

열팽창 계수의 2차원 해석 모델에 관한 연구

전형진* · 유상원* · 임남익* · 이기윤*

Study of 2-Dimensional Model for the Thermal Expansion of Composite Materials

H. J. Jeon*, S. W. You, * N. I. Lim*, K. Y. Lee*

Key Words : 복합재료, Eshelby, Chow, 2 차원, 디스크형, 섬유형, aspect ratio, 선팽창 계수

ABSTRACT

This paper proposes the solutions predicting the coefficient of the thermal expansion changes of composites which include the fiber-like shaped ($a_1 > a_2 = a_3$) and the disk-like shaped ($a_1 = a_2 > a_3$) inclusions like two dimensional geometries, which has one aspect ratios, $\alpha = a_1/a_3$. The analysis follows the procedure developed for elastic moduli by using the generalized approach of Eshelby's equivalent tensor. The influences of the aspect ratios, on the effective coefficient of thermal expansion of composites containing aligned isotropic inclusions are examined. This model should be limited to analyze the composites with unidirectionally aligned inclusions and with complete binding to each other of both matrix and inclusions having homogeneous properties. The coefficient of thermal expansion of composites (θ_{11}, θ_{22} and θ_{33}) are investigated. From material data of the composites with glass fiber in epoxy resin, the thermal expansions along the aspect ratio were obtained and similar to the Chow model. The longitudinal coefficients of thermal expansion θ_{11} decrease, as the aspect ratios increase. However, the transverse coefficients of thermal expansion θ_{22} increase or decrease, as the aspect ratios increase. And both of them decrease, as the concentration increases.

1. 서 론

복합재료(composite)는 성분이나 형태가 다른 두 종류 이상의 재료가 거시적(macroscopic)으로 조합되어 유효한 기능을 갖는 재료이다. 복합재료의 구성은 충전제(filler)와 기지재료(matrix materials)로 이루어져 있다. 복합재료에 사용되는 충전제의 형태는 종단방향의 횡단방향의 비인 aspect ratio ($\alpha = a_1/a_3, a_2=a_3$)에 따라 분류할 수 있는데, 이 비가 10 보다 크면 섬유로, 1 보다 작거나 같으면 입자(particle)로 분류 할 수 있다.

본 논문에서는 Eshelby 의 텐서를 이용하여 고분자 기지재료에 결합되어있는 타원형태의 충전제의 거동을 분석하고, Weng 의 탄성 이론을 적용하여 최종적으로 열 응력에 의한 복합재료의 열팽창 거동을 예측시와 유리섬유를 첨가시킨 타원형 충전제의 함유량과 aspect ratio 에 따른 2 차원 모델화시켜 이론적으로 해석을 하였고 Chow 의 모델과 비교하였다. 충전제의 고분자 기지재료 내부에서의 함유량과 aspect ratio 에 따른 종단방향과 횡단방향 및 부피 열 팽창계수의 거동에 대한 이론적인 접근과 해석결과를 나타내었다.

* 충남대학교 고분자공학과

2. 이론 및 전개

2.1 충전제의 Aspect ratio 에 따른 열팽창 거동
충진제의 타원형 모델은 식 (1)과 같이 표현할 수 있다.

$$\frac{x_1^2}{a_1^2} + \frac{(x_2^2 + x_3^2)}{a_3^2} = 1 \quad (1)$$

충진제의 분산은 랜덤하게 분포되어 있고, 거시적으로 균일한 상태를 지니고 있다. 마찬가지로 횡단방향으로도 x_1 축과 마찬가지로 등방성을 띄고 있다.

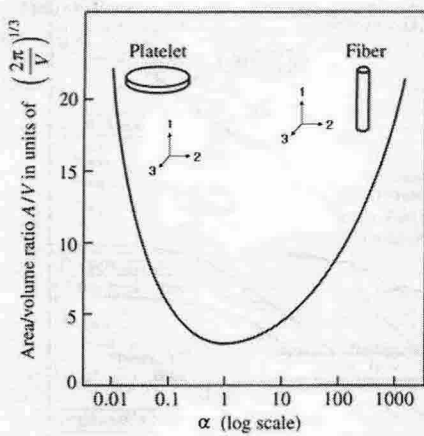


Figure. 1. Surface area-to volume ratio A/V of a cylindrical particle of given volume plotted vs. particle aspect ratio ($\alpha = a_1 / a_3$)

충진제의 aspect ratio 에 의한 섬유형태와 디스크 형태로 나타나는 실린더형태의 면적/부피에 관한 관계를 Figure. 1 에 나타내었다. 충전제와 기지재료의 선 팽창계수는 각각 θ_f 와 θ_m 로 표현하며, 열에 의해 변형되는 복합재료의 열변형은 식(2)과 같이 표현된다.

$$\varepsilon_{ij} = (\theta_f + \theta_m)\Delta T\delta_{ij} \quad (2)$$

여기서 ΔT 는 온도의 변화를 나타내며 δ_{ij} 는 Kronecker delta 함수이다.

2.2 Chow 모델

복합재료의 선 팽창 및 부피 팽창계수의 열변형에 의한 열적 거동을 모델링할 수 있다.

이 과정에서 Chow^{[3],[4]}는 열응력에 의해 일어난 열변형에 관한 식(3)에서 Eshelby 의 텐서를 열변형 거동에 대해 전개하여 열팽창 모델을 제시 하였다.

$$\varepsilon_{ij}^f = S_{ijkl}\varepsilon_{ij}^* + \varepsilon_{ij}^m \quad (3)$$

여기서 ε_{ij}^f 와 ε_{ij}^* 의 항은 충전제의 부피 평균 변형을 말하며, ε_{ij}^m 항은 기지재료의 부피 평균 변형을 나타낸다. 따라서 복합재료에서 일어나는 평균 변형값은 식 (4)에서 ε_{ij}^f 는 충전제의 변형값을 나타내고 ε_{ij}^* 항은 충전제의 평균변화를 나타내는 변형값을 나타낸다. 각각의 기지재료와 충전제는 탄성 모듈러스가 동일 하므로, ε_{ij}^* 는 기지재료에서의 평균변화를 나타내는 변형값과도 일치하게 되며 충전제의 함유량이 (ϕ) $\rightarrow 0$ 으로 변화할 때 ε_{ij}^* 값도 마찬가지로 0 이 된다.

기지재료 내부에 포함되어 있는 타원형 충전제는 복합재료에서 거시적으로 볼 때 균질상이며 부분적으로 일어나는 평균변형과의 차이는 전체 복합재료에서 보았을 때 0 이 된다.

$$\phi(\varepsilon_{ij}^f - \varepsilon_{ij}^*) + (1 - \phi)\varepsilon_{ij}^m = 0 \quad (4)$$

식 (3)와 식 (4)에서 변형값은 충전제의 평균 변형값을 이용하여 다음과 같이 표현된다.

$$\varepsilon_{ij}^f = (1 - \phi)S_{ijkl}\varepsilon_{ij}^* + \phi\varepsilon_{ij}^* \quad (5)$$

Eshelby 의 충전제의 평균 응력관계에서 다음과 같은 관계를 알 수 있다.^[6]

$$C_{pqij}^f(\varepsilon_{ij}^f - \varepsilon_{ij}^*) = C_{pqij}^m(\varepsilon_{ij}^f - \varepsilon_{ij}^*) \quad (6)$$

따라서 선 팽창계수 θ_{11} 와 θ_{33} 와 부피 팽창계수 γ 를 식 (2), (5), (6)과 충전제의 평균변화를 나타내는 변형값인 ε_{ij}^* 를 이용하여 모델화 시켰다.

2.3 복합재료의 2 차원 해석 모델

실제 복합재료의 선 팽창 및 부피 팽창계수를 계산할 때 가해진 열응력에 의해 변화되는 열변형값의 결정보다 주어지는 열응력의 값을 결정하기가 보다 더 쉽다.

Tandon 과 Weng 은 충전제가 열응력에 의해 일어난 열변형에 관한 식 (7)에서 Eshelby 의 텐서를 열응력 거동에 대해 전개하여 충전제의 평균변화를 나타내는 변형값인 ε_{kl}^* 를 계산 하였다.^[2]

$$\sim^f \sigma_{ij} = C_{ijkl}^m \sim^f \varepsilon_{kl} - \varepsilon_{kl}^* \quad (7)$$

여기서 $\bar{\sigma}_{ij}^f$ 는 기지재료에 주어지는 평균변형 스트레인에 의해 교란된 충전제의 변형 응력을 말한다. $\bar{\varepsilon}_{kl}^f$ 는 교란된 충전제의 변형 응력에 의해 교란된 변형($\bar{\sigma}_{ij}^f = C_{ijkl}^f \bar{\varepsilon}_{kl}^f$)을 표시한다.

$\bar{\varepsilon}_{kl}^*$ 는 Eshelby 의 등적원리에 의해 충전제에 주어지는 응력은 식 (8)과 같이 표현 할 수 있다.^{[1],[6]}

$$\bar{\sigma}_{ij}^m + \bar{\sigma}_{ij}^f + \bar{\varepsilon}_{ij}^f = C_{ijkl}^m (\bar{\varepsilon}_{kl}^m + \bar{\varepsilon}_{kl}^f + \bar{\varepsilon}_{kl}^* - \bar{\varepsilon}_{kl}^*) \quad (8)$$

여기서 $\bar{\sigma}_{ij}^m$ 는 기지재료에 주어지는 평균 응력이고 C_{ijkl}^m 는 기지재료의 모듈러스이다.

따라서 기지재료에 주어지는 평균변형 스트레인에 의해 교란된 충전제의 변형 응력과 식 (7), 식 (8)과 에 의해 모듈러스의 변화를 변형값인 $\bar{\varepsilon}_{kl}^*$ 의 종단방향과 횡단방향의 모듈러스 관계를 전개하여 충전제의 변화비를 식 (9), (10)에 나타내었다.

$$\frac{E_{11}}{E_m} = \frac{1}{1 + \phi(A_1 - 2A_2)/A} \quad (9)$$

$$\frac{E_{22}}{E_m} = \frac{1}{1 + \phi[(A_3 + A_4)/A]} \quad (10)$$

여기서 E_{11} 는 종단방향의 모듈러스이며 E_{22} 는 횡단방향의 모듈러스이고 A 는 Lamé 상수와 Eshelby 의 텐서항으로 나타낼 수 있다.^{[1],[2]}

따라서 열에 의해 변형되는 복합재료의 열변형 식(2) 와 식 (9), (10)에 의해 열응력과 종단방향과 횡단방향 및 부피 열변형 관계를 모델링 할 수 있다.

3. 수치해석 결과

Table 1 에 분석에 사용된 재료의 물성에 대해 나타내었다.

Table 1 Epoxy and Glass Fiber

	Density (g/cm ³)	Modulus (Gpa)	Linear CTE (K ⁻¹)	Poisson's ratio
Epoxy	1.1 ~ 1.4	2.4 ~ 2.8	81 × 10 ⁻⁶ ~ 110 × 10 ⁻⁶	0.35
Glass Fiber	2.54	72.4	5.0 × 10 ⁻⁶	0.20

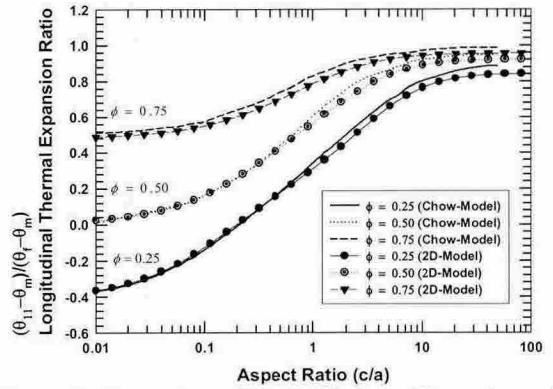


Figure 2. Comparison of the coefficient of linear thermal expansion of current 2D-model study with Chow-model(the data read from graph^[4])

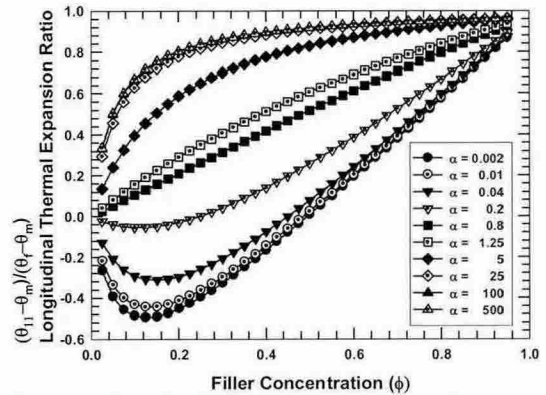


Figure 3. Longitudinal thermal expansion change and filler concentration.

복합재료에 포함되어 있는 충전제의 양의 변화에 따른 chow 모델과의 비교를 Figures 2, 3 에 나타내었다 Chow 모델은 논문의 그래프로부터 얻었다.^[4]

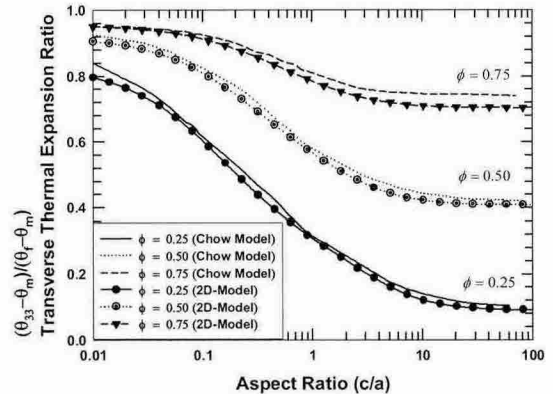


Figure 4. Comparison of the coefficient of linear thermal expansion of current 2D-model study with Chow-model(the data read from graph^[4])

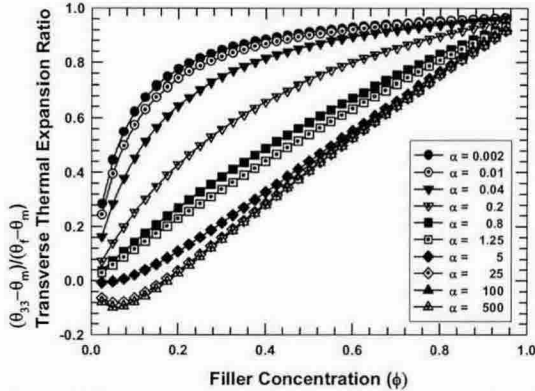


Figure 5. Transverse thermal expansion change and filler concentration.

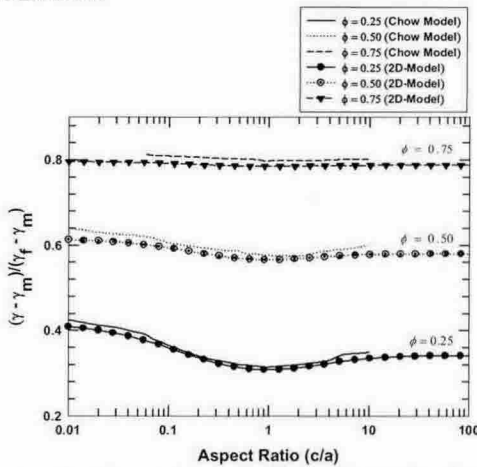


Figure 6. Comparison of the volumetric thermal expansion of current 2D-model study with Chow-model(the data read from graph^[4])

2 차원 모델과 chow 모델이 유사한 경향을 보이며, 부피 팽창 계수의 값은 aspect ratio 의 변화보다 복합 재료내에 포함된 충전제의 양에 보다 더 영향을 받는다.

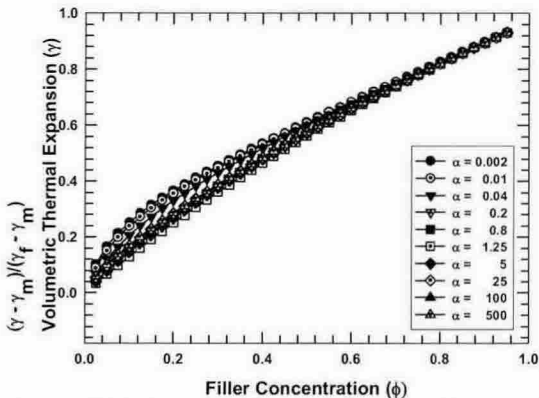


Figure 7. Volumetric thermal expansion change and filler concentration.

그러나 충전제의 양이 적어질수록 aspect ratio 에 의한 부피 팽창 계수에 보다 영향을 준다. 이러한 경향은 각 방향에 서로 연관성이 큰 모듈러스와 차이를 보인다. 선 팽창 및 부피 팽창은 각 방향의 선 팽창 거동에 주는 영향이 비교적 적다. 따라서 충전제의 양이 적어지면 적어질수록 aspect ratio 에 의한 영향이 더 커지게 된다.

4. 결론

고분자 기지재료에 결합되어 있는 유한한 충전제의 종단방향과 횡단방향의 선 팽창계수와 부피 팽창계수에 대해 유도 하였다. 이쪽시 기지재료와 유리섬유 충전제에 대하여 aspect ratio (α)와 함유량의 변화(ϕ)에 대한 관계의 해석결과를 Chow 모델과의 비교를 통해 검증 및 제안을 하였다. Figures. 2, 3 에서 종단방향의 선 팽창 계수의 거동을 보이며, Figures. 4, 5 에서 횡단방향의 선 팽창 계수를 나타내었다. 이때 충전제의 비등방성을 나타내는 aspect ratio 가 $\alpha = 10^2$ 인 디스크형, $\alpha = 500$ 인 섬유형 충전제 함유량에 따른 해석을 하였다. Figures. 6, 7 에서는 부피 팽창계수가 충전제의 모양에 큰영향을 받지 않음 보이며 충전제의 함유량에 의한 영향을 보였다. 또한 Figure. 8 에서는 종단방향과 횡단방향 및 부피 팽창계수에 대한 충전제의 함유량의 변화 모습을 기지재료에 함유된 충전제의 aspect ratio(α)에 따른 거동을 나타내었다.

5. 참고문헌

1. K.Y. Lee, and D.R. Paul, "A model for composites containing three-dimensional ellipsoidal inclusion", Polymer, 46, 9064 (2005).
2. G. P. Tandon and G. J. Weng, Polym. Compos., 1984;5:327-33.
3. T.S. Chow, J. Polym. Sci. Polym. Phys. Ed.,16, 959(1978)
4. T.S. Chow, J. Polym. Sci. Polym. Phys. Ed.,16, 967(1978)
5. K. Wakashima, M. Otsuka and S.Umekawa, J. Compos. Mater., 8, 391(1974)
6. Eshelby JD., Proc. Roy. Soc. Lond., 1957;A241(1226): 376-96.
7. T. Mori and K. Tanaka, Acta Metall., 1963;21: 571-74.
8. T. Mura, Micromechanics of Defects in Solids. 2nd Ed., The Hague: Martinus Nijhoff: 1987. p 74.
9. R. Hill, J. Mech. Phys. Solids, 1964;12:199-212.
10. Halpin JC., AFML,1969; TR 67-423.
11. Tucker CL and Liang E., Compos. Sci. and Techn., 1999;59: 655-71.