

완전층별변위이론에 근거한 표면감쇠처리된 원통형 복합적층 패널의 동적특성

오일권*, 성태홍**, 이인***

Dynamic Characteristics of Cylindrical Composite Panels With Surface Damping Treatments Using Full Layerwise Theory

Il-Kwon Oh*, Tae-Hong Seong**, In Lee***

Key Words: full layerwise theory, cylindrical composite panel, sandwiched beam

Abstract

Based on the full layerwise displacement shell theory, vibration and damping characteristics of cylindrical sandwich panels are investigated. The transverse shear deformation and the normal strain are fully taken into account for structural damping modelling. Modal damping factors and frequency response functions are analyzed for various structural parameters of cylindrical sandwich beams. Present results shows that full layerwise theory can accurately predict vibration and damping characteristics of cylindrical composite panels with surface damping treatments and constrained layer damping. The viscoelastic materials depending on elevated temperature environment and exciting frequencies can be fully considered.

1. 서론

점탄성 재료를 사용하여 구속감쇠나 동시성형된 형태의 표면감쇠처리기법은 항공우주공학분야에서의 구조뿐만 아니라 자동차 분야에서의 오일 팬 및 각종커버, 가전제품에서의 세탁기, 음향기기, 사무용기기 등의 진동 저감에 널리 이용되고 있다. 표면감쇠처리기법은 주구조물에 점탄성 재료나 감쇄 미케니즘을 구현할 수 있는 장치를 삽입하여 진동에너지를 흡수하고 이를 소산시킴으로써 감쇠효과를 극대화할수 있는 기법을 말한다.

생활의 고급화로 인하여 환경에 대한 관심이 부각되면서 소음과 진동 저감에 대한 제품설계에 있어 저주파수 영역뿐만 아니라 고주파수 영역까지 설계에 반영해야 할 필요성이 대두되었다. 이에 따라 점탄성 층의 두께가 상대적으로 두꺼워

지고 횡방향 전단변형을 뿐만 아니라 수직변형률에 대한 효과를 정확히 파악하고 전체진동 특성에 미치는 영향에 관한 연구가 필요하게 되었다. 기존의 연구들을 살펴보면 감쇠처리미케니즘 해석에서 점탄성 재료의 두께가 탄성평판의 두께보다 얇다는 가정으로 점탄성 재료의 수직변형률을 무시하고 횡방향 전단변형을 만을 고려한 해석이 이루어져 왔다.

따라서 본 연구에서는 횡방향 변위장은 두께방향으로 일정하다고 가정하는 부분층별변위이론에서 완전층별변위장으로 확장하였으며 이를 이용하여 원통형 복합적층 패널의 진동, 감쇠 그리고 주파수응답함수를 구하여 동적거동에 대하여 고찰하였다.

2. 완전층별 유한요소정식화

2.1. 완전층별변위장이론에 기초한 선형 탄성론

우선 층별변위장이론에 입각한 변위장은 다음

* 전남대학교 기계시스템공학부 조교수, 교신저자(E-mail: ikoh@chonnam.ac.kr)
** 전남대학교 기계시스템공학부 대학원생
*** 한국과학기술원 기계공학과 항공우주공학전공

과 같이 기술될 수 있다. 횡방향 수직응력이 중요한 역할을 하는 자유경계단, 층간분리, 원공이 있는 부근에서의 국부적인 응력을 정교하게 기술하거나, 두꺼운 패널 그리고 샌드위치나 하이브리드 형태의 구조물의 정적 및 동적 거동 해석을 위해서 횡방향 변위를 포함한 모든 변위를 층별로 확장하였다

$$u(x, \phi, z, t) = \sum_{j=1}^{N_l} U^j(x, \phi, t) \Phi^j(z) \quad (1-a)$$

$$v(x, \phi, z, t) = \sum_{j=1}^{N_l} V^j(x, \phi, t) \Phi^j(z) \quad (1-b)$$

$$w(x, \phi, z, t) = \sum_{j=1}^{N_l} W^j(x, \phi, t) \Phi^j(z) \quad (1-c)$$

여기서 $\Phi^j(z)$ 는 두께방향으로의 보간함수를 의미하며 본 연구에서는 선형으로 근사하였다.

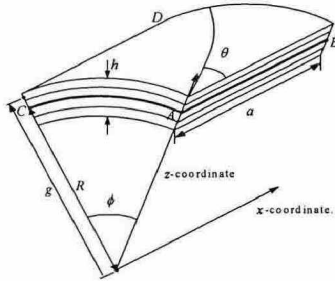


Fig.1 Geometry of cylindrical laminated panel

원통형 복합적층 패널의 기하학적인 형상을 나타내면 Fig. 2와 같다. 변위장과 변형률 사이의 선형 관계식을 곡률 좌표계 (x, ϕ, z) 로 나타내면 다음과 같이 기술될 수 있다.

$$\epsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x} = \sum_{j=1}^{N_l} \frac{\partial U^j}{\partial x} \Phi^j \quad (3-a)$$

$$\epsilon_{\phi\phi} = \frac{1}{g_\phi} \left(\frac{\partial v}{\partial \phi} + w \right) = \frac{1}{g_\phi} \sum_{j=1}^{N_l} \left(\frac{\partial V^j}{\partial \phi} + W^j \right) \Phi^j \quad (3-b)$$

$$\epsilon_{zz} = \frac{\partial w}{\partial z} = \sum_{j=1}^{N_l} W^j \frac{d\Phi^j}{dz} \quad (3-c)$$

$$\epsilon_{\phi z} = \frac{1}{g_\phi} \left(\frac{\partial w}{\partial \phi} - v \right) + \frac{\partial v}{\partial z} = \frac{1}{g_\phi} \sum_{j=1}^{N_l} \left(\frac{\partial W^j}{\partial \phi} - V^j \right) \Phi^j + \sum_{j=1}^{N_l} V^j \frac{d\Phi^j}{dz} \quad (3-c)$$

$$\epsilon_{xz} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} = \sum_{j=1}^{N_l} \left(\frac{\partial W^j}{\partial x} \Phi^j + U^j \frac{d\Phi^j}{dz} \right) \quad (3-e)$$

$$\epsilon_{x\phi} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{g_\phi} \frac{\partial u}{\partial \phi} = \sum_{j=1}^{N_l} \left(\frac{\partial V^j}{\partial x} + \frac{1}{g_\phi} \frac{\partial U^j}{\partial \phi} \right) \Phi^j \quad (3-f)$$

위의 관계식에서 g_ϕ 는 기하학적인 형상에 따라 다음과 같이 정의된다.

$$g_\phi = R \left(1 + \frac{z}{R} \right) = R + z \quad (4)$$

기하학적 형상에 따른 좌표축 (x, ϕ, z) 에 따른 복

합적층 단층의 구성방정식은 섬유각(θ)에 대한 좌표변환관계에 의해 유도될 수 있다. 다음 식은 변환된 좌표축에 따른 응력과 변형률 관계로 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{\phi\phi} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{\phi z} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{z\phi} \end{Bmatrix}_k = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{13} & 0 & 0 & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{23} & 0 & 0 & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{13} & \bar{Q}_{23} & \bar{Q}_{33} & 0 & 0 & \bar{Q}_{36} \\ 0 & 0 & 0 & \bar{Q}_{44} & \bar{Q}_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{Q}_{45} & \bar{Q}_{55} & 0 \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{36} & 0 & 0 & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{\phi\phi} \\ \epsilon_{zz} \\ \epsilon_{\phi z} \\ \epsilon_{xz} \\ \epsilon_{z\phi} \end{Bmatrix}_k \quad (5)$$

2.2. 유한요소 운동방정식의 유도

유한요소 운동방정식을 유도하기 위해 본 연구에서는 가상일 정리를 이용하였으며 세부적인 항들은 다음과 같이 나눌 수 있다.

$$\int_V \rho \dot{u}_i \delta u_i dV + \int_V \sigma_{ij} \delta \epsilon_{ij} dV = \int_V f_i \delta u_i dV + \int_S \tau_i \delta u_i dS \quad (6)$$

여기서 ρ , f_i 그리고 τ_i 는 각기 밀도, 체적력, 표면력을 의미한다.

유한요소운동방정식은 다음과 같이 표현할 수 있다

$$\mathbf{M}_e \ddot{\mathbf{u}}_e + \mathbf{K}_e \mathbf{u}_e = \mathbf{F}_e \quad (7)$$

여기서 유한요소에서 노달 변위벡터를 정의하면 다음과 같다.

$$\mathbf{u}_e = \{ \mathbf{u}^1 \mathbf{v}^1 \mathbf{w}^1 \mathbf{u}^2 \mathbf{v}^2 \mathbf{w}^2 \dots \mathbf{u}^J \mathbf{v}^J \mathbf{w}^J \dots \mathbf{u}^{N_l} \mathbf{v}^{N_l} \mathbf{w}^{N_l} \}^T \quad (8)$$

여기서

$$\mathbf{u}^J = \{ U_1^J \ U_2^J \ \dots \ U_{NPE}^J \}^T$$

$$\mathbf{v}^J = \{ V_1^J \ V_2^J \ \dots \ V_{NPE}^J \}^T \quad (9)$$

$$\mathbf{w}^J = \{ W_1^J \ W_2^J \ \dots \ W_{NPE}^J \}^T$$

시스템 행렬의 (I,J)항에 대한 내용을 정리하면 다음과 같다.

$$\mathbf{M}^{IJ} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{UU}^{IJ} & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{M}_{VV}^{IJ} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{M}_{WW}^{IJ} \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$\mathbf{K}^{IJ} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{UU}^{IJ} & \mathbf{K}_{UV}^{IJ} & \mathbf{K}_{UW}^{IJ} \\ \mathbf{K}_{VU}^{IJ} & \mathbf{K}_{VV}^{IJ} & \mathbf{K}_{VW}^{IJ} \\ \mathbf{K}_{WU}^{IJ} & \mathbf{K}_{WV}^{IJ} & \mathbf{K}_{WW}^{IJ} \end{bmatrix} \quad (11)$$

운동방정식에서 체적적분과 표면적분과정에서 미소체적과 미소면적은 다음과 같이 g_ϕ 를 고려하여 정의된다.

$$dV = g_\phi(z) dz d\phi dx \quad (12-a)$$

$$dS = g_\phi(z) d\phi dx \quad (12-b)$$

유한요소운동방정식을 유도하는 과정에서 전체 적분과정중에 우선 두께방향 적분을 먼저하고 다음으로 면적분을 수행하였다. 두께방향적분들은 식(6)에서 나타나는 세부항들로 z 의 변화를 모두 고려하여 적분하였으며 다음과 같이 정의된다.

$$I^{IJ} = \int_{z^I}^{z^J} \Phi^I \rho \Phi^J g_\phi dz \quad (13-a)$$

$$D_{pq}^{IJ} = \int_{z^I}^{z^J} \Phi^I \bar{Q}_{pq} \Phi^J g_\phi dz \quad (13-b)$$

$$D_{pq}^{sIJ} = \int_{z^I}^{z^J} \frac{\Phi^I}{g_\phi} \bar{Q}_{pq} \Phi^J g_\phi dz \quad (13-c)$$

$$D_{pq}^{sgIJ} = \int_{z^I}^{z^J} \frac{\Phi^I}{g_\phi} \bar{Q}_{pq} \frac{\Phi^J}{g_\phi} g_\phi dz \quad (13-d)$$

$$E_{pq}^{IJ} = \int_{z^I}^{z^J} \frac{d\Phi^I}{dz} \bar{Q}_{pq} \Phi^J g_\phi dz \quad (13-e)$$

$$E_{pq}^{sIJ} = \int_{z^I}^{z^J} \frac{d\Phi^I}{dz} \bar{Q}_{pq} \frac{\Phi^J}{g_\phi} g_\phi dz \quad (13-f)$$

$$F_{pq}^{IJ} = \int_{z^I}^{z^J} \frac{d\Phi^I}{dz} \bar{Q}_{pq} \frac{d\Phi^J}{dz} g_\phi dz \quad (13-g)$$

2.2 점탄성층을 갖는 패널의 동적 특성

본 연구에서는 점탄성층을 갖는 구조감쇠를 고려하기 위해 강성행렬 계산에 온도(T)와 가진 진동수(ω)에 의존하는 복소모듈러스를 도입하였다.

$$\bar{E}_{II} = E_{II} (1 + i\eta_{II}) \quad \text{for } I=1,2,3 \quad (14)$$

$$\bar{G}_{12} = G_{12} (1 + i\eta_{12}), \bar{G}_{23} = G_{23} (1 + i\eta_{23}), \bar{G}_{13} = G_{13} (1 + i\eta_{13}) \quad (15)$$

식(14)와(15)의 복소 모듈러스를 고려하면 다음과 같은 구조감쇠항을 포함한 운동방정식을 구할 수 있다.

$$\mathbf{M} \cdot \ddot{\mathbf{U}} + (\mathbf{K}^*(\omega, T) + i\mathbf{K}_D^*(\omega, T)) \mathbf{U} = \mathbf{F}^*(\omega) \quad (16)$$

고유진동수와 손실계수는 아래의 복소 고유치 해석을 통해서 구하게 된다.

$$(\mathbf{K}^*(\omega, T) + i\mathbf{K}_D^*(\omega, T) - \lambda_n^* \mathbf{M}^*) \mathbf{U} = \mathbf{0} \quad (17)$$

축약된 행렬들은 다음과 같이 정의된다.

$$\mathbf{M}^* = \Psi^T \mathbf{M} \Psi \quad (18-a)$$

$$\mathbf{K}^* = \Psi^T \mathbf{K} \Psi, \quad \mathbf{K}_D^* = \Psi^T \mathbf{K}_D \Psi \quad (18-b)$$

위 식(17)에서 구한 복소고유치로부터 고유 진동수와 손실계수를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\omega_n^2 = \text{Real}[\lambda_n^*], \quad \eta_n = \frac{\text{Imag}[\lambda_n^*]}{\text{Real}[\lambda_n^*]} \quad (19)$$

3. 결과 및 논의

3.1. 점탄성층이 내삽된 샌드위치보의 감쇠

본 절에서는 알루미늄 외피와 감쇠층이 내삽된 샌드위치 보의 진동 및 감쇠해석에 대한 검증을 수행하였다. 해석대상은 Soni등[2]과 Cho[3]에 의해 사용된 모델로서 본 연구에서 개발된 원통형 패널의 부분 및 완전 층별변위이론에 기초한 결과들과 비교하였다. 사용된 물성치는 다음과 같다.

탄성층 :

$$E = 69 \text{ GPa}, \quad \nu = 0.3, \quad \eta \cong 0.0,$$

$$\rho = 2800 \text{ kg/m}^3, \quad c_{al} = 1.524 \text{ mm}$$

감쇠층 :

$$G = 2.1 \text{ MPa}, \quad \nu = 0.499, \quad \eta = 0.1, 0.3, 1.0$$

$$\rho = 970 \text{ kg/m}^3, \quad c_{core} = 0.127 \text{ mm}$$

감쇠층의 손실계수에 따른 저차 5개 모드의 진동수와 감쇠량을 구하였으며 Table 1에 이를 정리하였으며 Soni 등[2]의 삼차원 솔리드 유한요소와 Cho 등[3]의 부분 층별변위판이론에 기초한 해석결과들과 현재의 부분 및 완전 층별변위셀이론에 의한 모드별 진동수와 감쇠량에 대한 값들이 비교되었다. 본 연구의 해석에서는 원통형 셀이론에 기초하기 때문에 평평한 샌드위치 구조 해석을 위해 반경 $R=35.56\text{m}$, 사이각은 $\phi = 0.005\text{rad}$ 로 설정하여 해석하였다. 해석결과로부터 완전 층별변위셀이론에 기초한 진동수는 다소 높고 감쇠계수는 낮게 예측하고 있음을 알 수

	Soni[2],		Cho[3],		Present Results			
	3-D Solid		PLWPT		PLWST		FLWST	
$n_{core}=0$	$f_1(\text{Hz})$	\bar{n}_i	$f_1(\text{Hz})$	\bar{n}_i	$f_1(\text{Hz})$	\bar{n}_i	$f_1(\text{Hz})$	\bar{n}_i
1 st mode	64.2	0.2817	64.278	0.2799	64.210	0.2790	64.487	0.2774
2 nd mode	297	0.2425	297.48	0.2426	297.120	0.2422	299.112	0.2371
3 rd mode	747.2	0.1534	747.98	0.1546	746.212	0.1543	752.027	0.1481
4 th mode	1408.3	0.0878	1413.08	0.0888	1402.77	0.0888	1414.21	0.0824
5 th mode	2304	0.0559	2335.59	0.0563	2288.70	0.0568	2310.04	0.0504
$n_{core}=0$	$f_1(\text{Hz})$	\bar{n}_i	$f_1(\text{Hz})$	\bar{n}_i	$f_1(\text{Hz})$	\bar{n}_i	$f_1(\text{Hz})$	\bar{n}_i
1 st mode	64.7	0.2725	64.617	0.2709	64.548	0.2701	64.488	0.2774
2 nd mode	298	0.2401	297.80	0.2409	297.441	0.2406	299.160	0.2371
3 rd mode	748.2	0.1531	747.05	0.1545	746.286	0.1543	752.059	0.1481
4 th mode	1409.5	0.0878	1413.1	0.0887	1402.82	0.0888	1414.22	0.0824
5 th mode	2305	0.0560	2335.6	0.0563	2288.72	0.0569	2310.05	0.0505

다.

Table 1. Modal properties of sandwich beam.

3.2. 곡률에 따른 진동 및 주파수 응답함수 특성

본 절에서는 3.2절에 사용된 샌드위치 모델에

대하여 반경과 사잇각을 조절하며 곡률을 변화시키면서 모달 및 주파수 응답함수 특성을 고찰하였다. Fig. 2(a)를 살펴보면 반경변화에 따라 굽힘 모드들은 그다지 큰 진동수의 변화가 없는 반면 비틀림모드들은 반경변화에 민감하게 진동수의 변화가 발견됨을 알 수 있다. 감쇠계수는 첫번째 굽힘모드가 가장 높고 두번째 세번째 네번째 굽힘모드 순이다. 비틀림 모드의 모달 감쇠계수는 굽힘모드의 감쇠계수에 비해 상당히 낮음을 알 수 있다.

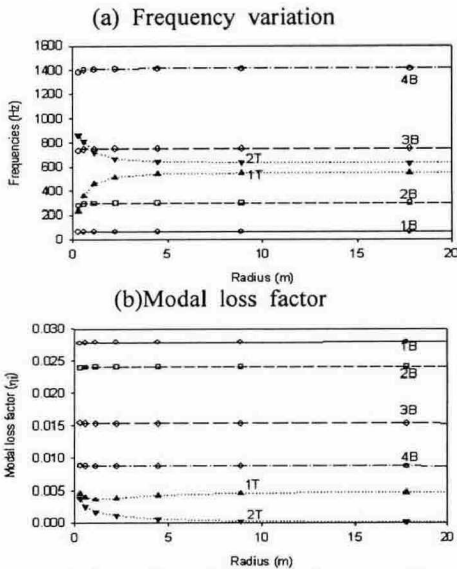


Fig. 2. Variation of modal properties according to curvature.

Fig. 3은 보의 끝단에서의 횡방향 변위의 주파수 응답함수를 보여주고 있다. 반경이 작고 사잇각이 큰 샌드위치 셸 모델이 전반적으로 응답 특성 크게 나타나며 두번째와 세번째 모드에서 응답레벨이 매우 미소하게 나타난다.

4. 결론

본 논문에서는 원통형 셸이론에 바탕을 둔 부분 및 완전 층별변위이론을 적용하여 모달 및 주파수응답함수를 해석할 수 있는 유한요소기법을 개발하였다. 기본적인 원통형 셸 구조의 진동 및 샌드위치 보의 모달특성에 대한 검증을 수행하여 현재의 완전 층별변위이론에 입각한 해석결과가 타당함을 보였다. 본 연구에서는 원통형 샌드위치 보의 곡률에 따른 모달 및 주파수 응답특성을

살펴보았다. 향후 온도에 따른 점탄성 재료의 특성을 고려한 감쇠에 관한 연구를 진행하고자 한다.

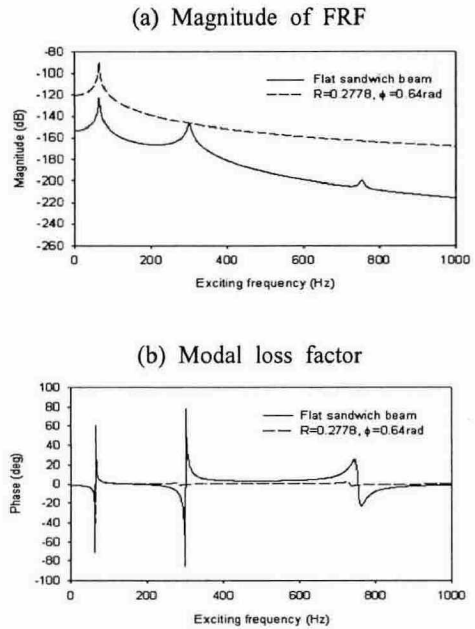


Fig. 3. Frequency response function at tip point.

후기 (Acknowledgements)

이 논문은 2004년도 교육인적자원부의 지방대학 혁신역량 강화사업(NURI-04바B08-2004-CNU-03)에 의하여 지원되었음.

참고문헌

- 1) Chandrashekhara, K., Free Vibrations of Anisotropic Laminated Doubly Curved Shells, Computers & Structures, Vol.33, No.2, pp.435-440,1989.
- 2) Soni, M.L. and Bogner, F.K., Finite Element Vibration Analysis of Damped Structures, AIAA Journal, Vol. 20, No. 5, 1982, pp. 700-707.
- 3) Cho K.D, Han, J.H. and Lee, I., Vibration and Damping Analysis of Laminated Plates with Fully and Partially Covered Damping Layers, Journal of Reinforced Plastics and Composites, 2000.