

대칭 및 반 대칭으로 적층된 복합재료 채널 빔의 굽힘 거동

박 미 정* 전 흥 재** 변 준 형***

Bending Behaviors of CAS and CUS Thick-walled Composite Channel Beam

Park, Mi-Jung*, Chun, Heoung-Jae**, Byun, Jun-Hyung***

Key Words : Bending Behavior, Thick-walled channel beam, Composite materials

Abstract

The thick open section composite beams are used extensively as load carrying members and stiffeners of structural elements. However, most of studies on thick composite beams are limited only to closed section beams. In this study, an open cross-section thick-walled composite beam model which includes coupled stiffness, transverse shear, and warping effects is suggested and the deflections associated with the thick-walled composite beams and thin-walled composite beams are obtained and compared with the finite element analysis results. The correlation between thin and thick walled composite beam was achieved for two different layup configurations which are the circumferentially asymmetric stiffness (CAS) and circumferentially uniform stiffness (CUS) beams.

1. 서 론

복합재료는 단독재료로서는 가질 수 없는 높은 비강성, 비강도 등의 우수한 재료 특성을 가지고 있으므로 산업분야가 다양해지고 경량화를 요구함에 따라 금속재료를 대신하여 많이 사용되어지고 있으며 이러한 복합재료 중 섬유강화 복합재료는 적층판의 두께와 섬유 각도 그리고 적층 순서를 결정할 수 있는 이방성 재료의 특성을 갖고 있으므로 설계자의 요구조건에 적합한 특성을 갖도록 구조요소를 설계할 수 있는 장점을 가지고 있다. 이러한 적층 복합재료는 주 구조재를 포함하여 산업전반에서 폭 넓게 사용되고 있으며, 현재 1차 구조재로서의 연구가 활

발히 진행되고 있다.¹⁾ 일찍이 *Bauld* 와 *Tzeng*²⁾은 얇은 개단면 복합재료 빔에 대하여 *Vlasov-type* 이론을 적용하여 복합재료 빔의 거동을 해석하였으며, *Song*과 *Librescu*³⁾은 임의의 단면을 가지는 얇은 폐단면 복합재료 빔에 대한 보완된 이론을 발전시켰다. 또한 두꺼운 폐단면 복합재료 빔에 대하여 *White*와 *Kim*⁴⁾은 주 뒤틀림 및 변위 뒤틀림 효과를 적용하여 복합재료 빔에 대한 이론을 전개하였으나 아직 두꺼운 개단면 복합재료 빔에 대한 이론의 연구는 미비한 상태이다. 본 연구에서는 대칭 및 반 대칭 적층 빔에 대하여 집중 하중을 적용하였을 때의 굽힘 변위를 포함하여 얇은 개단면 복합재료 빔의 해석 결과와 비교하여 얇은 복합재료 빔 이론과 두꺼운 복합재료 빔 이론의 차이를 ANSYS 결과와 비교, 고찰하였다.

* 연세대학교 기계공학과 대학원

** 연세대학교 기계공학부

*** KIMM(한국기계연구원)

2. 두꺼운 복합재료 빔 이론

2.1 기본가정

본 연구에서는 다음과 같은 기본가정이 사용되었다.⁵⁾

- 1) 빔 단면의 등고선은 자신의 면에 대하여 변형하지 않는다.
- 2) 빔 단면의 면의 변위는 단면 좌표계 y 와 z 의 3차 함수로 표현 되어진다.
- 3) 빔의 각 요소는 두꺼운 Shell 의 거동을 가진다.
- 4) 주 뒤틀림과 변의 뒤틀림은 빔에 대하여 유효하다.
- 5) 미소 변형 및 선형탄성 한계 내에서 빔은 거동한다.

2.2 변위장 및 변형률

해석 모델의 전개를 위해서 그림 1에서 보는 바와 같이 보의 단면이 y 축과 z 축 으로 이루어져 있으며, x 축이 빔의 길이 방향인 (x, y, z) 직교좌표계와 상호 연관된 두 개의 좌표계와 중간면에 접선방향으로 형성되어 지는 s 좌표계와 중간면에 수직방향으로 형성되는 n 좌표계를 사용하는 (x, s, n) 국부좌표계, 상호 연관된 두 종류의 좌표계가 사용되어 진다.

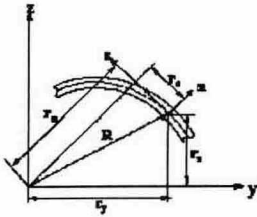


그림 1. 직각 및 국부좌표계

이러한 상호 연관된 좌표계와 가정 1) 과 2)를 이용하여 다음과 같은 일반적인 변위장을 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 u(x, s, n) &= u_0(x) - r_y \left[\phi_y(x) + \frac{4}{3} \left(\frac{r_y}{d} \right)^2 (v_0(x) - \phi_y(x)) \right] \\
 &\quad - r_z \left[\phi_z(x) + \frac{4}{3} \left(\frac{r_z}{c} \right)^2 (v_0(x) - \phi_z(x)) \right] \\
 &\quad - [\psi_p(s, n) + \psi_s(s, n)] \theta'(x) \\
 u_s(x, s, n) &= v_0(x) \frac{dv(s)}{ds} + w_0(x) \frac{dz(s)}{ds} + \theta(x) \\
 &\quad [r_n(s) + n \left(\left(\frac{dz(s)}{ds} \right)^2 + \left(\frac{dv(s)}{ds} \right)^2 \right)] \\
 u_n(x, s, n) &= v_0(x) \frac{dz(s)}{ds} - w_0(x) \frac{dv(s)}{ds} \\
 &\quad - \theta(x) r_s(s) \quad (1)
 \end{aligned}$$

여기서 u, u_s, u_n 은 각각 단면 중간면 변위의 축방향, 접선방향, 직각방향 변위를 나타내고, $u_0(x), v_0(x), w_0(x)$ 는 각각 x, y, z 방향의 중간면에서의 변위를 나타내며, ϕ_y, ϕ_z 는 각각 y 와 z 좌표에 대한 회전각을 나타낸다. 또한 ψ_p, ψ_s 는 각각 주 뒤틀림 함수와 변의 뒤틀림 함수를 나타내고 있으며, 변위장에서 표현된 r_s, r_n, r_y, r_z 는 각각 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}
 r_s(s) &= y(s) \frac{dv(s)}{ds} + z(s) \frac{dz(s)}{ds} \\
 r_n(s) &= y(s) \frac{dz(s)}{ds} - z(s) \frac{dv(s)}{ds} \\
 r_y(s) &= y(s) + n \frac{dz(s)}{ds} \\
 r_z(s) &= z(s) - n \frac{dv(s)}{ds} \quad (2)
 \end{aligned}$$

위의 변위장을 이용하여 변형률을 표현하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}
 \epsilon_{xx} &= \frac{\partial u}{\partial x} \\
 \gamma_{xn} &= \frac{\partial u}{\partial n} + \frac{\partial u_n}{\partial x} \\
 \gamma_{xs} &= \frac{\partial u}{\partial s} + \frac{\partial u_s}{\partial x} \quad (3)
 \end{aligned}$$

2.3 응력-변형률 관계

직교 이방성을 갖는 일반적인 복합재료의 k 번째 적층판은 다음과 같은 관계를 가진다.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{ss} \\ \sigma_{nn} \\ \tau_{sn} \\ \tau_{nx} \\ \tau_{xs} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{13} & 0 & 0 & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{23} & 0 & 0 & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{13} & \bar{Q}_{23} & \bar{Q}_{33} & 0 & 0 & \bar{Q}_{36} \\ 0 & 0 & 0 & \bar{Q}_{44} & \bar{Q}_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{Q}_{45} & \bar{Q}_{55} & 0 \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{36} & 0 & 0 & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{ss} \\ \epsilon_{nn} \\ \gamma_{sn} \\ \gamma_{nx} \\ \gamma_{xs} \end{Bmatrix} \quad (4)$$

\bar{Q}_{ij} 는 축소된 변형강성을 나타낸다.⁵⁾

여기서 응력 성분 $\sigma_{nn}, \sigma_{ss}, \tau_{sn}$ 은 면외응력 성분으로서 이외의 응력 성분에 비하여 무시할 만큼 작다. 그런데 그에 따르는 변형률 성분인 $\epsilon_{nn}, \epsilon_{ss}, \gamma_{sn}$ 은 빔의 두께가 증가 함에 따라 무시할 수 없는 항이 된다. 따라서, $\epsilon_{nn}, \epsilon_{ss}, \gamma_{sn}$ 의 변형률 성분을 $\epsilon_{xx}, \gamma_{xs}, \gamma_{xn}$ 의 항으로 나타내면 다음과 같이 표현되어 진다.

$$\begin{aligned}\epsilon_{ss} &= B_1 \epsilon_{xx} + B_2 \gamma_{xs} \\ \epsilon_{nn} &= B_3 \epsilon_{xx} + B_4 \gamma_{xs} \\ \gamma_{sn} &= B_5 \gamma_{xs}\end{aligned}\quad (5)$$

여기서 B_1, B_2, B_3, B_4, B_5 는 다음과 같이 나타내고,

$$\begin{aligned}B_1 &= \frac{\bar{Q}_{13} \bar{Q}_{23} - \bar{Q}_{12} \bar{Q}_{33}}{\bar{Q}_{22} \bar{Q}_{33} - \bar{Q}_{23}^2} \\ B_2 &= \frac{\bar{Q}_{23} \bar{Q}_{36} - \bar{Q}_{26} \bar{Q}_{33}}{\bar{Q}_{22} \bar{Q}_{33} - \bar{Q}_{23}^2} \\ B_3 &= \frac{\bar{Q}_{12} \bar{Q}_{23} - \bar{Q}_{22} \bar{Q}_{13}}{\bar{Q}_{22} \bar{Q}_{33} - \bar{Q}_{23}^2} \\ B_4 &= \frac{\bar{Q}_{26} \bar{Q}_{23} - \bar{Q}_{22} \bar{Q}_{36}}{\bar{Q}_{22} \bar{Q}_{33} - \bar{Q}_{23}^2} \\ B_5 &= -\frac{\bar{Q}_{23}}{\bar{Q}_{44}}\end{aligned}\quad (6)$$

k 번째 적층에 대한 3차원 탄성 효과를 가지는 축소된 구성방정식은 다음과 같이 나타낸다.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \tau_{xs} \\ \tau_{nx} \end{Bmatrix}_k = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & 0 \\ C_{12} & C_{22} & 0 \\ 0 & 0 & C_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_{xx} \\ \gamma_{xs} \\ \gamma_{nx} \end{Bmatrix}_k \quad (7)$$

2.4 채널빔의 힘-변위 관계식

응력 변형을 관계를 응력 변위 관계에 치환시키고 직교 좌표계를 국부좌표계에 따라 적분을 실시하면 다음과 같은 평형방정식이 표현되어 진다.

$$\begin{aligned}F(x) &= \int_s \int_n \sigma_{xx} dn ds \\ V_y(x) &= \int_s \int_n (\tau_{xs} \frac{d\bar{y}}{ds} + \tau_{xn} \frac{d\bar{z}}{ds}) dn ds \\ V_z(x) &= \int_s \int_n (\tau_{xs} \frac{d\bar{z}}{ds} - \tau_{xn} \frac{d\bar{y}}{ds}) dn ds \\ T_s(x) &= \int_s \int_n 2n\tau_{xs} dn ds \\ M_y(x) &= - \int_s \int_n \sigma_{xx} r_z dn ds \\ M_z(x) &= - \int_s \int_n \sigma_{xx} r_y dn ds\end{aligned}$$

$$M_w(x) = - \int_s \int_n \Psi \sigma_{xx} dn ds \quad (8)$$

대칭으로 적층된 복합재료 빔의 경우 구조적 연성효과들이 발생하며, 탄성적으로 연계되어지는 항이 빔의 끝단에 축 방향 하중을 작용하였을 경우 휨-비틀림 연계강성이 존재하여 힘-변위 관계식에 따르는 강성행렬 식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} F(x) \\ V_y(x) \\ V_z(x) \\ T_s(x) \\ M_y(x) \\ M_w(x) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ K_{21} & K_{22} & 0 \\ K_{31} & 0 & K_{33} \\ K_{44} & K_{45} & 0 \\ K_{54} & K_{55} & 0 \\ 0 & 0 & K_{77} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u'_0(x) \\ v'_0(x) - \phi'_y(x) \\ w'_0(x) - \phi'_z(x) \\ \theta(x) \\ \phi'_y(x) \\ \theta'(x) \end{Bmatrix} \quad (9)$$

반 대칭으로 적층된 복합재료 빔의 경우 빔의 끝단에 축 방향 하중을 작용하였을 때 인장-비틀림 연계강성이 존재하게 되므로, 힘-변위 관계식에 따르는 강성행렬 식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} F(x) \\ T_s(x) \\ V_y(x) \\ V_z(x) \\ M_y \\ M_w \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{14} \\ K_{14} & K_{44} \\ K_{22} & 0 & 0 & K_{27} \\ 0 & K_{33} & K_{36} & 0 \\ 0 & K_{36} & K_{66} & 0 \\ K_{27} & 0 & 0 & K_{77} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u'_0(x) \\ \theta'_0(x) \\ v'_0(x) - \phi'_y(x) \\ w'_0(x) - \phi'_z(x) \\ \phi'_z \\ \theta'(x) \end{Bmatrix} \quad (10)$$

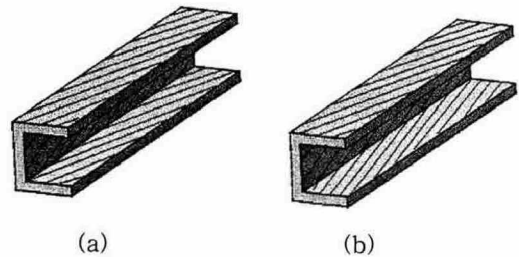


그림 2. (a) CAS 채널 빔 (b) CUS 채널 빔

3. 결과 및 고찰

두꺼운 복합재료 채널 빔의 거동에 관한 해석을 수행하기 위하여 복합재료는 Glass-Epoxy를 사용하였으며, 사용된 복합재료의 물성치는 표 1과 같다. 높이 60 mm, 폭

40 mm, 길이 1000 mm 인 채널 빔에 굽힘 하중을 단면의 전단중심에 1 kN의 힘을 적용하였다.

표 1. 재료의 기계적 물성치

| Parameter | Value |
|-----------------------------------|---------|
| E_{11} (Longitudinal Modulus) | 43 GPa |
| E_{22} (Transverse Modulus) | 8.9 GPa |
| G_{12} (In-Plane Shear Modulus) | 4.5 GPa |
| ν_{12} (Poisson's Ratio) | 0.27 |

굽힘 하중을 작용하였을 때, 얇은 복합재료 빔 이론과 두꺼운 복합재료 빔 이론, 유한요소 해석 결과를 비교하여 나타낸 것이다.

동방성 재료로 구성 되어지는 빔 구조물은 재료의 특성상 굽힘 하중을 작용하였을 때 탄성 구조적인 연성항이 발생하지 않으나, 복합재료로 구성되어 지는 빔 구조물은 재료의 이방성 특성을 나타내게 되므로 탄성 구조적인 연성항이 발생하게 된다. 해석하는 모델은 복합재료 빔 구조물의 경우 굽힘 하중을 작용하였을 경우 굽힘에 따르는 비틀림 각을 결정할 수 있다.

그림 3은 대칭으로 적층된 복합재료 빔 굽힘 하중을 작용하였을 때의 굽힘 결과이며, 그림 4는 굽힘 하중을 작용하였을 경우 굽힘에 따르는 비틀림 각 결과이다. 또한 그림 5는 반 대칭으로 적층된 복합재료 빔 굽힘 하중을 작용하였을 때의 횡단 굽힘 결과이며, 그림 6은 굽힘 하중을 작용

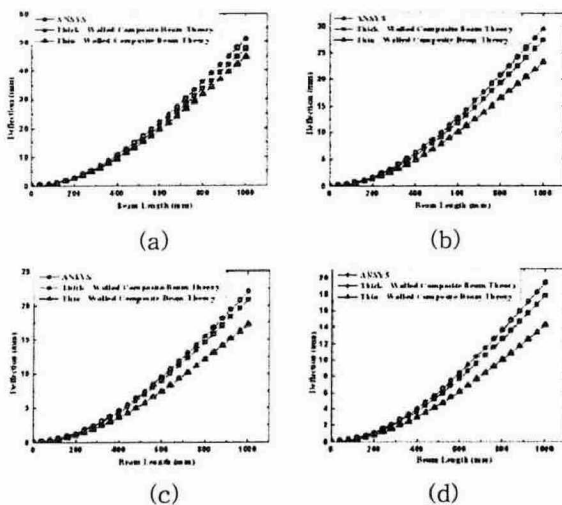


그림 3. 각각의 적층 두께에서 CAS 채널 빔의 처짐 : (a) 3 mm (b) 6 mm (c) 9 mm (d) 12 mm

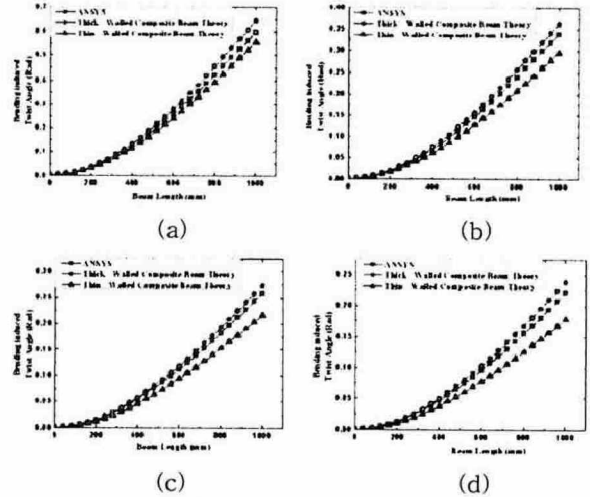


그림 4. 각각의 적층 두께에서 CAS 채널 빔의 굽힘 연성항

: (a) 3 mm (b) 6 mm (c) 9 mm (d) 12 mm

하였을 경우 굽힘에 따르는 비틀림 각 결과이다. 두께 3 mm에서는 두꺼운 복합재료 빔 이론과 얇은 복합재료 빔 이론에 의한 굽힘 거동의 결과가 유한 요소 해석에 의한 결과와 모두 잘 일치함을 알 수 있다. 그러나, 두께 6 mm, 9 mm, 12 mm에서는 두꺼운 복합재료 빔 이론에 의한 결과는 유한 요소 해석에 의한 결과와 잘 일치함을 알 수 있으나, 얇은 복합재료 빔 이론에 의한 결과의 경우 상대적으로 큰 오차를 가지는 것을 알

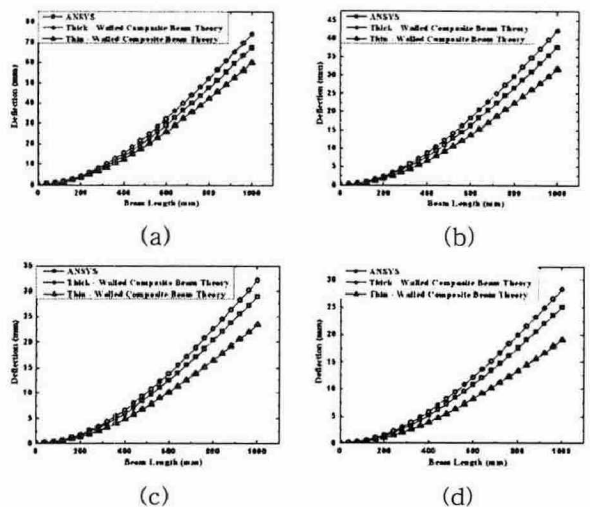


그림 5. 각각의 적층 두께에서 CUS 채널 빔의 처짐 : (a) 3 mm (b) 6 mm (c) 9 mm (d) 12 mm

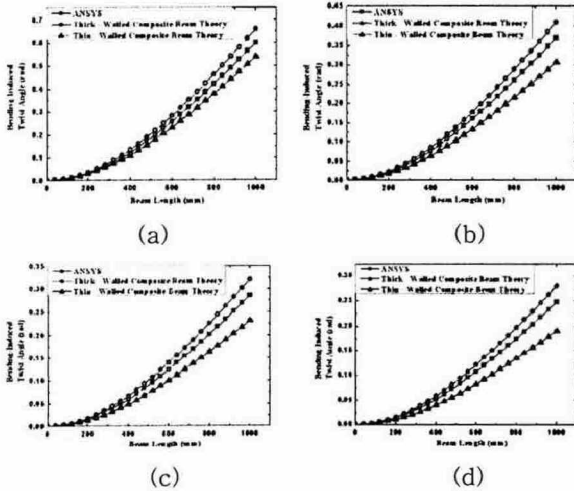


그림 6. 각각의 적층 두께에서 CUS 채널 빔의
굽힘 연성항
: (a) 3 mm (b) 6 mm (c) 9 mm (d) 12 mm

수 있다.

CAS와 CUS 복합재료 채널 빔에 굽힘 하중이 작용하였을 때, 각각의 두께에 대하여 유한요소 해석에 의한 결과와 두꺼운 복합재료 빔 이론에 의한 결과는 잘 일치하지만, 얇은 복합재료 빔 이론에 의한 결과의 경우 상대적으로 큰 오차를 가진다. 하지만, CAS 복합재료 채널 빔의 결과가 CUS 복합재료 채널 빔의 결과에 비하면 유한요소 해석에 의한 결과와 오차가 적다. 이것은 탄성적으로 연계되어지는 항이 다르기 때문이다.

4. 결 론

본 연구에서는 상부 플랜지와 하부 플랜지에 $[0^\circ/45^\circ/90^\circ/-45^\circ]_{sm}$ 의 적층순서를 가지는 복합재료 빔 (CAS) 과 상부 플랜지에는 $[0^\circ/45^\circ/90^\circ/-45^\circ]_{sm}$ 하부 플랜지에는 $[0^\circ/-45^\circ/90^\circ/45^\circ]_{sm}$ 의 적층 순서를 가지는 복합재료 빔 (CUS)에 대하여 두께를 증가시키면서 두꺼운 복합재료 빔 이론과 얇은 복합재료 빔 이론을 적용하여 굽힘 하중에 대한 빔의 굽힘 거동에 관한 예측을 유한요소 해석에 의한 결과와 비교 하였다.

두께 3 mm에서는 두꺼운 복합재료 빔 이론과 얇은 복합재료 빔 이론에 의한 굽힘 거동의 결과가 유한요소 해석에 의한 결과와 모두 잘 일치함을 알 수 있다. 그러나, 두께 6 mm, 9 mm,

12 mm에서는 두꺼운 복합재료 빔 이론에 의한 결과는 유한요소 해석에 의한 결과와 잘 일치함을 알 수 있으나, 얇은 복합재료 빔 이론에 의한 결과의 경우 상대적으로 큰 오차를 가지는 것을 알 수 있다.

CAS와 CUS 복합재료 채널 빔에 굽힘 하중이 작용하였을 때, 각각의 두께에 대하여 유한요소 해석에 의한 결과와 두꺼운 복합재료 빔 이론에 의한 결과는 잘 일치하지만, 얇은 복합재료 빔 이론에 의한 결과의 경우 상대적으로 큰 오차를 가진다. 하지만, CAS 복합재료 채널 빔의 결과가 CUS 복합재료 채널 빔의 결과에 비하면 유한요소 해석에 의한 결과와 오차가 적다. 이것은 탄성적으로 연계되어지는 항이 다르기 때문이다.

후 기

본 연구는 차세대 프론티어 연구사업 차세대 소재성형 기술개발사업의 연구비 지원으로 이루어 졌습니다. 이에 깊은 감사를 드립니다.

참고문헌

- (1) I. M. Daniel, Ori Ishai. Engineering mechanics of composite materials. Oxford University Press.1994
- (2) N. R. Bauld, L. S. Tzeng, A Valsov theory for fiber reinforced beams with thin walled open cross sections, Int. J. Solid struct., Vol 20, 1984, pp. 227-297
- (3) Song, O. Librescu, L., Free vibration of anisotropic composite thin-walled beams of closed section contour, J. Sound Vibration, Vol.167, No.1, 1993,pp.129-147
- (4) C. Kim, S.R. White, Thick-walled composite beam theory including 3-D elastic effects and torsional warping, Int. J. Solid struct., Vol 34, 1997, pp. 4237-4259
- (5) C. Kim, S.R. White, Analysis of thick hollow composite beams under general loading, Composite structures, Vol 34, 1996, pp.263-277