2005 한국경영과학회/대한산업공학회 춘계공동학술대회
2005년 5월 13일~14일, 충북대학교

거래비용을 고려한 옵션 복제 전략의 성과 비교

배성식[1], 오형식[2], 장연식[2], 박재현[2]

([1]우리은행,[2]서울대 산업공학과/서울 관악구 신림동 서울대학교 공과대학 36동 307호)

Abstract

본 논문에서는 KOSPI200 지수선물의 분 단위 가격 데이터를 이용하여 거래비용을 고려한 옵션 복제 전략들의 성과를 비교하였다. 비교를 위해 사용한 옵션 복제 전략들은 ①Black-Scholes 델타(delta) 전략, ②Black-Scholes 델타 한도 전략, ③Leland 전략, ④Whalley-Wilmott 전략이다. 각 전략들은 옵션 복제를 위한 기초자산 거래와 관련된 두 가지 질문에 대한 답을 준다. 첫 번째 질문은 거래 시점에 관한 것으로, '언제 거래할 것인가'이고, 두 번째 질문은 거래량에 관한 것으로, '얼마만큼 거래할 것인가'이다.

본 논문에서는 현실적인 KOSPI200 지수선물 거래수수료(거래금액 대비 0.01%) 환경에서 잔존만기 1년인 유럽형 등가격 콜 옵션을 복제하는 경우를 실험하였다. 실험 결과 Leland 전략을 제외한 나머지 세 전략들의 복제 성과가 상대적으로 뛰어난 것으로 나타났다. 그러나 이들 세 전략들 간에는 복제 성과에 대해 뚜렷한 차이를 발견하기 어려웠다. 한편, 복제 종료 시점에서의 복제 손익에 큰 영향을 미치는 요인은 복제 오차(복제 포트폴리오의 만기 가치와 복제 대상 옵션의 만기 현금흐름의 차이)인 것으로 나타난 반면, 복제를 위한 기초자산 거래비용이 복제 종료 시점에서의 복제 손익에 미치는 영향은 적은 것으로 나타났다.

주요어 : 옵션 복제, 거래 비용, 불연속 거래, 동적 헷지

1. 연구의 목적 및 필요성

옵션의 발행자는 옵션 발행에 따르는 위험을 부담하게 된다. 따라서 발행자는 이런 위험을 회피하기 위해서 발행한 옵션과 동일하거나 유사한 현금흐름을 가지는 포트폴리오를 구성하여 옵션 발행으로 인한 손실을 상쇄(Hedge)하는 방법을 이용한다. 복제 포트폴리오는 발행한 옵션의 기초자산(underlying assets)과 무위험자산(risk-free assets)으로 이루어진다. 동적인 포트폴리오 운영을 위해서는 기초자산을 사고파는 거래가 이루어져야 하는데, 현실적으로 기초자산의 거래는 거래 비용(transaction costs)을 수반한다.

옵션 복제를 할 때, 어떤 모형을 선택하는가는 옵션 발행자에게는 중요한 문제이다. 이 논문에서는 합리적인 의사결정 과정으로써 옵션 복제 전략 모형들의 성과를 비교하고 옵션 복제 전략 간의 우열을 평가하고자 하는데 목적이 있다.

2. 선행 연구

현실에서 옵션 복제를 위한 기초자산은 불연속적으로 거래되며, 거래 비용도 수반한다. 이런 현실상황을 반영한 여러 옵션 복제 전략이 연구되었다. Leland(1985)의 전략은 거래 금액에 비례하는 거래비용의 효과를 고려하기 위해 기초자산의 변동성을 수정하는 방법을 제안했다.

① 초과복제 접근 방법 : 만기 현금 흐름을 항상 더 가치 있게 복제하려는 연구. 현실성 부족.
② 불완전 복제 접근 방법: 복제 오차를 줄이려고 함. 만약 각 복제 거래 시점의 복제 오차가 서로 독립이면, 전체 복제 오차의 기대값은 0인 전략이 가능.
③ 효용극대화 접근 방법: 위험과 수익의 관계를 정량적으로 나타내는 utility function을 정의하고 옵션 복제 문제를 확률 제어 문제로 표현. 손실 위험이 거래비용을 초과할 때만 복제 수행. 불완전 복제 접근 방법과 달리 복제 오차의 수준을 위험 회피 계수로 이용하여 조절.

3. 옵션 복제 전략

3.1 옵션 복제 개요

옵션의 델타(delta, Δ)는 기초자산의 가격 변화량 대비 해당 옵션의 가격 변화로 정의된다.

$$\Delta @ \partial c / \partial S \qquad \text{(식 1)}$$

S : 기초자산의 가격, c : 옵션의 가격

이때 옵션 1단위에 대해 매도포지션을 취하고, 기초자산에 대해 △단위만큼 매수포지션을 취하여 포트폴리오를 구성한다. 이러한 포트폴리오는 기초자산의 가격변화로 인한 손익과 옵션의 가격 변화로 인한 손익이 서로 상쇄되어(hedged) 포트폴리오의 미래 가치가 확정적(certain)이다. 주의할 점은 이러한 무위험 상태가 아주 짧은 시간 동안만 유효하다는 것이다. 포트폴리오가 지속적으로 무위험 상태를 유지하기 위해서는 매 순간 기초자산의 포지션을 해당 시점의 델타와 같도록 조정해주어야 한다. 즉, 동적으로 포트폴리오를 운영해야만 하는데 이때 옵션의 델타는 그 옵션과 해당 옵션의 기초자산으로 구성된 무위험 포트폴리오(hedged portfolio)를 구성하기 위해 보유해야 할 기초자산의 수량을 의미한다.

복제의 관점에서 바라볼 때, 무위험 포트폴리오는 옵션과 기초자산으로 구성된 포트폴리오를 통해 무위험 자산(risk-free assets)을 복제하는 것으로 볼 수 있다.

(옵션) + (기초자산) = (무위험자산)

위와 같은 복제가 가능하다면, 기초자산과 무위험 자산으로 이루어진 포트폴리오를 구성하여 옵션을 복제하는 것도 가능하다.

(기초자산) + (무위험자산) = (옵션)

따라서, 옵션 복제란 복제 대상이 되는 옵션의 기초자산(또는 그와 유사한 가격 움직임을 보이는 자산)과 무위험 자산의 포트폴리오(이하 복제 포트폴리오)를 옵션의 잔존만기 동안 동적으로 운영하여 옵션의 만기 시점에서 복제 포트폴리오의 가치가 옵션의 만기 현금 흐름(payoff)과 동일하거나 또는 유사하도록 만드는 것을 의미한다.

성공적인 옵션 복제는 옵션의 만기 시점에서 복제 포트폴리오의 가치와 옵션의 만기 현금 흐름의 차이(이하 복제 오차)가 0이 되는 경우이다. Black-Schols 모형을 포함하여 많은 이론적인 모형이 가정하고 있는 완비시장(complete market)에서는 복제 오차가 항상 0이 되도록 할 수 있으나, 현실세계와 같은 불완비 시장(incomplete market)에서는 일반적으로 복제 오차는 0이 아니다.

거래비용이 존재하는 상황에서 불연속적 거래를 통해 옵션을 복제하는 경우, 옵션을 복제하는 사람은 다음과 같은 두 가지 목적을 이루려고 노력한다.

·복제 오차의 절대값을 최소화한다.
·거래비용을 최소화한다.

그러나 위의 두 목적은 서로 충돌한다. 복제 오차의 절대값을 최소화 하기 위해서는 조정거래 시점을 짧게 해야 하는데 자주 조정거래를 수행하면 거래 비용이 증가한다. 반대로 조정거래 횟수를 줄이면 거래비용은 줄어드는 반면 복제 오차의 절대값이 커진다.

동적인 복제 포트폴리오 운영을 통해 옵션을 복제하기 위해서 복제를 수행하는 사람은 기초자산의 거래와 관련하여 다음과 같은 두 가지 의사결정을 복제기간 동안 반복해야 한다.

·언제 거래할 것인가? 또는 얼마나 자주 거래할 것인가?
·얼마만큼 거래할 것인가?

첫 번째 질문은 거래 시점에 관한 의사결정이고, 두 번째 질문은 거래량에 관한 의사결정이다. 본 장에서 살펴볼 4가지 복제 전략은 위의 두 질문에 대하여 각각 다른 접근 방법을 통해 각각 다른 답을

준다.

3.2 Black-Scholes 델타 전략

Black and Scholes(1973)와 Merton(1973)은 금융 파생상품의 가격 결정 모형을 아래와 같은 편미분 방정식으로 제시하였다.

$$\frac{\partial f}{\partial t} + rS\frac{\partial f}{\partial S} + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} = rf \qquad \text{(식 2)}$$

S : 기초자산의 가격, $f()$: 파생상품의 가격, r : 무위험 이자율

Black-Scholes-Merton의 모형은 다음과 같은 가정 아래서 유도되었다.

- ·기초자산의 가격은 기하브라운(geometric Brownian motion)을 따른다.
- ·유가증권(securities)에 대한 공매(short selling)가 허용된다.
- ·거래비용과 세금이 없고, 모든 유가증권은 임의의 수준으로 분할 거래가 가능하다.
- ·파생상품의 만기가 남아있는 동안에는 기초자산의 배당(dividends)이 없다.
- ·차익거래(arbitrage) 기회가 없다.
- ·유가증권에 대한 연속적인 거래(continuous transaction)가 가능하다.
- ·무위험 이자율은 상수이고, 모든 만기에 대해서 동일(flat term structure)하다.

(식 2)로 주어진 Black-Scholes-Merton의 편미분 방정식은 기초자산을 S로 하는 다양한 파생상품에 따라서 다양한 해를 갖는다. 행사가격이 K인 유럽형 콜옵션에 대하여 (식 2)의 편미분 방정식의 $t=0$ 시점에서의 해는 아래와 같다.

$$c = S_0 N(d_1) - Ke^{-rT} N(d_2) \qquad \text{(식 3)}$$

여기서 $N()$은 표준 정규 분포(standard normal distribution)의 누적 확률 분포(cumulative probability distribution)를 의미하고 d_1, d_2는 각각 아래와 같다.

$$d_1 = \frac{\ln(S_0/K) + rT}{\sigma\sqrt{T}} + \frac{1}{2}\sigma\sqrt{T}$$
$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T} \qquad \text{(식 4)}$$

또한 이 옵션의 델타는 아래와 같다.

$$\Delta = N(d_1) \qquad \text{(식 5)}$$

본 논문에서 옵션 복제를 위해 사용한 Black-Scholes 전략은 일정한 시간 간격(δt)마다 복제를 위한 조정거래를 수행하고, 매 조정거래 시점에서 복제 대상 옵션의 Black-Scholes 델타만큼 기초자산 포지션을 유지하는 전략이다.

3.3 Black-Scholes 델타 한도 전략

Black-Scholes-Morton 모형을 유도하는데 사용된 가정대로 거래비용에 대한 고려가 거의 없는 전략이다. Black-Scholes델타 전략도 적절한 조정거래 간격을 선택함으로써 거래비용에 대한 어느 정도의 고려를 할 수는 있다. Black-Scholes 델타 한도 전략은 거래비용을 고려하기 위해서 이와는 다른 접근을 한다.

Black-Scholes 델타 한도 전략은 매 시점 Black-Scholes 델타 값의 변화를 주시하면서, 그 값이 현재 기초자산의 포지션과 일정한 수준(α) 이상 차이가 발생하는 경우에만 조정거래를 수행하는 전략이다. 조정거래를 수행하는 경우, 해당 시점에서 복제 대상 옵션의 Black-Scholes 델타만큼 기초자산 포지션을 유지할 수 있도록 거래규모를 결정한다.

Black-Scholes 델타가 일정 수준 이상을 벗어나는 경우에만 조정거래를 수행하므로, 거래 횟수와 거래 규모를 줄이는 효과가 있으며, 결과적으로 거래비용이 줄어든다.

3.4 Leland 전략

Leland(1985)는 거래규모에 비례하는 거래비용(proportional transaction costs)이 존재하는 상황에서 일정한 시간 간격(fixed rebalance interval)마다 조정거래를 수행하는 경우의 옵션 복제 전략을 개발하였다. Leland의 전략은 Black-Scholes의 전략에 기반을 두고 있지만, 조정거래 간격의 길이와 거래비용의 비율에 따라 조정된 변동성(a modified volatility)을 이용하는 점에서 Black-Scholes의 전략과 차이가 있다.

Leland는 거래비용으로 인한 효과를 변동성에 적절히 조정해 반영하고자 하는 것인데, 이 때 조정거래 간격을 동시에 고려한다. Leland는 다음과 같이 수정된 변동성을 정의하였다.

$$\hat{\sigma}^2(\sigma^2, \lambda, \delta t) = \sigma^2 (1 + \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\lambda}{\sigma \sqrt{\delta t}}) \qquad (식\ 6)$$

σ^2 : 기초자산의 변동성, λ : 거래비용비율, δt : 조정거래수행간격

Leland의 수정 변동성을 Black-Scholes 모형에 대입하여 유럽형 콜옵션에 대한 Leland의 옵션 가격 결정 공식을 아래와 같이 구할 수 있다.

$$\hat{c}(S, K, \sigma^2, r, T, \delta t) = S_0 N(\hat{d}_1) - K e^{-rT} N(\hat{d}_1 - \hat{\sigma}\sqrt{T}) \qquad (식\ 7)$$

$$\hat{d}_1 = \frac{\ln(S/K) + rT}{\hat{\sigma} T} + \frac{1}{2}\hat{\sigma}\sqrt{T} \qquad (식\ 8)$$

Leland의 옵션 복제 전략은 옵션 복제를 위한 기초자산 보유량으로 (식 7)을 이용하여 구한 델타를 사용하는 전략이다. Leland의 델타는 아래와 같다.

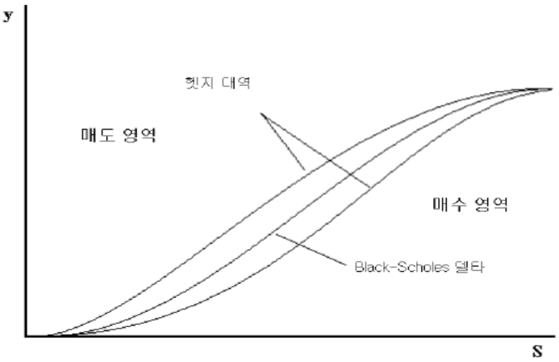
$$\hat{\Delta} \equiv \partial \hat{c} / \partial S = N(\hat{d}_1) \qquad (식\ 9)$$

요약하면, Leland 전략은 일정한 시간 간격(δt)마다 복제를 위한 조정거래를 수행하며(이점에 있어서는 Black-Sholes 델타 전략과 동일), 각 조정거래의 규모는 거래시점의 Leland 델타($\hat{\Delta}$)만큼의 기초자산 포지션을 유지하기 위해 필요한 양으로 결정된다.

3.5 Whally-Wilmott 전략

Whalley-Wilmott 전략은 Davis, Panas and Zariphopou(1993)의 결과를 수치적으로 간략화 시켜서 현실적으로 쉽게 활용 가능하도록 만든 전략이다.

Whalley-Wilmott 전략을 직관적으로 해석하면, 의사결정 공간이 매수영역(buy region), 매도영역(sell region), 그리고 무거래 영역(no-transaction region)의 세 가지 영역으로 나누어 진다고 볼 수 있다. 만일 포트폴리오의 상태가 무거래 영역에 존재한다면, 기초자산의 확률과정에 따라 영향을 받으면서 변해 나갈 것이다. 만일 매수 영역이나 매도 영역에 존재한다면, 옵션 발행자(혹은 포트폴리오 관리자)는 즉시 포트폴리오의 상태가 무거래 영역에 존재하도록 유지하기 위한 최소거래(minimal transaction)를 수행할 것이다. 이는 결과적으로 다음과 같이 Black-Scholes 델타 주변에 헷지 대역(hedging bandwidth region)을 형성한다.



헷지 대역을 아래와 같이 표현될 수 있다.

$$B(t) = (3\lambda S_t e^{-r(T-t)} \Gamma_t^2 / 2\gamma)^{1/3} \qquad (식\ 10)$$

Γ_t : Black-Scholes 감마(Gamma), γ : 지수효용함수의 위험 회피 계수

Whalley-Wilmott 전략은 복제를 위해 매시점 보유할 기초자산의 양을 아래와 같은 방법을 통해 결정한다.

$$y_t = \begin{cases} \Delta_t - B(t) & if \quad y_{t-1} < \Delta_t - B(t) \\ \Delta_t + B(t) & if \quad y_{t-1} > \Delta_t + B(t) \\ y_{t-1} & if\ \Delta_t - B(t) \le y_{t-1} \le \Delta_t + B(t) \end{cases} \qquad (식\ 11)$$

Δ_t : Black-Scholes 델타

요약하면, Whalley-Wilmott 전략은 기초자산의 가격 변화를 주시하면서 조정거래가 필요한 경우에만 거래를 수행한다. 또한 거래가 수행되는 경우에는 거래비용을 줄이기 위해 헷지 대역의 경계까지만 거래를 수행한다.

지금까지 본 장에서 살펴 본 4가지 전략의 특성을 비교한 표를 아래에 제시한다.

	Black-Scholes 델타 전략	Black-Scholes 델타 한도 전략	Leland 전략	Whalley-Wilmott 전략
조정거래 수행시점	일정 시간 간격마다 수행함	델타와 기초자산 포지션의 차이가 설정한 한도를 초과하는 경우 수행함	일정 시간 간격마다 수행함	델타가 헷지 대역을 초과하는 경우 수행함
조정거래 수행 후, 기초자산포지션	Black-Scholes 델타	Black-Scholes 델타	Leland 델타	Whalley-Wilmott 헷지 대역의 경계

4. 옵션 복제 성과 비교 실험

4.1 실험 개요

본 연구에서는 최근월물의 KOSPI200 지수선물을 이용하여 잔존만기 1년(250거래일)인 유럽형 콜옵션을 복제하는 실험을 수행하였다. 앞서 설명한 4가지 옵션 복제 전략을 각각 이용하여 복제를 수행한 후, 성과를 비교하는 방식으로 실험이 진행된다.

다음의 표는 실험에 사용된 복제 대상 옵션의 특성을 보여준다.

옵션종류	유럽형 콜옵션
기초자산	KOSPI200 지수선물
행사가격	옵션복제시작시점의 기초자산과 동일(시작시점에서 등가격옵션)
잔존만기	1년(250거래일)

본 논문의 실험에 사용한 시장 자료(market data)는 아래 표와 같다.

자료의 기간	1997년 7월 7일 ~2004년 6월 30일(1,782거래일, 만7년)
자료종류	·기초자산 가격 : KOSPI200 연결선물 1분 종가 ·무위험 이자율 : CD91일 유통수익률(일별) ·변동성 : KOSPI200 지수의 90일 역사적 변동성(일별)
거래비용	매수와 매도 모두, 거래금액의 0.01%(KOSPI200 선물거래에 대한 국내 증권사의 HTS 수수료율)

4.2 실험방법

본 연구의 실험은1997년 7월부터 2004년 6월까지 만 7년(1,782 거래일)의 과거시장자료(시계열)를 이용하여 수행된다. 250거래일을 1거래일씩 이동해 가면서 총 1,533개의 기간에 대하여 복제를 수행하게 되고, 결과적으로 각각의 전략마다 1,533개의 복제 성과 표본(sample)을 얻을 수 있다.

본 연구에서 사용한 복제성과 지표를 다음과 같이 정리하였다.

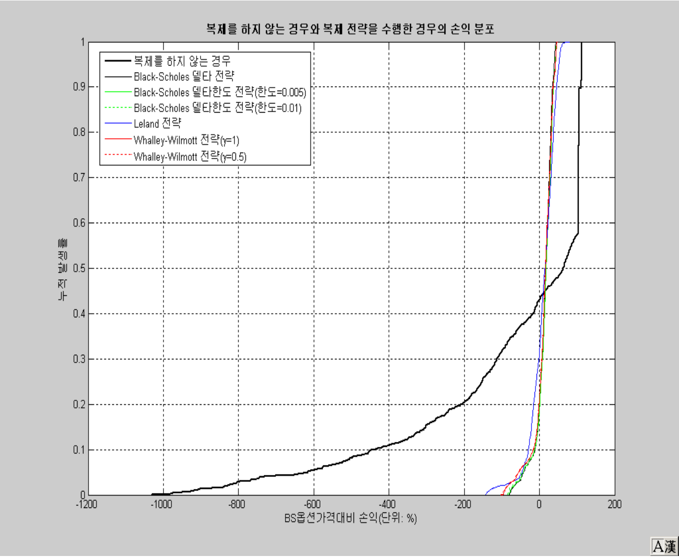
성과지표1(손익)	(BS옵션가격대비거래비용포함복제손익) $= \dfrac{(\text{거래비용포함복제포트폴리오의만기가치})-(\text{옵션payoff})}{(\text{복제시작시점의BS옵션가격})}$
성과지표2(거래비용)	(BS옵션가격대비거래비용의만기총합) $= \dfrac{(\text{복재기간중발생한거래비용현금흐름의복제종료시점가치})}{(\text{복제시작시점의BS옵션가격})}$
성과지표3(복제오차)	(BS옵션가격대비거래비용제외복제손익) = (BS옵션가격대비복제오차) $= \dfrac{(\text{거래비용제외복제포트폴리오의만기가치})-(\text{옵션payoff})}{(\text{복제시작시점의BS옵션가격})}$

성과지표1은 거래비용과 복제오차를 동시에 고려한 지표인 반면, 성과지표2는 거래비용을 성과지표3은 복제오차만을 고려한 지표이다

본 연구에서는 앞 장에서 설명한 4가지 옵션 복제 전략을 기반으로 매개변수(parameter)를 달리 설정하는 방법으로 총 5×6=30가지 서로 다른 옵션 복제 전략을 수행하였다. 복제거래수행주기(Black-Scholes 델타 전략, Leland 전략) 또는 모니터링 주기(Black-Scholes 델타 한도 전략, Whalley-wilmott 전략)를 1분, 5분, 30분, 60분, 1일의 5가지로 변화시켜가면서, 6가지 전략(①Black-Scholes 델타전략, ②델타 한도 0.005 Black-Scholes 델타 한도 전략, ③델타 한도 0.01 Black-Scholes 델타 한도 전략, ④Leland 전략, ⑤위험회피계수 1 Whalley-Wilmott 전략, ⑥위험회피계수 0.5 Whalley-Wilmott 전략)에 대하여 복제를 수행한 것이다.

4.3 실험 결과 및 분석

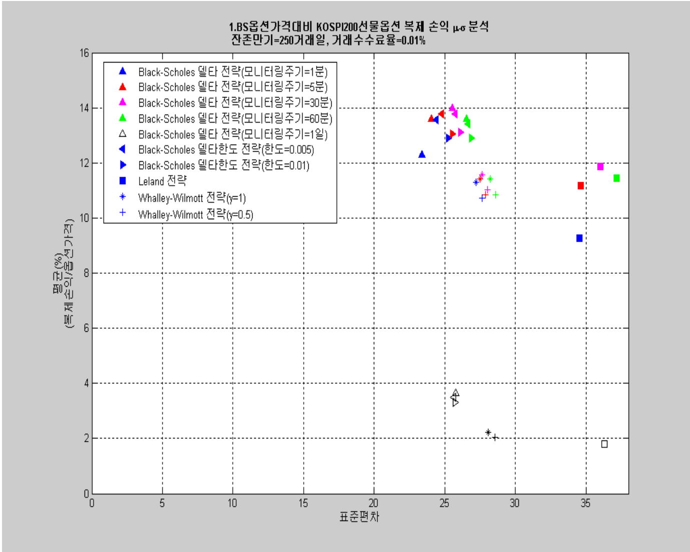
먼저 옵션 발행에 따른 위험을 회피하지 않은 경우와 옵션 복제 전략을 수행하여 위험을 회피한 경우의 손익 분포를 비교해 보자.



위의 도표는 옵션 발행 후 위험을 그대로 방치한 결과이다. 그래프를 보면, 최대 손실이 옵션 가격 대비 -1000%까지 발생하는 것을 볼 수 있다. 이에 반해 옵션 복제 전략을 통해 위험 회피를 한 그래프를 보면, 손익이 대략 옵션 가격의 -160%~70% 선에 분포하는 것을 볼 수 있다. 이 결과는 옵션 발행 후 위험 회피를 위한 어떤 행동이 필요하고, 옵션 복제 전략은 이런 위험을 줄이는 효과가 있음을 보여준다.

아래 도표들은 거래 비용을 포함한 손익에 대한 평균-표준편차 그래프이다. 표지(marker)의 모양은 6가지 복제 전략을 의미하며, 표시의 색깔은 5가지 복제 거래 수행 주기(또는 모니터링 주기)를 의미한다. 그래프에 나타나는 범례는 공간 제약으로 대표적인 일부만 표시하였다.

(1) 거래비용을 포함한 손익(성과지표1)

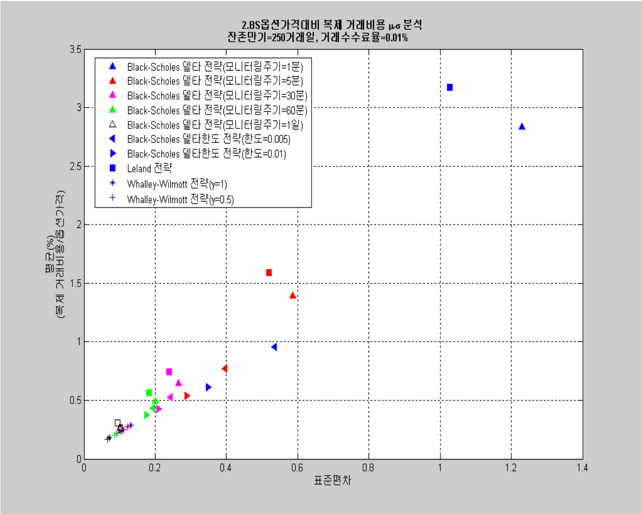


위 도표의 결과에 의하면 가장 효율적인 전략(efficient frontier)은 1분, 5분, 30분 간격으로 수행된 Black-Scholes 델타 전략이다. 델타 한도를 0.005로 설정하고 1분, 5분, 30분 간격으로 수행된 Black-Scholes 델타 한도 전략도 상당히 효율적인 전략으로 나타난다.Whalley-Wilmott 전략은 Black-Scholes 델타 전략이나 Black-Scholes 델타 한도 전략에 비해서는 비효율적인 것으로 나타난다. 이는 Whalley-Wilmott 전략은 거래 비용에 초점을 맞춘 전략인데, 본 실험에서 사용한 거래 수수료는 0.01%로 상당히 적기 때문이다. 거래 수수료 비율을 0.1%, 1% 등으로 증가시켜서 수행한 실험에서는 Whalley-Wilmott 전략이 가장 효율적인 전략으로 나타났다.

한편 1분, 5분, 30분 간격으로 수행된 복제 전략들은 60분, 1일 간격으로 수행된 전략보다 효율적이다. 특히 1일 간격으로 수행된 전략들은 큰 차이를 보이며 가장 비효율적인 것으로 나타난다.

(2) 거래비용(성과지표2)

복제 위한 거래비용만 고려했을 때 어떤 전략이 효율적인지 비교하기 위해서 성과지표2를 이용하였다.

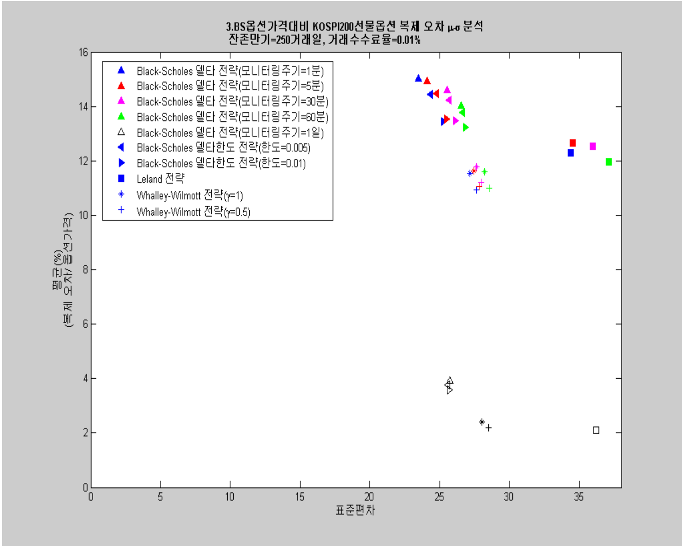


위 도표는 복제 전략들의 거래 비용과 관련된 특성을 분명하게 보여준다. Black-Scholes 델타 전략과 Leland 전략은 일정한 간격마다 복제를 위한 거래를 무조건 수행하는 전략이다. 따라서 거래 주기가 짧아지면 거래비용이 커지는 특성을 가지고 있다. 이 전략에서는 복제 거래 주기를 1일에서 1분으로 바뀌면 거래비용의 평균이 약 10배 증가하는 것을 확인할 수 있다.

반면 Black-Scholes 델타 한도 전략과 Whalley-Wilmott 전략은 각각 특정한 조건을 만족하는 경우에만 조정거래를 수행하는 전략이다. 따라서 모니터링 주기가 짧아진다고 거래비용이 급격하게 증가하지는 않는다. 도표에서 보면, 모니터링 주기를 1일에서 1분로 바꾸어 실행해도 거래비용이 평균 2~3배 증가하는데 그치는 것을 볼 수 있다.

(3) 복제 오차(성과지표3)

복제 오차는 복제 대상 옵션을 얼마나 잘 복제하는지를 평가하는 지표이다. 따라서 복제 오차를 이용한 평가에서는 복제 대상 옵션의 만기 현금 흐름(payoff)과 복제 포트폴리오의 만기 가치의 차이가 0에 가까울수록 복제를 잘 수행했다고 평가하는 것이 합리적이다.



위 도표를 통해 표준편차와 평균을 고려했을 때 복제 오차 측면에서 Whally-Wilmott 전략이 가장 효율적임을 알 수 있다. 수학적 모형을 이용한 연구(Boyle and Emanuel, 1980)에서는 복제 오차의 기대값은 0이고, 복제 거래 주기가 짧아지면 복제 오차의 분산이 줄어드는 특성이 나타난다. 하지만 실제 시장 자료를 이용한 결과는 그러한 특성이 나타나지 않았다. 이는 기초자산의 움직임을 모형이 100% 반영하지 못하기 때문이라고 생각된다.

5. 결론 및 추후 연구 과제

5.1 결론

첫째, 현실적인 거래 수수료(0.01%)인 상황에서는 거래비용은 복제 오차에 의한 손익에 비해 상대적으로 영향력이 매우 작았다.

둘째, Black-Scholes 델타전략과 Black-Scholes 델타 한도 전략 Whally-Wilmott 전략간에는 우열을 가리기 어렵다. 하지만 Leland 전략은 다른 전략에 비해 평균 분산적인 측면에서 나쁘게 나왔다.

셋째, 거래 비용측면에서는 Whally-Wilmott 전략이 다른 전략에 비해 압도적으로 뛰어났다. Leland 전략은 거래비용 감소에 큰 효과를 나타내지 못했다.

넷째, 복제 오차의 분산은 모니터링 주기 혹은 복제 거래주기가 1일에서 60분, 30분, 5분, 1분으로 짧아져도 거의 차이가 없었다.

5.2 추후 연구 과제

본 연구에서는 거래 비용을 거래 수수료만 고려했다. 하지만 실제 상황에서 거래비용은 세금, 슬리피지, 거래량 등 기초 자산과 관련한 추가적인 비용을 포함한다. 따라서 추가적인 거래비용을 포함한 연구가 필요하다.

또한 실제 옵션 시장에서 복제 전략으로 차익을 얻을 수 있는지 연구함으로서 시장의 효율성을 분석을 해 볼 수 있다.

참고문헌

Black, F. and M. Scholes, "the Pricing of Options and Corporate Liabilities", *Journal of Political Economy*, 81(1973), pp.637-659

Boyle, P.P. and D. Emanuel, Discretely' adjusted option hedges", *Journal of Political Economy*, 8(1980), pp.259-282

Boyle, P.P. and T. Vorst, “Option Replication in Discrete Time with Transaction Costs", *Journal of Finance*, 47(1992), 271-293

Davis, M.H.A. and A. Norman, "Portfolio Selection with Transaction Costs", *Mathematics of Operation Research*, 15(1990), 676-713

Davis, M.H.A. and V.G. Panas, and T. Zariphopoulou, "European ption Pricing with Transaction Costs", *SIAM Journal on Control and Optimization*, 31, no. 2(1993), 470-493

Edirisinghe, C., V. Naik, and R. Uppal, "Optimal Replications of Options with Transaction Costs", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 28(1993), 117-138

Hodges, S.D. and A. Neuberger, "Optimal Replication of Contingent Claims under Transaction Costs", *Review of Future Markets*, 8(1989), 222-239

Hoggard, T., A.E. Whalley, and P. Wilmott, "Hedging Option Portfolios in the Presence of Transaction Costs", *Advances in Futures and Options*, 7(1944), 21-35

Leland, H.E., "Option Pricing and Replication with Transaction Costs", *Journal of Finance*, 40(1985), 1283-1301

Whalley, A.E., and P. Wilmott, "Counting the Costs", *Risk*(1993)

Whalley, A.E., and P. Wilmott, "Hedge with an Edge",*Risk*(1994)

Whalley, A.E., and P. Wilmott, "An Asymptotic Analysis of an Optimal Hedging Model for Option Pricing with Transaction Costs", *Mathematical Finance*, 7, no. 3(1997), 307-324