

# 웨이블렛 기반 적응 알고리즘의 계산량 감소에 적합한 Fast running FIR filter에 관한 연구

이재균\*, 이채우\*

## (fast running FIR filter structure based on Wavelet adaptive algorithm for computational complexity )

Jae-Kyun Lee\*, Chae-Wook Lee\*

\*Daegu University, computer and communication engineering

### 요약

본 논문에서는 적응 신호처리의 수렴속도를 향상시키고 복잡한 계산량을 줄이는 새로운 fast running FIR 필터 구조를 제안한다. 그리고 제안한 알고리즘을 웨이블렛 기반 적응 알고리즘에 적용한다. 실제로 합성 음성을 사용하여 적응 잡음 제거기에 적용하여 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 제안한 알고리즘과 기존 알고리즘과의 성능을 비교한다. 그 결과 변환 영역 알고리즘은 기존의 시간영역의 알고리즘보다 수렴속도의 향상을 보였고, 웨이블렛 알고리즘, short-length fast running FIR 알고리즘, fast-short-length fast running FIR 알고리즘 그리고 제안한 알고리즘에 대한 비교 연구를 수행하였다.

### Abstract

In this paper, we propose a new fast running FIR filter structure that improves the convergence speed of adaptive signal processing and reduces the computational complexity. The proposed filter is applied to wavelet based adaptive algorithm. Actually we compared the performance of the proposed algorithm with other algorithm using computer simulation of adaptive noise canceler based on synthesis speech. As the result, the frequency domain algorithm is prefer than the existent time domain. we analyzed the Wavelet algorithm, short-length fast running FIR algorithm, fast-short-length fast running FIR algorithm and proposed algorithm.

**Key words :** Fast wavelet, short length, Adaptive Noise Canceler, FIR Filter

### I. 서 론

적응신호처리 분야에서 steepest descent 방식인 LMS(Least Mean Square) 알고리즘은 식이 간단하고 계산량이 비교적 적기 때문에 널리 사용되고 있다. 그러나 시간영역에서 처리할 경우 입력신호의 고유치 변동 폭이 넓게 분포되어 수렴속도가 저하하는 문제점이 있다. 이를 해결하기 위하여 신호를 FFT(Fast Fourier Transform)나 DCT(Discrete Cosine Transform)로 변환하여 신호간의 상관도를 제거함으로써 시간영역에서 LMS알고리즘을 적용할 때 보다 수렴속도를 크게 향상시킬 수 있다[1][2]. 그러나 FFT나 DCT를 이용한 변환영역 적응알고리즘의 수행은 시간영역 신호를 변환영역으로 바꾸기 위해서 추가적인 계산량이 필요하다. 이러한 대안으로 WTLMS(Wavelet Transform LMS)적응알고리즘이 발표되었으며 WTLMS 알고리즘은 기존의 변환영역 알고리즘에 비해 그 수렴성능이 우수하다[3].

본 논문에서는 수렴을 위해 효율적인 형태의 새로운 fast running FIR filter 구조를 제안하고, 시간 영역의 적응 알고리즘을 직교변환인 웨이블렛(Wavelet)변환을 이용하여 적응 알고리즘을 변환영역에서 수행한다. 변환영역에서 수렴성능 향상과 계산량을 줄이기 위하여 웨이블렛 기반 적응 알고리즘에 적용시킨다. 제안한 알고리즘을 적응잡음제거기(Adaptive Noise Canceler)에 적용하여 컴퓨터 시뮬레이션을 하였으며, 각 알고리즘들의 계산량, 수렴속도를 비교, 분석하여 제안한 알고리즘의 성능이 우수함을 입증하였다.

### II. Wavelet의 수학적 개념

신호  $f(x)$ 를 분석하는데 가장 일반적인 접근 방법 가운데

데 하나는 이 신호를 적당한 기저함수들  $\Psi_{i(x)}$ 의 일차 결합으로 다음과 같이 표현하는 것이다.

$$f(x) = \sum_i c_i \Psi_i(x) \quad (1)$$

신호  $f(x)$ 는 신호의 시간영역에 관한 정보를 갖는 기저함수로서 임펄스 함수를 이동함으로서 나타낼 수 있다. 주파수영역에 대한 신호의 정보를 알고 싶다면 푸리에변환을 나타내는 기저함수로서 정현파신호를 선택함으로서 가능하다.

웨이블렛 이론은 여러 스케일과 여러 해상도로 신호를 분석하는 것을 목적으로 발전되었다. 기저함수들은 웨이블렛이라 불리는 기본함수를 이동(shift)과 스케일링(dilation)연산으로 구성한다. 즉 수식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\Psi_{ab}(t) = \frac{l}{\sqrt{(a)}} \Psi\left(\frac{(t-b)}{a}\right) \quad (2)$$

여기서  $a$ 는 스케일링 변수로서 양의 실수이고,  $b$ 는 이동변수이다.  $a$ 의 값이 크면 기본 웨이블렛 함수가 좌우로 펼쳐진 모양으로 저주파함수를 의미하며, 상대적으로 작은 값이면 고주파함수를 의미한다. 또한 의 값에 따라 이들 함수들이 좌우로 이동하는 형태로 나타난다. 따라서 웨이블렛 변환에서는 는 시간영역, 는 주파수영역을 대신 하는 변수를 포함한다.

### III. 웨이블렛 기반 적응알고리즘

시간영역에서 적응 알고리즘을 처리할 경우 입력신호의 고유치 분포 폭이 넓게 분포되어 수렴속도가 저하하는 문제점이 있다. 그러므로 본 연구에서는 시간영역의 적응 알고리즘을 웨이블렛 변환을 하여 적응 알고리즘을 변환 영역에서 수행하고자 한다.

먼저  $N \times N$ 웨이블렛 변환 행렬을  $T_w$ 라 정의하고 입력벡터  $X(n)$ 이 있을 때 웨이블렛 변환영역 입력벡터  $z(n)$ 은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$Z(n) = T_w x(n) \quad (3)$$

여기서  $T_w$ 은 웨이블렛 저역통과필터와 고영통과 필터로부터 구해서 얻어진 행렬이다. 바라는 신호(desired signal)  $d(n)$ 가 있을 때, 입력신호에 대한 자기상관(autocorrelation)행렬과 상호상관(intercorrelation)벡터는

$$\begin{aligned} R_{zz} &= E[z(n)z^T(n)] \\ &= E[T_w x(n)x^T(n)T_w^T] \\ &= T_w R_{xx} T_w^T \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} P_{zd} &= E[d(n)z(n)] \\ &= T_w P_{xd} \end{aligned} \quad (5)$$

로 나타낼 수 있다. 여기서  $R_{xx}$ 와  $P_{xd}$ 는 각각 시간영역에서 입력신호에 대한 자기상관행렬과 상호상관벡터이다. 식(6)이 적응알고리즘의 오차는 바라는 신호에서 적응 알고리즘을 통과한 출력으로 계산되어진다.

$$e(n) = d(n) - y(n) \quad (6)$$

식 (6)의 MSE(Mean Square Error)을 최소화하기 위한 Wiener Solution은

$$g_{opt} = R_{zz}^{-1} P_{zd} \quad (7)$$

로 나타낼 수 있으며, 웨이블렛 변환의 직교성을 이용하여 원래 시간영역의 최적 임펄스응답인  $h_{opt}$ 는 아래의 식에 의해 환원될 수 있다.

$$g_{opt} = T_w h_{opt} \quad (8)$$

적응 알고리즘의 웨이트 벡터를 업데이트 시키는 알고리즘인 LMS알고리즘에 대하여 WTLMS알고리즘은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$g(n+1) = g(n) + \widehat{R}_{zz}^{-1}(n) z(n) e(n) \quad (9)$$

여기서

$$\widehat{R}_{zz}^{-1}(n) = \text{diag}[\widehat{Z}_0^{-1}(n) \ \widehat{Z}_1^{-1}(n) \ \dots \ \widehat{Z}_{N-1}^{-1}(n)] \quad (10)$$

이다. 은 적응필터의 차수를 나타내며, 식 (10)이 대각행렬은 다음과 같은 방법으로 추정할 수 있다.

$$Z_i(n) = \beta Z_i(n-1) + (1-\beta)(Z_i^2(n)), \quad 0 < \beta < 1 \quad (11)$$

그림 1 은 웨이블렛 적응 알고리즘을 나타낸 것이다.

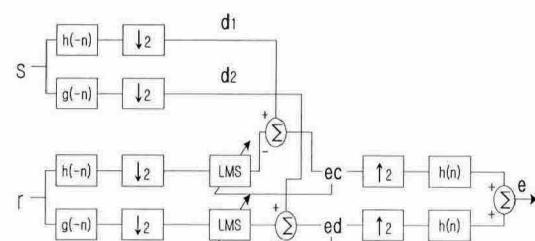


그림1. 웨이블렛 적응 알고리즘

Fig.1. Wavelet adaptive algorithm

#### IV. 고속웨이블렛 알고리즘

DWT은 입력신호와 웨이블렛 계수 사이에 컨벌루션(convolution)을 통해 변환이 이루어지므로 실제 하드웨어로 구현시 많은 연산량을 소모하게 된다. 이러한 컨벌루션의 계산을 줄이기 위한 방법으로 fast 컨벌루션 알고리즘이 제시되고 있는데 크게 두 가지 형태로 나눌 수 있다. 하나는 FFT에 기반을 둔 고속 알고리즘이며 다른 하나는 short-length fast running FIR 알고리즘이다. 보통 필터의 차수가 긴 경우에는 FFT 기반 고속 알고리즘이 유리하며, 짧은 필터차수를 가지는 경우에는 short-length fast running FIR 알고리즘을 사용한다 [4][5][6].

필터계수가 16차 이하인 경우에는 FFT를 이용한 고속 컨벌루션(fast convolution)은 시간영역에서 컨벌루션보다 계산량이 증가하는 문제점이 있다. 그러므로 실제 DWT 와 같은 짧은 필터계수를 가지는 응용분야에서는 이것에 맞는 적절한 고속 알고리즘을 적용해야 한다. 따라서 짧은 필터계수를 가지는 DWT 특성에 맞는 fast running FIR 알고리즘을 적용하여야 한다.

일반적인  $M$ 차 멀티레이트 분석, 합성 필터 뱅크를 그림 2에 나타내었다. 그림 2은  $N$ 주기로 서브샘플링(subsampling)되고, 채널신호에 대한 필터링을 가지는 구조로서 아주 일반적인 형태의 멀티레이트 분석, 합성 필터구조라고 할 수 있다.

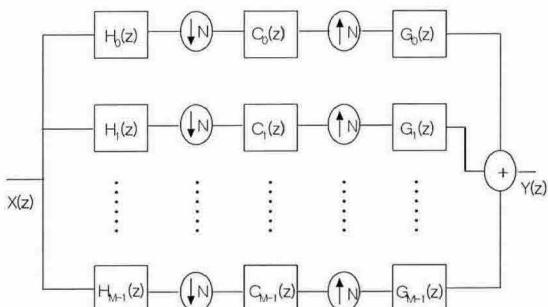


그림 2. 일반적인  $M$ 차 멀티레이트 분석, 합성필터 뱅크

Fig.2. General M multiplexer multi rate analysis, composition filter bank

먼저 입력신호  $x(n)$ 에 대한  $z$ 변환( $z$  transform)을  $X(z)$ 라 하고  $N$ 에 의해 서브샘플된 출력신호  $y(n)$ 에 대한  $z$ 변환을 나타내면 다음과 같다.

$$Y(z) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} X(W_N^n z^{1/N}), W_N = e^{-j2\pi/N} \quad (12)$$

역으로 입력신호에 대한 업샘플링(upsampling)된 신호에 대한 변환은

$$Y(z) = X(z^N) \quad (13)$$

로 나타낼 수 있다.

컨벌루션 알고리즘은 입력신호와 임펄스응답을  $z$ 변환하면  $z$ 변환 영역에서는 변환된 신호들이 다항식들의 곱셈 형태로 나타낼 수 있으므로 효율적으로 수행할 수 있다. 먼저  $N=2$ 로 서브샘플되고, 다음에 따르는 필터구조를 갖는 3채널 필터뱅크가 있다는 가정하여 고속컨벌루션 알고리즘은 다음과 같이 유도 된다.

$$h(z) = [z^{-1}, 1 + z^{-1}, 1]^T \quad (14)$$

$$C(z^2) = \text{diag}[H_0(z^2), H_0(z^2) + H_1(z^2), H_1(z^2)]^T \quad (15)$$

(15)

$$g(z) = [1 - z^{-1}, z^{-1}, z^{-2} - z^{-1}]^T \quad (16)$$

식 (12)과 식 (13)의 관계를 이용하여 그림 1의 시스템의 출력을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$Y(z) = [z^{-1} \cdot H_0(z^2) + z^{-2} \cdot H_1(z^2)] \cdot X(z) \quad (17)$$

이제 원하는 필터(desired filter)가  $H(z)$ 주어질 때  $H_0(z^2), H_1(z^2)$ 은 다음 방법으로 나타낼 수 있다.

$$H_0(z^2) = \frac{1}{2} [H(z) + H(-z)] \quad (18)$$

$$H_1(z^2) = \frac{z}{2} [H(z) - H(-z)] \quad (19)$$

(19)

여기서  $H(z)$ 의 필터 차수가  $2K$  일 때, 식 (18), 식 (19)의 필터차수는  $K$ 로 줄어든다. 식 (18), 식 (19)을 사용하여, 식 (17)을 나타내면,

$$Y(z) = z^{-1} \cdot H(z) \cdot X(z) \quad (20)$$

로 나타낼 수 있다. 식 (20)과 식 (18), 식 (19)에서 보는 것처럼 한 개의 지연소자를 추가함으로써 원래 FIR 필터가 가지는 필터차수보다 반으로 줄어든 3개의 필터로 대체할 수 있다. 즉 25% 출력 샘플당 곱셈수를 줄일 수 있다. 반면에 추가비용으로 두 개의 입력당 한번의 덧셈과 두 개의 출력당 3번의 덧셈이 필요하다. 알고리즘에 대한 볼록도를 그림 3에 나타내었다.

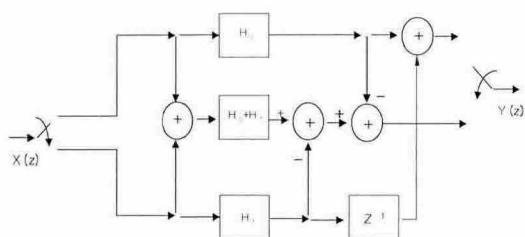


그림 3. Short-length fast running FIR 알고리즘  
Fig.3. Short-length fast running FIR algorithm

FIR 필터의 차수를  $L$  이라 가정했을 때, 기존의 FIR 필터와 고속 FIR 알고리즘 사이에 수학적인 계산량을 비교해 보면, 기존의 FIR 필터가 한 개의 출력당  $L$ 번의 곱셈과  $(L-1)$ 번이 덧셈이 필요한 반면, 고속 FIR 알고리즘인 그림 3은 출력 한 개당  $(3/4)L$  번의 곱셈과  $2+(3/2)(L/2-1) = (3/4)L+1/2$ 번의 덧셈이 필요하다.

## V. 제안하는 알고리즘

그림 1의 웨이블렛 적용 알고리즘에 그림 3의 앞단의 short-length running fast FIR 알고리즘을 적용할 경우 웨이블렛 적용 알고리즘에서 다운 샘플링을 수행하기 때문에 short-length running FIR 알고리즘에 두 출력 부분 중 한쪽을 생략함으로서 다운샘플링의 역할을 대신할 수 있게 된다. 따라서 본 논문에서는 두 출력 부분 중 짹수 번째로 나오는 경로를 제거함으로써 기존의 웨이블렛 적용 알고리즘에 short-length running fast FIR 알고리즘을 적용한 계산량보다 곱셈은  $(2/3)L$ 번, 덧셈은  $(1/4)L$ 번 계산하고 같은 성능을 보이는 것을 알 수 있다.

그림 4는 제안한 first fast running FIR 알고리즘을 나타낸 것이다.

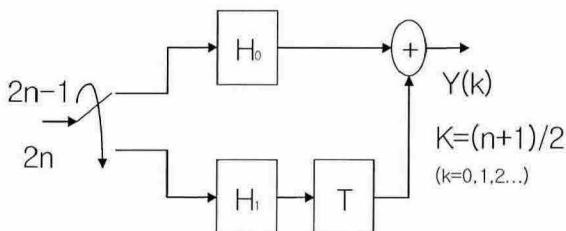


그림 4. First 제안한 fast running FIR 알고리즘  
Fig.4. First proposed fast running FIR 알고리즘

또한 그림 3의 LMS 알고리즘 수행 후 업 샘플링을 수행하기 때문에  $H_1$ 에 해당하는 Daubechies  $D_4$  웨이블렛 필터 계수에 곱해지는 값들이 0이므로 필터 계수를 제거함으로써 기존의 웨이블렛 적용 알고리즘을 적용한 계산량보다 곱셈은  $(2/3)L$ 번, 덧셈은  $(3/4)L$ 번 계산하고 같은 성능을 보이는 것을 알 수 있다.

그림 5는 제안한 second fast running FIR 알고리즘을 나타낸 것이다.

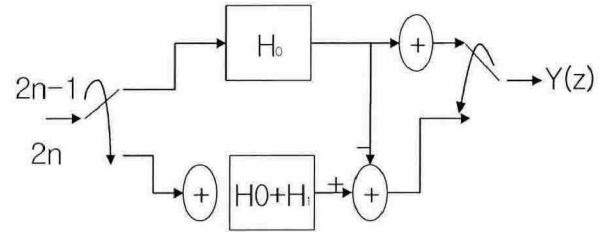


그림 5. Second 제안한 fast running FIR 알고리즘  
Fig.5. Second Proposed fast running FIR 알고리즘

그림 6은 제안한 fast running FIR 알고리즘을 웨이블렛 적용 알고리즘에 적용한 블록도이다.

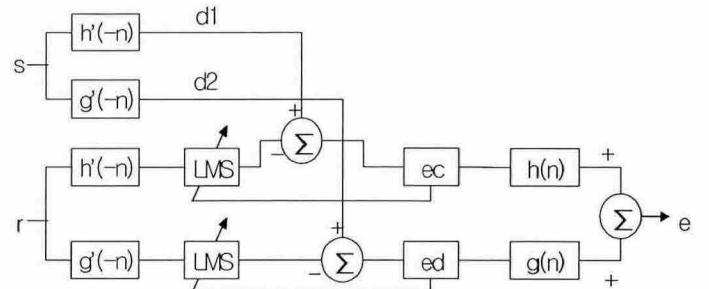


그림 6. 웨이블렛 적용 알고리즘에 적용한 블록도  
Fig.6. Block that apply to Wavelet adaptive algorithm

## VI. 시뮬레이션

시뮬레이션 환경은 입력  $x(n)$ 은 평균이 '0', 전력이 '1'인 white gaussian noise로 하였고, 원신호는 샘플링 주파수가 16kHz 이고 16bits로 양자화한 여성합성음으로 되어있다. 잡음의 전달경로는 3차 FIR 필터로 근사화하였고, 입력음성 SNR은 -4.49dB가 되도록 하였다. 필터의 차수는 각 알고리즘 모두 32차로 하고, FLMS(Fast LMS) 알고리즘이 경우는 블록길이와 필터차수의 길이를 갖게 하였다. WLMS 알고리즘이 경우 웨이블렛 변환은 Daubechies  $D_4$  웨이블렛 필터를 사용하였다. 적응상수  $\mu$  값은 LMS 알고리즘에 대하여 여러 번의 실험을 통해서 가장 우수한 0.06을 채택하였고, 다른 알고리즘에도 똑같이 사용하였다.

LMS와 주파수영역 알고리즘인 FLMS를 제안한 알고리즘인 WLMS 알고리즘 사이의 수렴성능을 MSE(Mean Square Error)를 통하여 비교하였다.

그림 7과 그림 8은 각각 원신호와 원신호에 잡음이 포함된 신호의 그래프이며 그림 9은 적용 알고리즘을 수행한 결과 출력되는 신호의 그래프를 나타낸다. 그림 10는 각 알고리즘별 MSE의 성능 곡선을 dB로 나타낸 그림이다. 그림 10에서 보는 것처럼 시간영역이 LMS 알고리즘

보다 변환영역에서 적응 알고리즘을 처리했을 때가 입력 신호의 상관도를 제거시킴으로써 보다 낮은 성능을 보임을 알 수 있으며, 주파수 영역 알고리즘보다 웨이블렛 기반에서 적용한 WLMS 알고리즘이 성능이 우수함을 알 수 있다. 또, 그림 11, 12, 13에서 보는 것처럼 웨이블렛 적응 알고리즘, short-length running FIR 알고리즘과 제안한 fast running FIR 알고리즘의 MSE에 대한 성능곡선은 같음을 보여준다.

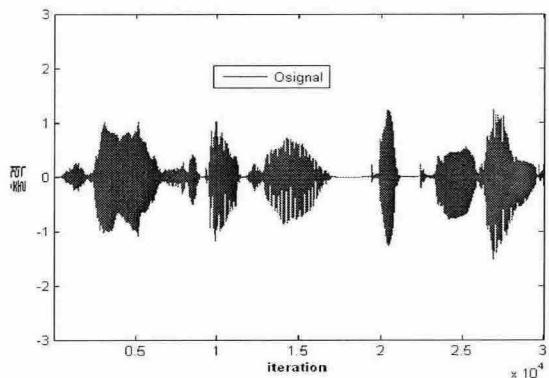


그림 7. 원 신호에 대한 그래프  
Fig.7. Graph about original signal

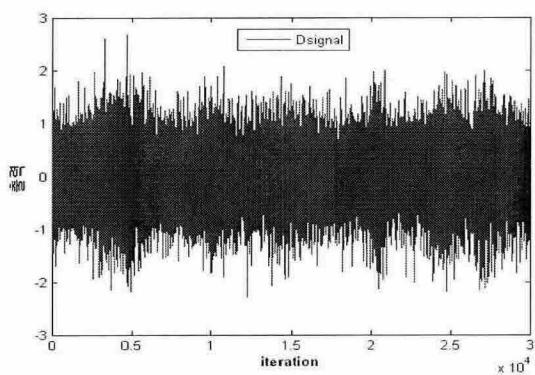


그림 8. 원 신호에 잡음이 포함된 신호  
Fig.8. Signal that noise is included to original signal

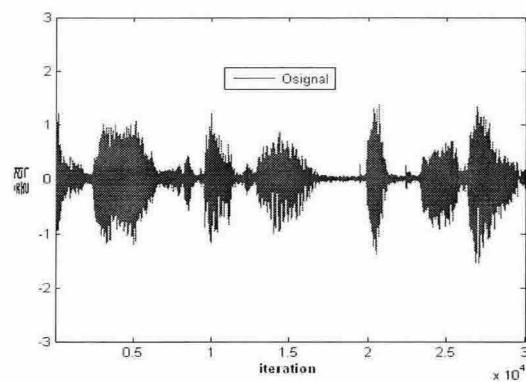


그림 9. 출력 신호에 대한 그래프  
Fig.9. Graph about output signals

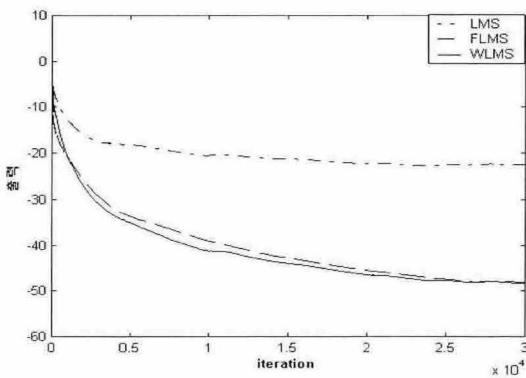


그림 10. 각 알고리즘에 대한 MSE 성능곡선  
Fig.10. MSE performance curve about each algorithm

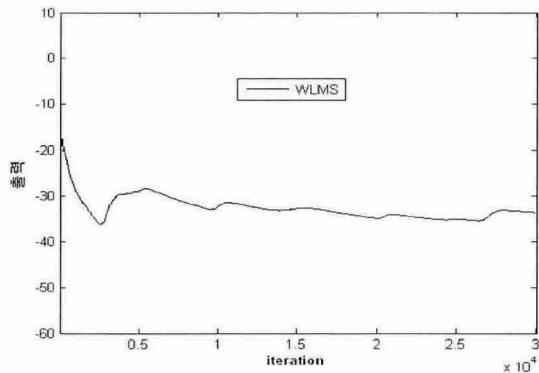


그림 11. 웨이블렛 적응 알고리즘 MSE 성능곡선  
Fig.11. MSE performance curve about Wavelet adaptive algorithm

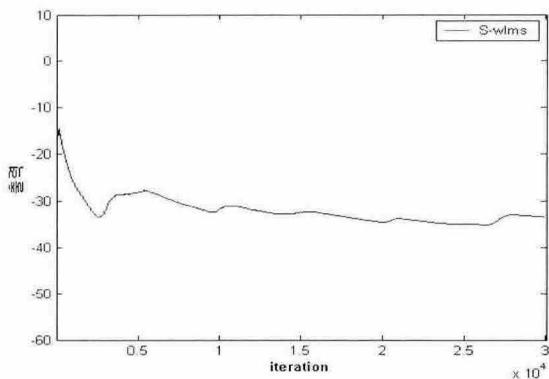


그림 12. short-length running fast FIR 알고리즘의 MSE 성능곡선

Fig.12. MSE performance curve for short-length running fast FIR algorithm

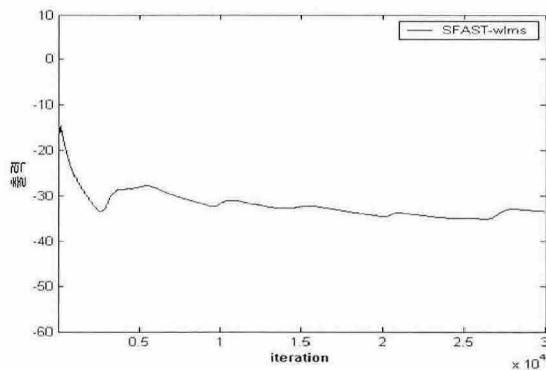


그림 13. fast1-short-length running fast FIR 알고리즘의 MSE 성능곡선

Fig.13. MSE performance curve for fast1-short-length running fast FIR algorithm

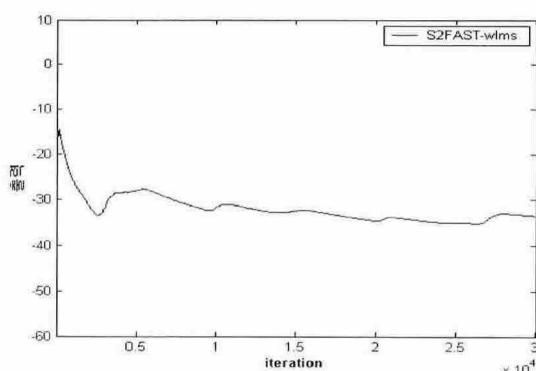


그림 14. fast2-short-length running fast FIR 알고리즘의 MSE 성능곡선

Fig.14. MSE performance curve for fast2-short-length running fast FIR algorithm

## VII. 결 론

본 논문에서는 수렴속도를 향상시키기 위해서 시간영역의 적응 알고리즘을 웨이블렛 변환을 이용한 웨이블렛 기반 적응 알고리즘에 대하여 연구하였다. 또한 웨이블렛 변환을 보다 고속으로 처리하기 위한 알고리즘을 이용하여 곱셈의 계산량을 줄임으로써 보다 빠른 스피드로 알고리즘이 수행되도록 하였다. 그 결과 제안한 알고리즘은 적은 계산량으로도 기존의 알고리즘에 비해 안정되고 빠른 수렴특성을 보여 주었다.

제안한 알고리즘은 음성을 사용한 적응신호처리 분야에 응용될 수 있으리라 본다. 향후 연구과제로는 웨이블렛 변환 특성에 대한 수학적 분석과 적응신호처리의 여러 분야에 웨이브렛 변환을 적용하는 연구에 대한 수행이 진행되어야 할 것이다.

## 참 고 문 헌

- [1] S.S. Narayan, M. Peterson, and J. Narasimha, "Transform domain LMS algorithm" IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, vol. Assp-31, pp. 609-615, June. 1983.
- [2] D.F. Marshall, W.K. Jenkins and J.J. Murphy "The use of orthogonal transform of adaptive filters" IEEE Trans. Circ. Syst., pp. 474-484, Apr. 1989.
- [3] Hosur and A.H. Tewfik, "Waelet Transform Domain LMS Algorithm", Proc. ICASSP-93, pp. 508-510, April 1993.
- [4] Z. J. Mou P. Dauhamel, "Short-length FIR filters and their use on fast nonrecursive filtering", IEEE Trams. Signal Proc., vol 39, pp. 1322-1332, June 1991.
- [5] M. Vetterli, "Running FIR and IIR Filtering Using Multirate Filter Banks", IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Proc., vol ASSP-36, pp. 730-738, May 1988.
- [6] S.S. Narayan, M. Peterson, and J. Narasimha, "Transform domain LMS algorithm" IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, vol. Assp-31, pp. 609-615, June. 1983.