링 및 예측 기법은 시험데이터를 이용한 시뮬레이션을 통하여 검토한 결과 우수한 성능으로 함운동을 예측할 수 있음을 보여 주었다.

### [참 고 문 헌]

- [1] Prado, G.: "Optimal estimation of ship's attitudes and attitude rates", *IEEE Jour. Ocean Engineering*, 4, (2), pp. 52-59, 1979
- [2] Sider, M.M. and Doolin, B.F.: "On the feasibility of real-time prediction of aircraft carrier motion at sea", *IEEE Trans. Automatic Control*, 28, (3), pp. 350-356, 1983
- [3] Zhao, X., Xu, R. and Kwan, C.: "Ship motion prediction: algorithms and simulation results, *ICASSP Proceeding*, pp. 125-128, 2004
- [4] Ra, W.S., Whang, I.H., Ahn, J.Y. and Park, J.B.: "Recursive Robust Least Squares Estimator for Time-Varying Linear Systems with a Noise Corrupted Measurement Matrix", *IEE Proc.-Contr. Theory and Appl.*, on print, 2006



<그림 1> 함 자세각 예측 성능



<그림 2> 함 자세각 변화율 예측 성능

<표 1> 강인최소자승 필터[4]

필터 모델	$\begin{cases} x_{k+1} = F_k x_k + G_k u_k \\ y_k = H_k x_k + v_k = [\tilde{H}_k - \Delta H_k] x_k + v_k \end{cases}$ $E\{\Delta H_k^T \cdot \Delta H_k\} \triangleq W_k, \quad E\{\Delta H_k^T \cdot v_k\} \triangleq V_k$
시스템 전파	$\hat{x}_{k+1 k}^{RLS} = F_k \hat{x}_{k k}^{RLS}, \quad P_{k+1 k} = F_k P_{k k} F_k^T$
측정치 갱신	$\hat{x}_{k k}^{RLS} = (I + P_{k k} W_k) \hat{x}_{k k-1}^{RLS} + K_{f,k}^{RLS} (y_k - \tilde{H}_k \hat{x}_{k k-1}^{RLS}) - P_{k k} V_k$ $K_{f,k}^{RLS} = P_{k k} \tilde{H}_k^T, \quad P_{k+1 k} = F_k P_{k k} F_k^T$
존재 조건	$P_{k k}^{-1} = P_{k k-1}^{-1} + \tilde{H}_k^T \tilde{H}_k - W_k > 0$