

특징 선분과 엔트로피 측도를 이용한 물체 인식

고산*, 이경무**, 장병탁***
*서울대학교 인지과학 협동과정
**서울대학교 전기컴퓨터 공학부
***서울대학교 컴퓨터 공학부

hardtodecide@hotmail.com, kmlee@ee.snu.ac.kr, btzhang@bi.snu.ac.kr

Object Recognition using Entropy Measure on Line Features

San Ko*, Kyong Mu Lee**, Byoung Tak Zhang***

*Cognitive Science, Seoul National Univ.

**School of EECS, Seoul National Univ.

***School of Computer Science and Engineering, Seoul National Univ.

요 약

본 논문에서는 크기, 회전, 위치의 변환과 물체의 가리워짐, 복잡한 이미지에 대해서도 강인하게 동작하는 새로운 물체 인식 기법을 제안한다. 제안 기법은 기하학적 해상 알고리즘에서 착안한 정합 방식과, 새롭게 정의된 엔트로피 정합 측도를 도입함으로써, 노드 간의 대응 과정 없이도 물체의 전체 구조정보를 한꺼번에 정합에 이용할 수 있게 하여, 기존의 노드 대응에 기반한 그래프 정합 기법이 가지고 있는 조합적 계산 복잡도를 개선하고, 동시에 노드 정보의 손실과 경험적으로 정해져야 하는 변수들을 최소화 하였다. 속성 관계 그래프에 기반한 정합 기법과 제안 기법과의 성능 비교 실험 결과 정확도와 인식 속도 측면에서 제안 기법이 보다 좋은 성능을 보임을 확인 하였다.

1. 서론

컴퓨터 비전에서의 물체 인식이란 한 이미지와 모델 데이터베이스가 주어졌을 때, 이미지 내의 물체와 가장 유사한 모델을 데이터 베이스에서 검색해 내는 일련의 과정을 말한다. 하지만 같은 물체라 하더라도 각각의 이미지에서는, 크기, 방향, 위치, 포즈 등이 다르게 나타날 수 있고, 또한 한 이미지 내에 여러 개의 물체가 포함되어 있거나 아니면 해당 물체가 다른 물체에 의해 가리워져 그 일부만 볼 수 있는 경우도 있기 때문에 이런 모든 조건에서도 강인하게 동작하는 인식 기법에 대한 연구가 많이 진행되어 왔다.

수학적으로 하나의 물체는 그것의 특징 성분들(이미지에서 추출한 모서리 점이나 선분, 호 등) 각각을 노드로 나타내고, 이들 간의 관계(두 선분간의 각도, 두 선분간의 거리 등)를 두 노드 사이의 에지로 표현한 그래프 모델을 이용하여 구조적으로 표상할 수 있다. 이런 표상 방식은 하나의 물체를 그것을 구성하는 요소들 간의 상대적인 관계만을 이용하여 정의할 수 있기 때문에 크기, 회전, 평행이동 등의 변환에 불변인 특징을 가지게 되고, 또한 부분적 정합도 가능하여 가리워짐이 있거나 복잡한 이미지를 표상하는데 적합한 구조를 가지고 있다.

이런 장점들로 인해 그래프 모델에 기반한 그래프

정합 기법들이 물체 인식의 방법으로 많이 제안되어 왔다. 하지만 그래프 정합은 이미지와 모델에서 서로 대응되는 구성 노드들 간의 대응 관계 정립이 선결된 후에야 이를 바탕으로 이미지와 모델간의 유사도를 측정할 수 있기 때문에 본질적으로 조합적 속성을 갖게 되어 많은 계산량을 요구한다. 이러한 단점을 개선하기 위해 비선형 근사 방식 [6, 7, 8]이나 주성분 분석에 기반한 방법 [9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16] 등이 제안되었지만, 각각 국지적 최대값에 수렴하거나, 부분 정합과 복잡한 이미지에 강인하지 못한 성능을 보여 주었다.

또한 최근에는 관계 벡터 공간상에서 이미지에 대한 후보 그래프를 구하고 이들과 모델 그래프와의 확률적 거리를 계산하여 정합하는 기법 [17]이 제안되었다. 이 기법은 기존의 기법들에 비해 속도와 정확도 면에서 좋은 성능을 보여 주고 있긴 하지만 역시 두 그래프 간의 확률적 거리를 구하기 위해서는 개개의 노드 간의 대응 관계 정립이 선결되어야 하기 때문에 기존의 기법들이 가진 문제점을 계승하고 있다.

그리고, 노드 간의 대응 관계 정립이 가능하기 위해서는 노드로 사용되는 특징들이 서로 비슷하게 추출되어야 한다는 조건이 전제되어야 하는데 실제로 이미지에서 특징 선분을 추출할 때에는 크기 변화나 회전에 기인하여 하나의 선분이 여러 개의 조각으로

나뉘어져 뽑히는 경우가 발생하기도 하고, 다른 물체들에 의한 가리워짐에 의해 어떤 선분들은 일부분밖에 볼 수 없게 되기도 한다. 이러한 경우 이미지와 모델의 노드들 간에는 대응관계가 성립 될 수 없고 이런 노드들의 정보는 정합 과정에서 사용할 수 없게 된다. 이와 같은 정보의 손실을 줄이려면 관계 벡터 공간에서 적당한 거리 내에 있는 노드들 간에는 대응 관계를 설정해 주어야 하는데 이때 '적당한 거리' 는 그 기준이 애매모호 하므로 매우 경험적이고 이미지 의존적인 방식으로 결정 될 수 밖에 없다. 또한 관계 벡터 공간 상에는 성질이 서로 다른 여러 가지 관계들, 예를 들어 길이, 각도 등의 축이 공존하게 되는데, 이러한 공간상에서 유의미한 거리를 구하려면 어느 축에 얼마만큼의 가중치를 주어야 하는지의 문제도 마찬가지로의 방법으로밖에 해결 할 수 없다.

본 논문의 제안 기법에서는 기하학적 해싱 알고리즘에서 착안한 정합 방식과, 새롭게 정의된 엔트로피 정합 측도를 도입 함으로써 노드 간의 대응 과정 없이도 물체의 전체 구조정보를 한꺼번에 정합에 이용 할 수 있게 하여, 기존의 노드 대응에 기반한 그래프 정합 기법이 가지고 있는 조합적 계산 복잡도를 개선하고, 동시에 노드 정보의 손실과 경험적으로 정해져야 하는 변수들을 최소화 하였다.

논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 기하학적 해싱 알고리즘과 엔트로피의 기본 개념, 그리고 새롭게 정의한 엔트로피 측도의 개념을 간략하게 소개하고, 3장에서는 본 논문이 제안하는 알고리즘을 설명한다. 그리고 4장에서는 기존의 기법과 제안 기법과의 비교 실험 결과와 분석을 제시하고, 5장에서 결론과 향후 연구 방향을 제안하였다.

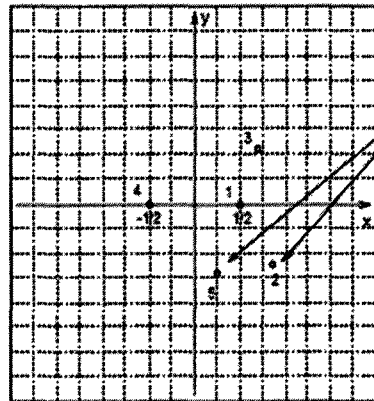
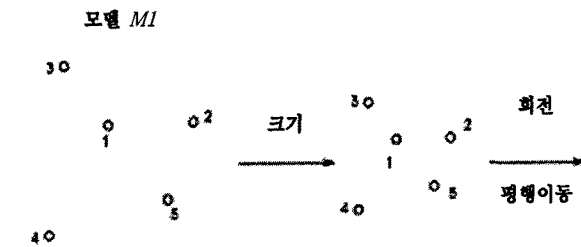
2. 기하학적 해싱과 엔트로피 측도

1) 기하학적 해싱 알고리즘

Y. Lamdan, H. Wolfson [1, 3] 에 의해 처음 제안된 기하학적 해싱 알고리즘은 매우 간단 하면서도 강력한 성능을 보여 준다. 기본 적으로 크기, 회전, 평행이동 변환은 물론 부분적 정보만 이용 가능할 경우에도 강인하게 동작하여 컴퓨터 비전 이의 분야에서 많은 응용이 이루어 지고 있다. 기존의 기하학적 해싱 알고리즘에서는 주로 특징 점을 이용 하였기 때문에 우선 특징 점을 이용한 방식을 예로 들어 기하학적 해싱의 기본 개념을 간략하게 설명하고 3장에서 특정 선분을 이용한 제안 기법에 대해 설명하기로 하겠다.

기하학적 해싱 기법은 크게 전처리와 인식의 두 단계로 이루어 진다. 전처리 단계에서는 모델로부터 해쉬 테이블을 만든다. 우선 제일 먼저 주어진 모델의 영상에서 특징 점들을 추출한다. 그리고 추출된 특징 점들의 집합으로부터, 하나를 시작점, 다른 하나를 종점으로 하는 두 개의 특징 점을 뽑는다. 이렇게 뽑힌 점들은 기저 라고 부른다. n 개의 점이 뽑혔다면

$n \times (n-1)$ 개의 기저를 뽑을 수 있다. 그 다음 각각의 기저에 대해 그림1. 과 같이 시점이 $-1/2$, 종점이 $1/2$ 에 오도록 크기, 회전, 평행이동 변환을 취하고 나머지 점들도 기저에 적용된 것과 같은 변환 과정을 거쳐 테이블에 위치 시킨다. 이때 각 점들은 자신의 위치와, 자신이 속한 모델, 그리고 자신이 어느 기저에 의해 변환된 것인지에 대한 정보를 저장하고 있게 된다.



각 점은 모델명 MI와 기준 기저 (4.1)을 기억

그림1. 점 4와 점 1이 기저로 선택 되었을 때 해쉬 테이블 생성 과정. 기저를 기준으로 크기, 회전, 평행이동 변환을 거친 각 점들은 자신의 위치와 자신의 모델명, 기준 기저에 대한 정보를 저장한다.

*그림1. 은 [3] 에서 인용.

이와 같은 작업을 모든 기저에 대해 수행한 후 그 모든 결과를 겹쳐 놓은 테이블을 해쉬 테이블이라고 부른다. 이와 같은 전처리 단계의 결과 모든 모델은 각각 하나의 해쉬 테이블을 갖게 된다. 이 단계는 많은

시간이 들 수 있지만 오프라인으로 진행 되기 때문에 인식 속도에 영향을 주지 않는다.

두 번째 단계인 인식단계에서는 전처리 단계에서와 마찬가지로 우선 이미지로부터 특징 점들을 추출하고

이중 임의의 두 점을 기저로 선택한다. 그리고 선택된 기저를 중심으로 전처리 단계와 같은 방식의 변환을 취하여 그 결과를 미리 만들어 놓은 모델의 해쉬 테이블에 위치 시킨다. 이렇게 변환된 이미지의 점들로부터 주어진 거리 안에 모델의 특징 점이 위치하게 되면 그 점이 속한 모델과 기저에 대해 보팅을 하게 된다. 이미지의 모든 특징 점에 대해 보팅을 수행한 결과 어떤 모델의 특정 기저가 일정 개수 이상의 표를 획득하면 이 모델이 정합 후보가 되고 후보에 대한 검증 과정을 통해 일정 기준을 통과하면 이를 정합 모델로 채택하지만 그렇지 않을 경우에는 다시 처음으로 돌아가 새로운 기저를 선택하여 변환과정을 거친 후 보팅하는 과정을, 기준을 통과하는 정합 모델을 찾을 때 까지 반복하게 된다.

이와 같은 기하학적 해석의 이산적 보팅 과정을 보완하고자 Rigoutsos, Hummel [2] 은 보팅 과정에 확률 개념을 도입한 베이저안 기하학적 해석 기법을 제안 하기도 하였다.

우리가 기하학적 해석으로부터 취한 중요 개념은 기저이다. 기하학적 해석 에서는 기저를 기준으로 모델링이 이루어지고 기저를 기준으로 정합이 이루어 진다. 이 개념이 본 논문의 제안 기법에 어떻게 적용되는지는 3장에서 설명하기로 한다.

2) 엔트로피 측도

엔트로피는 원래 물질계의 열적상태를 나타내는 물리량으로 계의 무질서 정도를 나타내는 지표로 사용 될 수 있다. Shannon [18] 은 이런 엔트로피의 개념을 정보 이론 영역에 도입하였고, Viola [5] 는 컴퓨터 비전 분야에 엔트로피에 기반한 mutual information 이라는 개념을 도입하여 기존의 확률적 접근방식을 보완하고자 하였다.

Shannon의 엔트로피는 식(1)과 같이 정의 된다.

$$H(X) = - \sum_{x \in X} p(x) \log_2 p(x) \quad (1)$$

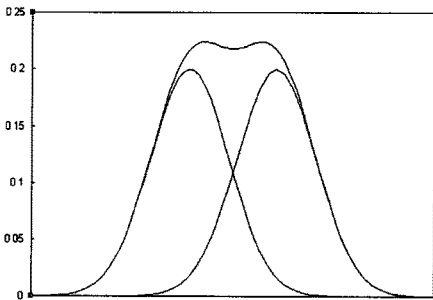


그림2. 두 개의 분포가 겹쳐 있는 확률 분포의 엔트로피는 겹쳐있는 정도가 클수록 작은 값을 갖게 된다.

이때 X 는 x 를 확률 변수로 갖는 집합을

의미하고 $H(X)$ 는 이 집합의 엔트로피, 그리고

$p(x)$ 는 x 가 발생할 확률 값을 의미한다.

엔트로피는 확률 변수에 대해 확률이 균등하게 분배되어 있을수록 큰 값을 가지게 된다. 본 논문에서는 이런 엔트로피의 성질을 모델과 이미지의 정합 정도에 대한 측정에 이용하고자 새롭게 엔트로피 측도라는 개념을 정의하였다.

예를 들어 그림2. 에서와 같이 두 개의 확률 분포 X, Y 가 겹쳐 있을 때 각각의 분포에 대해 부분적으로 구한 엔트로피 값의 합

$H_{sub}(X) + H_{sub}(Y)$ 는 전체 확률 분포에 대한

엔트로피 값 $H(X+Y)$ 보다 큰 값을 갖게 되고 그 차이는 두 확률 분포의 겹쳐 있는 정도가 클수록 더 커지게 된다. 이런 사실을 바탕으로 우리는 식(2)와 같이 엔트로피 측도 $EM(X+Y)$ 을 새롭게 정의하여 모델과 이미지의 정합에 사용하였다.

$$EM(X+Y) = H_{sub}(X) + H_{sub}(Y) - H(X+Y) \quad (2)$$

(여기서 $H_{sub}(X)$ 는 엔트로피의 부분합을 의미한다.)

제안 기법에서는 엔트로피 측도를 이용 함으로써 노드 단위의 대응에 기반한 확률적 거리가 아니라 주어진 구조적 정보를 한꺼번에 이용한 정합도 측정을 가능하게 하였다.

3. 제안 알고리즘

제안 기법은 먼저 확실한 대응 기저 쌍을 찾고 그 다음에 이를 바탕으로 나머지 노드들의 대응관계를 결정하는 것을 기본 전략으로 하며, 크게 두 단계로 이루어 진다.

1) 대응 기저 결정 단계

첫 번째 단계인 대응 기저 결정 단계에서는 우선 이미지와 모델에서 특징 선분을 추출한다. 선분의 추출을 위해서는 기존에 제안된 여러 기법들 중 Navatia-Babu 방식을 사용하였다. 이렇게 선분을 추출한 후에는 이미지와 모델에서 각각 하나씩의 선분을 기저로 선택하여 이들이 서로 완전히 겹칠 수 있도록 평행, 회전, 닳음 변환을 취한다. 나머지 선분들에도 마찬가지로 변환을 취한 후 그 결과를 각각의 이미지 판에 뿌려준다. 이렇게 구한 이미지 판의 엔트로피 측도를 구하기 위해서 각각의 이미지 판에 Parzen window를 씌워 비모수적 방식으로 실제 선분들의 확률 분포를 구하게 된다. 이를 위해서 가우시안 컨볼루션을 사용 하였다. 이렇게 구한 두 개의 확률 분포와 이 두 분포를 겹쳐 놓은 또 하나의 확률 분포를 이용하여 2장에서 기술한 엔트로피 측도를 구하고 두 이미지 간의 정합도를 구한다. 이와 같은 과정을 이미지와 모델의 모든 기저 선분 쌍 (이미지의 선분이 n 개 모델의 선분이 m 개 라면

$n \times m$ 쌍) 에 대해 수행하고 그 결과 정합도가 큰 상위 몇 개의 기저 선분 쌍을 후보 대응 쌍으로 결정하게 된다. 이 과정에서 가로질러 겹치는 선분들이 엔트로피 측도에 미치는 영향을 최소화 하기 위하여 엔트로피 측도를 측정하기 전에 이미지와 모델에서 추출한 선분들을 각각 비슷한 기울기의 클러스터들로 묶어주고 개개의 클러스터 별로 정합도를 구하게 되는데 이를 위해 Scott, Longuet-Higgins [19] 의 클러스터링 방식을 적용하였다.

2) 선분 클러스터링

기울기를 이용한 클러스터링을 위하여 우선 각 선분들이 X 축과 이루는 각도를 구하고 이들간의 차이를 이용하여 유사도 행렬을 구한다. 유사도 행렬을

A 라고 하고, i 와 j 번째 선분의 각도 차이를 $diff(i,j)$ 라고 하면 유사도 행렬은 식(3)과 같이 정의된다.

$$A(i,j) = \exp\left(\frac{-diff(i,j)}{\sigma^2}\right) \quad (3)$$

유사도 행렬 A 가 구해 졌으면 eigenvector 분해를 통하여 A 의 주 성분벡터를 구한다.

A 의 eigenvalue들을 원소로 갖는 대각 행렬을 λ , A 의 eigenvector들을 열 벡터로 갖는 행렬을 V 라고 하면 A 는 식(4)와 같이 분해 될 수 있다.

$$A = V^T \lambda V \quad (4)$$

이렇게 구해진 V 를 $(v_1, v_2, v_3, \dots, v_n)$ 이라고 할 때 이로부터 eigenvalue 값이 가장 큰 처음 r 개의 열 벡터만 취한 행렬 W 를 식(5)와 같이 정의한다. 이때, 행렬 W 의 i 번째 행 $(v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{ir})$ 은 행렬 A 의 i 번째 행을 주성분 벡터 v_1, v_2, \dots, v_r 위로 투영 시키고 이를 다시 eigenvalue 값으로 정규화 한 좌표 값이다.

$$W = (v_1, v_2, \dots, v_r) \quad (5)$$

이렇게 얻은 행렬 W 는 각 선분을, 다른 모든 선분들과의 기울기 차이를 이용하여 hyper space로 투영한 후 그 주성분만 뽑은 결과이고 따라서

W 의 i 번째 행 벡터는 i 번째 선분을 대표하는 값이 된다. 이와 같은 개념을 바탕으로

W 의 행 벡터들간의 정규화 내적 값을 구하여 식(6)과 같이 새로운 유사도 행렬을 얻을 수 있다.

$$A_{ij} = \frac{\sum_r W_{ir} W_{jr}}{\sqrt{\sum_r W_{ir}^2} \sqrt{\sum_r W_{jr}^2}} \quad (6)$$

이렇게 얻은 새 유사도 행렬을 가지고 처음으로 돌아가서 다시 주성분 분석을 하는 과정을 계속 반복하게 되면 비슷한 기울기를 갖고 같은 클러스터에 속하는 선분들 사이의 유사도 행렬 값은 점점

1 에 가까워지고 다른 클러스터에 속하는 선분들 간의 값은 점점 0 에 수렴 하게 된다. 수렴성에 대한 증명은 [20] 을 참조하기 바란다.

3) 대응 노드 결정과 최종 정합결과 결정단계

이렇게 후보 대응 쌍들을 결정하고 나면 두 번째 단계인 노드 대응 단계에서는 나머지 노드들 간의 대응 관계를 결정해 주게 되는데 이미 기준이 되는 기저 간의 대응 관계가 결정되어 있기 때문에 나머지 노드들의 대응 관계는 기준 기저와의 관계를 이용하여 쉽게 결정 할 수 있다.

제안 기법에서는 이미지의 각 노드들의 위치에 대응하는 모델에서의 위치를 찾고 그 부분에 대응 선분이 존재하는지 아닌지를 엔트로피 측도를 이용해 결정한다.

끝으로 모든 노드들 간의 대응 관계를 결정한 후에는 이 결과를 바탕으로 첫 번째 단계에서 뽑힌 여러 개의 후보 기저들 중 가장 많은 대응 노드를 갖는 후보 기저 쌍을 선택하여 이것에 의한 결과를 최종 정합 결과로 취한다.

4. Experiment Results

제안 기법의 성능을 검증하기 위하여 기존의 기법들 중 가장 좋은 성능을 보이는 ARG 정합 [17] 기법과 속도와 정확도에 대한 비교 실험을 수행 하였다. 실험은 가리워짐이 전혀 없고 다른 물체도 포함되어 있지 않은 모델 영상들과 복잡도와 가리워짐의 정도를 순차적으로 변화시킨 여러 장의 이미지 영상을 640×480 크기로 직접 찍어 만든 데이터베이스에 대해 수행되었다.

먼저 속도 성능을 비교하기 위하여 하나의 이미지와 하나의 모델을 정해 놓고 정합에 사용되는 특정 선분의 개수만 변화 시키면서 복잡도 증가에 따른 각 기법의 수행 시간을 ms 단위로 측정하였다.

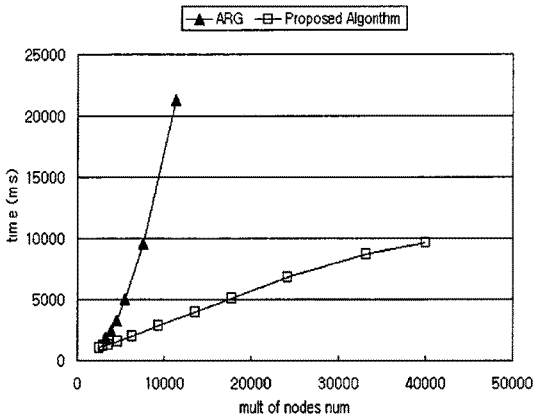
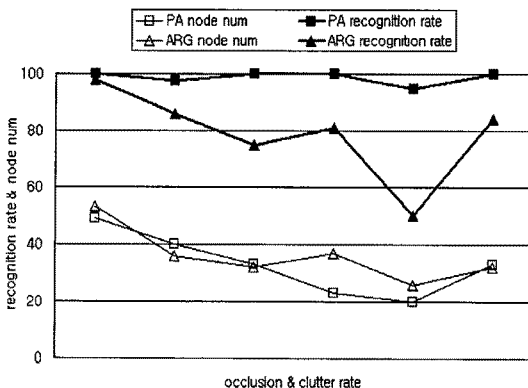


그림3. 선분 개수의 증가에 따른 수행 시간의 변화. X축은 이미지와 모델에서 사용된 라인의 개수를 곱한 값이고 Y축은 정합에 걸린 시간이다. 사각형으로 표시된 제안 기법의 결과는 선분 개수 곱이 증가함에 따라 선형적으로 변화하면서 $O(n \times m)$ 의 복잡도 분석과 일치하는 결과를 보인다.

그림3. 에서 가로축은 이미지와 모델에서 추출된 특징선분의 개수를 곱한 값이고 세로축은 정합에 걸린 시간을 ms 단위로 나타낸 것이다. 만약 이미지에서 n 개, 모델에서 m 개의 특징 선분이 추출되었다면 제안 기법은 $O(n \times m)$ 의 계산 복잡도를 가지게 된다. 그림3. 에서 사각형이 제안 기법의 결과를 나타내는데 복잡도의 분석에서와 같이 선분 개수의 곱에 비례하여 정합에 걸리는 시간이 선형적으로 증가하는 결과를 보여주고 있다. 기하 급수적인 변화를 보이는 ARG 방식에 비교해 볼 때 복잡도가 증가할수록 더욱 좋은 성능을 보여 주었다.

정확도 성능을 측정하기 위해서는 가리위집과 복잡도를 순차적으로 증가시킨 여러 장의 이미지에서 주어진 모델을 찾아내는 실험을 수행 하여, 정합이 되었다고 판단된 전체 선분들 중 올바르게 찾은 선분의 개수의 비율로 정의된 인식률의 변화를 측정하였다. 그림4. 에서 가로 축이 가리위집과 복잡도의 정도를 나타내고 세로축에는 인식률과, 정합되었다고 판단된



선분의 개수를 한꺼번에 표시 하였다. 속이 빈

그림4. 가리위집과 복잡도 증가에 따른 정합 선분 개수와 인식률의 변화. 속이 찬 사각형과 삼각형은 각각 제안 기법 (PA) 과 ARG 기법의 인식률을, 속이 빈 사각형과 삼각형은 정합된 선분의 개수를 나타낸다.

사각형과 삼각형은 각각 제안 기법과 ARG 기법에서 정합된 선분의 개수를 나타내고 속이 찬 사각형과 삼각형은 그 중 올바르게 정합된 선분 개수의 비율을 백분율로 나타낸 것이다. 그림에서 알 수 있듯이 정합 선분의 개수에 있어서는 두 기법이 비슷한 성능을 보였지만 인식 비율에 있어서는 이미지의 가리위집과 복잡도가 증가 할 수록 제안 기법이 훨씬 좋은 성능을 보여 주었다.

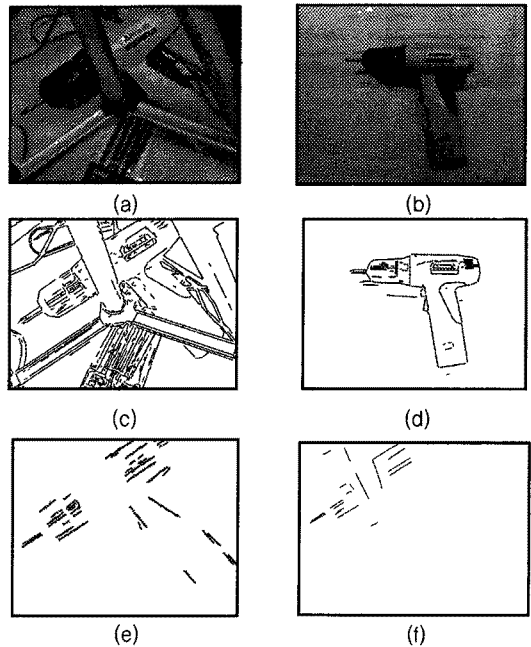


그림5. (a), (b)는 각각 이미지와 모델의 원영상. (c), (d)는 각각의 영상에서 선분을 추출한 결과. (e), (f)는 각각 ARG 기법과 제안 기법으로 이미지에서 모델을 찾은 정합 결과.

그림5. 에는 실제로 제안 기법을 이용하여 복잡한 이미지에서 모델을 정합한 결과들 중 하나를 예시 하였다. 맨 위의 두 그림은 각각 이미지와 모델의 원영상이고 중간은 특징 선분들을 추출한 결과를, 마지막 줄은 각각 ARG 기법과 제안 기법으로 이미지에서 모델을 찾은 정합 결과이다. 제안 기법이 보다 좋은 성능을 보임을 확인할 수 있다.

5. 결론

본 논문에서 제안한 기법은 새롭게 정의된 엔트로피 측도와 기저 중심의 정합기법을 사용함으로써 기존의 그래프 정합 기법들의 노드 대응에 기반한 정합 방식의 단점을 극복하고 속도와 정확도 면에서 성능을 향상 시켰다. 하지만 제안 기법은, 만약 기저 쌍이 잘못 대응되게 되면 나머지 노드들도 모두 정합에 실패하는 성질을 가지고 있기 때문에 보다 강한 기저 정합 기법에 대한 연구가 필요하다. 만일 스케일 공간상에서 정합을 수행하게 된다면 계산 속도와 정확도를 동시에 개선 할 수 있는 가능성이 있다고 보여진다.

Reference

[1] Y. Lamdan and H. Wolfson, Geometric Hashing: A general and efficient model-based recognition scheme. *Proceedings of the International Conference on Computer Vision*, 238-249, 1988. Computer Society Press, Los Alamitos, CA, 1988.

[2] I. Rigoutsos and R. Hummel, A Bayesian approach to model matching with geometric hashing. *Computer Vision and Image Understanding*, 62(1): 11-26, July 1995.

[3] H. J. Wolfson and I. Y. Rigoutsos, Geometric hashing: An overview. *IEEE Computational Science and Engineering*, 4(4): 10-21 October-December 1997.

[4] Frank C. D. Tsai, A probabilistic approach to geometric hashing using line features. *Computer Vision and Image Understanding*, 63(1): 182-195, January 1996.

[5] P. A. Viola and W.M. Wells, III, Alignment by maximization of mutual information. *International Journal of Computer Vision*, 24(2): 137-154, September 1997.

[6] W. J. Christmas, J. Kittler, M Petrou, Structural matching in computer vision using probabilistic relaxation. *IEEE Trans, Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 17(8): 749-764, August 1995

[7] Steven Gold and Anand Rangarajan, A graduated assignment algorithm for graph matching. *IEEE Trans, Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 18(4): 377-388, April 1996.

[8] R. C. Wilson, E.R. Hancock, Structural matching by discrete relaxation. *IEEE Trans, Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 19(6): 634-647, June 1997.

[9] S. Umeyama, An eigen decomposition approach to weighted graph matching problems *IEEE Trans, Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 10: 695-703, September 1988.

[10] Guy L. Scott and H. Christopher Longuet-Higgins, An algorithm for associating the features of two patterns. *Proc. Royal Soc.*

London, B244: 21-26, 1991.

[11] L. Shpiro and J. Brady, Feature-based correspondence - an eigenvector approach. *Image and Vision Computing*, 10: 268-281, June 1992.

[12] B. Luo and E. Hancock, Structural graph matching using the EM algorithm and singular vector decomposition *IEEE Trans, Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 23(10): 1120-1136, October 2001.

[13] B. Luo, Richard C. Wilson, E. Hancock, Spectral embedding of graphs. *Pattern Recognition*, 36: 2213-2223, October 2003.

[14] Lei Xu and Irwin King, A PCA approach for fast retrieval of structural patterns in attributed graphs. *IEEE Trans, On Systems, Man, and Cybernetics*, 31(5): 812-817, October 2001.

[15] Terry Caelli and Serhiy Kosiov, An eigenspace projection clustering method for inexact graph matching. *IEEE Trans, Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 26(4). 515-519, April 2004.

[16] Sang Ho Park, Kyong Mu Lee, Sang Uk Lee, A line feature based matching technique based on an eigenvector approach. *Computer Vision and Image Understanding*, 77: 263-283, 2000.

[17] Bo Gun Park, Kyong Mu Lee, Sang Uk Lee, and Jin Hak Lee, Recognition of partially occluded objects using probabilistic ARG(attributed relational graph)-based matching. *Computer Vision and Image Understanding*, 90: 217-241, 2003.

[18] C.E. Shannon, A mathematical theory of communication. *Bell System Technical Journal*, 27: 379-423 and 623-656, July and October, 1948

[19] G. Scott and H. Longuet-Higgins, Feature grouping by relocalisation of eigenvectors of the proximity matrix. In *Proc. British machine Vision Conference*, 103-108, 1990.

[20] M. Brand and K. Huang, A unifying theorem for spectral embedding and clustering. *International Workshop On Artificial Intelligence and Statistics*, January 2003