

외연적 시간적분법을 이용한 복합재료 섬유 파단 시 음향방출의 3차원 유한요소 해석

백승훈*·박시형*·김승조**

Tree-dimensional FE Analysis of Acoustic Emission of Fiber Breakage using Explicit Time Integration Method

Seung Hoon Paik, Si Hyong Park and Seung Jo Kim

Abstract

The numerical simulation is performed for the acoustic emission and the wave propagation due to fiber breakage in single fiber composite plates by the finite element transient analysis. The acoustic emission and the following wave motions from a fiber breakage under a static loading is simulated to investigate the applicability of the explicit finite element method and the equivalent volume force model as a simulation tool of wave propagation and a modeling technique of an acoustic emission. For such a simple case of the damage event under static loading, various parameters affecting the wave motion are investigated for reliable simulations of the impact damage event. The high velocity and the small wave length of the acoustic emission require a refined analysis with dense distribution of the finite element and a small time step. In order to fulfill the requirement for capturing the exact wave propagation and to cover the 3-D simulation, we utilize the parallel FE transient analysis code and the parallel computing technology.

Key Words: fiber breakage, acoustic emission, parallel computing

1. 서 론

센서 기술의 발달로 인해, 복합재 파손 시 발생하는 음향 방출 시그널을 복합재에 부착된 센서를 이용하여 측정 한 후, 주파수 영역으로 변환하여 손상 위치 및 손상 모드를 실시간 모니터링하는 방법이 최근 연구되고 있다.[1-3] 음향 방출 모니터링에 의한 손상 검사방법은 지금까지 주로 실험에 의해 많이 연구 되고 있으며, 유한요소법을 이용한 수치 해석적인 방법으로는 아직 활발히 연구되지 않고 있다. 충격에 의한 손상 및 음향 방출 수치 해석은 일반적으로, 1)충격 및 충격 하중 전달 2) 손상여부판단 3) 파손 음원 발

생 4) 응력과 전달의 4 단계로 분류될 수 있을 것이다. 본 연구에서는 외연시간적분법과 유한요소법을 이용한 3), 4) 단계의 수치모사에 대해 적용가능성 및 타당성을 검토해 보고자 한다.

재료의 손상 시 발생하는 음원의 모델(source model)로는 크랙에 의한 불연속 변위의 방향과 크기로부터 유도된 등가체적력 모델[4]을 많이 사용한다. 등가체적력은 하중의 다이폴(dipole) 형태인 모멘트텐서(moment tensor)로 불연속 혹은 크랙의 크기가 파장(wave length) 보다 훨씬 작다는 가정 하에서 유효한 모델이다.[5] 복합재 파손에 의한 음향 방출해석 수치모사는 지금까지 주로 그린 함수(Green function) 또는 푸리에(Fourier) 변환 기법을 사용하여 왔다.[6] 그러나 향후 충격 및 그에 따른 복합재 파손 및 음향방출을 모두 연동해서 풀기 위해서는 이러한 방식으로는 효과적으로 모사하기가 어렵다.

본 연구에서는 음원 모델로 등가 체적력 모델을 사용하고, 음원에서 발생하는 응력과 전달의 해

* 서울대학교 기계항공공학부 대학원

** 서울대학교 기계항공공학부, 교수
비행체 특화연구센터, 소장

석을 위해, 외연적 시간적분법을 기반으로 하는 3차원 유한요소법을 사용하였다.

섬유파단 시 매우 높은 주파수의 음향이 방출된다. 짧은 파장(wave length)의 높은 주파수가 음파 전달 속도로 전달되는 과정을 효과적으로 모사하기 위해서는 유한요소의 크기와 적분 시간스텝이 충분히 작아야 한다. 이것은 곧 많은 유한요소 개수 즉, 많은 메모리 요구량과 많은 시간스텝으로 인한 긴 계산시간을 의미한다. 이러한 문제를 해결하기 위해 해석 코드를 병렬화하여, 방대한 계산량을 효과적으로 처리하였다.

2. 음향방출 해석

2.1 음원 모델

재료의 파손시에 발생하는 응력파를 모사할 수 있는 등가의 체적력은 다음과 같다[7].

$$f_i = - \int_V n_l \{ [u_k] c_{kl ij} \delta_{,j} + [u_{k,j}] c_{iljk} \delta \} dV \quad (1)$$

$[u_k]$ 는 변위 불연속, δ 는 dirac delta 이다. 위의 체적력은 한 점에 작용하는 모멘트의 성질을 가지게 되고 텐서 형태로 표현할 수 있다.

$$M_{ij} = \int_V n_l [u_k] c_{kl ij} dV \quad (2)$$

크랙의 크기가 응력파의 최소 파장보다 충분히 작다고 가정하면 위 식은 다음과 같이 형태로 나타낼 수 있다.

$$M_{ij} = c_{ijkl} [u_k] A_l \quad (3)$$

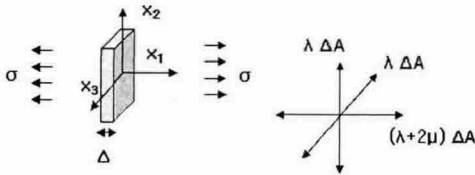


Figure1. crack opening and its moment tensor

예를 들어 위의 그림과 같은 모드 I 크랙의 경우, 모멘트 텐서는 다음과 같이 표현된다.

$$M_{ij} = \begin{bmatrix} \lambda+2\mu & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & \lambda \end{bmatrix} \Delta A \quad (4)$$

여기서, Δ 는 크랙으로 인해 벌어진 크기(crack opening), A 는 크랙의 면적으로 ΔA 는 크랙의 체적을 의미한다.

음원 체적 ΔA 는 갑자기 발생하지 않으므로, 크랙이 발생하여 진전되는 과정을 고려해야 한다. 특히 음향 방출 해석에 있어서 중요한 성분인 크랙의 진전 속도만을 고려하여 $S(t)$ 로 스케일링한다.

$$\begin{aligned} S(t) &= \alpha t^\beta & (0 \leq t \leq \tau/2) \\ S(t) &= 1 - \alpha(\tau - t)^\beta & (\tau/2 \leq t \leq \tau) \\ S(t) &= 1 & (\tau \leq t) \end{aligned} \quad (5)$$

일반적으로 위 함수는 재료와 크랙형상에 관계없이 일정하게 적용가능하다[7].

2.2 유한요소 정식화

운동량 보존법칙과, 표면력 경계조건, 내력 연속 조건에 테스트 함수를 도입하고, 현재 형상(current configuration)에 대해 적분하면,

$$\begin{aligned} \int_\Omega \delta v_i (\rho \dot{v}_i - \sigma_{ji,j} - \rho b_i) d\Omega + \int_{\Gamma_k} \delta v_i (\sigma_{ij} n_j - \bar{t}_i) d\Gamma \\ + \int_{\Gamma_{int}} \delta v_i (\sigma_{ij}^+ - \sigma_{ij}^-) n_j d\Gamma = 0 \end{aligned} \quad (6)$$

발산 정리를 적용하고, 약형을 유도하면 다음과 같은 가상 일률의 원리가 유도된다.

$$\begin{aligned} \int_\Omega \frac{\partial(\delta v_i)}{\partial x_j} \sigma_{ji} d\Omega - \int_\Omega \delta v_i \rho b_i d\Omega \\ - \sum_{i=1}^{DIM} \int_{\Gamma_k} \delta v_i \bar{t}_i d\Gamma + \int_\Omega \delta v_i \rho \dot{v}_i d\Omega = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

형상함수를 도입하여, 각 변수들을 이산화한 후 위 식 (7)에 적용하면,

$$\begin{aligned} \int_\Omega \frac{\partial N_I}{\partial x_j} \sigma_{ji} d\Omega - \int_\Omega N_I \rho b_i d\Omega \\ - \sum_{i=1}^{DIM} \int_{\Gamma_k} N_I \bar{t}_i d\Gamma + \int_\Omega N_I \rho \dot{v}_i d\Omega = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

첫 번째 항은 내력벡터(internal force vector), 두 번째와 세 번째 항은 외력벡터 그리고 마지막 항은 관성력벡터(inertial force vector)이다. 이중 내력 벡터는 다음과 같은 과정을 거쳐 구하게 된다.

1. Compute measures of deformation :

$$D^{n+1/2}, W^{n+1/2}$$

2. Objective Stress Rate :

$$\dot{\sigma}^{n+1/2} = C D^{n+1/2}$$

3. Stress Rate :

$$\dot{\sigma}^{n+1/2} = \dot{\sigma}^{n+1/2} + \sigma W^T + W \sigma$$

4. Update Stress :

$$\sigma^{n+1} = \sigma^n + \dot{\sigma}^{n+1/2} \Delta t^{n+1/2}$$

5. Assemble to global vector :

$$f_e^{int, n+1} \leftarrow f_e^{int, n+1} + B^T \sigma^{n+1} \bar{\omega} Q^J |_{\epsilon_0}$$

Figure 2 Flow chart for internal force vector

2.3 외연적 시간적분법

시간 t_n 에서 이산화(semi-discrete) 된 운동 방정식은 다음과 같다.

$$M \ddot{a}^n = F_{ext}^n - F_{int}^n \quad (9)$$

여기서 M 은 대각화된 질량 행렬이고, F_{ext}^n 은 외력 벡터, F_{int}^n 은 내력 벡터이다. 시간 스텝 $n+1$ 번째에서의 값을 구하기 위해 중앙차분법을 적용하면 다음과 같다.

$$a^n = M^{-1} (F_{ext}^n - F_{int}^n) \quad (10)$$

$$v^{n+1/2} = v^{n-1/2} + a^n \Delta t^n \quad (11)$$

$$u^{n+1} = u^n + v^{n+1/2} \Delta t^{n+1/2} \quad (12)$$

$$\Delta t^{n+1/2} = \frac{(\Delta t^n + \Delta t^{n+1})}{2} \quad (13)$$

이고, a , u , v 는 각각 노드의 가속도, 속도, 변위이다. 해의 안정성을 보장하기 위해 시간스텝 크기는 CFL(Courant-Friedrichs-Lewy) 조건을 만족하도록 제한하였다

3. 섬유 파단 시 음향방출 수치 예제

유한요소법 및 외연시간적분법을 이용한 음향방출해석의 신뢰성 및 타당성을 검증하기 위해, 티타늄 기지에 단일 실리콘 섬유가 내재된 복합재판에 대해 섬유파단 시 발생하는 변위를 피에조센서를 이용하여 측정한 실험[7]과 동일한 조건으로 해석을 수행하고 실험결과와 비교하였다.

3.1 유한요소 모델

해석 모델은 Ti-6Al-4V 기지에 140 μm 직경의 단일 SCC-6 실리콘 카바이드 섬유가 내재된 복합재이다(Figure3). 8노드 육면체 요소를 사용하여 기지와 섬유를 각각 모델링하였으며, 등방성, 선형 탄성 가정 하에 해석 하였다. 해석은 1/8 모델에 대해 수행하였다(Figure 4).

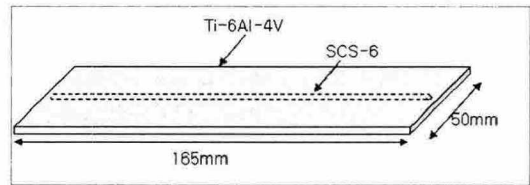


Figure 3. Test sample geometry

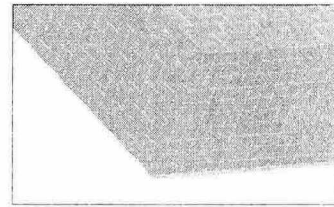


Figure 4. FE Model of single fiber composite

섬유길이방향으로의 인장 시, 섬유파단은 788 Mpa의 인장하중, 2,790 Mpa의 섬유 인장응력에 도달했을 때 발생한다고 보면 모멘트텐서는 다음과 같다.[7]

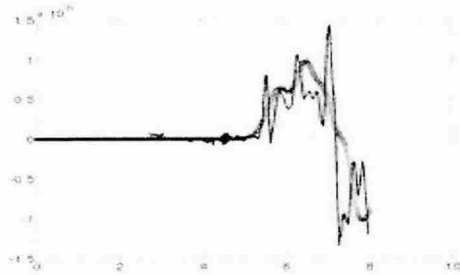
$$M_{ij} = \begin{bmatrix} 23.1 & 0 & 0 \\ 0 & 3.8 & 0 \\ 0 & 0 & 3.8 \end{bmatrix} Nmm \quad (14)$$

식(5)의 음원함수(source function)의 형상에서 음원 증가시간(rise-time) τ 와 형상상수(shape constant) β 는 일반적으로 0.30 μs 와 2를 사용하며, 본 예제에서도 같은 값을 사용하였다.

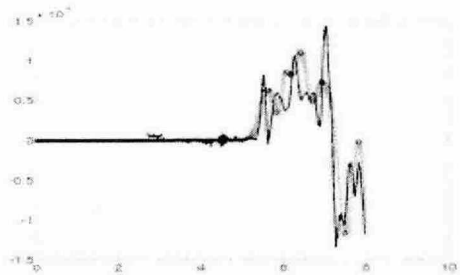
3.2 해석 결과

해석으로 부터 구해진 시간에 따른 변위를 보면, 요소크기와 시간 스텝이 작아질수록 실험에서 측정된 변위와 더 잘 일치 하는 것으로 나타난다(Figure 5). 1,200만 자유도 정도에서 변위의 형

태 및 최대치 등이 매우 잘 일치하는 것으로 나타나며, 이때의 요소크기(육면체 한 변의 길이)는 약 0.1 mm, 시간스텝은 약 6 nano second 이다.



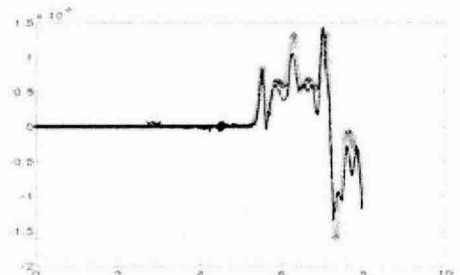
(a) 0.09M DOF



(b) 0.6M DOF



(c) 4.8M DOF



(d) 12M DOF

Figure 5. Time history of displacement induced by fiber breakage (solid line : experiment - 1996, D.Sypeck , * : simulation - present)

4. 결 론

본 연구에서는 그린 함수(Green function) 또는 푸리에(Fourier) 변환을 사용한 기존의 방법과는 달리, 외연적 시간적분법을 기반으로 하는 3차원 유한요소법을 사용하여 섬유파단 시 음향방출 해석을 수행하였고 그 적용가능성을 검토하였다. 그 결과, 이 방법으로 음향방출 해석을 효과적으로 모사할 수 있음을 보였다. 요소크기가 작아질수록 시험 결과와 더 근접한 결과가 나왔고, 정확한 음향방출 모사를 위해서는 요소크기와 시간스텝의 크기가 충분히 작아야 함을 알았다.

참고문헌

- (1) D. Sung, C. Kim and C. Hong, "Monitoring of impact damages in composite laminates using wavelet transform," Composites Part B, Vol. 33, 2002, 35-43
- (2) 김진원, 김인걸 "고분자압전센서신호를 이용한 복합적층판의 고속충격 손상탐지" 2004 군사과학기술학회 종합학술대회 논문집, Vol II 848-851
- (3) J.H. Shih and A.K. Mal, "Acoustic emission from impact damage in cross-ply composites," Proc. Struct. Health Monit. 2000, 209-217
- (4) R. Burridge and L. Knopoff, "Body force equivalents for seismic dislocations," Bull. Seismol. Soc. Am., Vol. 64, 1964, 1875-1888
- (5) J.R. Rice, "Elastic wave emission from damage processes. J. Nondestr. Eval. Vol. 1, 1980, 215-223
- (6) M. Aberg, " Numerical modeling of acoustic emission in laminated tensile test specimens, " International Journal of Solids and Structures, Vol. 38, 2001, 6643-6663
- (7) D. Sypeck, "Damage evolution in titanium matrix composites," Ph.D. Thesis, University of Virginia, 1996