2005 한국경영과학회/대한산업공학회 춘계공동학술대회
2005년 5월13일~14일, 충북대학교

선형탐색 터널링을 이용한 정규화 신경망 학습 알고리즘과 옵션가격결정에의 응용

Regularized Neural Network Training Algorithm Using Line Search Tunneling and It's Application to Option Pricing

김보현, 정규환, 최형준, 이재욱
(우편번호 : 790-784) 경상북도 포항시 남구 효자동 산31번지
포항공과대학교 산업경영공학과
E-mail : bohyuny@postech.ac.kr

Abstract

본 논문에서는 다층 퍼셉트론 신경망 학습을 위한 새로운 두 단계 학습방법을 제안하고 이를 옵션가격결정 모형에 응용하였다. 제안된 신경망 학습 알고리즘의 첫번째 단계는 Levenberg-Marquardt 알고리즘을 이용하여 빠르게 국소최적해를 찾는 것이고 두 번째 단계는 첫 번째 단계에서 찾은 국소최적해가 원하는 수준에 미치지 못할 경우 선형탐색 터널링을 이용해서 더 나은 해를 찾는 것이다. 이 두 단계를 반복적으로 수행함으로써 연결가중치 공간에서 구하고자 하는 해를 빠르고 안정적으로 찾을 수 있다. 현재 옵션가격결정 모형으로 많이 이용되고 있는 Black-Scholes 모형의 문제점을 극복하기 위해서 제안된 신경망 모형을 옵션가격결정 문제에 사용하였다. 이 모형을 KOSPI200 옵션 데이터로 실험한 결과 Black-Scholes 모형에 비해 검증오차를 60% 가량 줄일 수 있었다.

Keywords: 다층 퍼셉트론, 신경망, 학습 속도 향상, Levenberg-Marquardt, 옵션가격결정

1. 연구배경

전통적인 옵션가격결정 모형은 차익거래의 기회가 존재하지 않는 상황에서 무위험 이자율로 수익을 올리는 동적 헷징 기법의 아이디어에 기반을 하고 있다. 이러한 연구는 Black-Scholes(1974)와 Merton (1973)의 연구로 시작되었으며, Black-Scholes 방정식은 비교적 간단한 시장 변수들로 옵션가격을 결정할 수 있다는 점에서 옵션시장의 발전에 커다란 공헌을 했다. 그러나 복잡한 옵션에 대해서는 응용이 어렵다는 점과 모형의 비현실적인 가정으로 인해 이론가격과 실제 가격의 차이가 크다는 점이 단점들로 지적되고 있다(Lajbcygier, 1999). 이후 이러한 단점을 극복하기 위한 다양한 수정 모형이 연구되었으며 대표적인 것들로는 금융자산의 비정규분포 가정, 변동성의 확률적 가정, 이자율의 확률적 가정 등을 추가한 모형 등이 있다. (Merton(1976), Cox and Ross(1976), Geske (1979), Rubinstein (1983), Hull and White(1987)) 이 논문들에서 제안한 모형들의 공통점은 블랙-숄즈 모형과 마찬가지로 기초자산의 가격변동이 특별한 확률과정을 따른다는 가정을 했다는 것이다.

그러나 Hutchinson, Lo, Poggio(1994)와 Malliaris, Salchenberger(1993)는 이러한 가정과는 달리 비모수적 기법인 신경망을 이용해 옵션가격을 결정하는 방법을 제안하였다.

다층 퍼셉트론 신경망(multilayer perceptrons neural network) 학습방법으로 널리 알려진 역전파(back-propagation) 알고리즘은 비모수적인 방법으로

서 가지는 장점들 외에도 수렴속도가 느려 학습에 시간이 많이 걸리고, 기울기 방향을 잘못 선택했을 때 국소 최적해(local minimum)에서 빠져나오기 어렵다는 문제점을 가지고 있다. 또한 학습 데이터(training data)와의 오차를 줄이다 보면 검증 데이터(test data)에 대해서는 오차가 증가하는 과대적합(overtraining 또는 overfitting) 현상이 발생한다. 따라서 초기에 사용된 이러한 신경망 방법은 옵션 가격결정에 있어 큰 성능의 향상을 보이지 못하였다.

본 논문에서 다루고자 하는 내용은 크게 두 가지로 볼 수 있다. 첫 번째는 역전파 알고리즘의 문제점을 해결하기 위해서 새로운 두 단계 학습 알고리즘을 제안하는 것이고 두 번째는 이를 옵션가격결정 모형에 적용하여 기존의 옵션가격결정 모형들 보다 오차가 작은지를 검증 하는 것이다.

본 논문의 2절에서는 다층 퍼셉트론의 개요와 역전파 알고리즘에 대해서 살펴보도록 하겠다. 3절에서는 본 연구를 통해 제안하는 새로운 신경망 학습방법을 소개하고, 이 방법을 실제 벤치마크 문제들에 적용한 결과를 기존 방법들과 비교·분석하겠다. 그리고 4장에서는 제안된 알고리즘을 사용한 다층 퍼셉트론 신경망을 이용해 KOSPI200 옵션가격결정 모형을 제안할 것이다. 끝으로 5장에서는 본 연구에 대한 고찰과 결론을 제시하고 앞으로 추가적 연구가 필요한 부분에 대해서 언급할 것이다.

2. 다층 퍼셉트론의 구조와 개요

2.1 다층 퍼셉트론의 기본구조와 최적화

기본적으로 다층 퍼셉트론의 학습은 신경망의 각 층에서 정보의 흐름 방향에 따라 전방향 흐름과 역방향 흐름 두 가지로 구성된다.

- 전방향 흐름: 입력 데이타가 입력층으로 들어가고 신경망의 각 뉴런을 통과해서 마지막 출력층으로 결과값이 나오는 과정
- 역방향 흐름: 전방향에서 나온 결과값을 기대 결과값과 비교해 오차를 계산하고 거꾸로 출력층으로부터 입력층까지 전달하는 과정

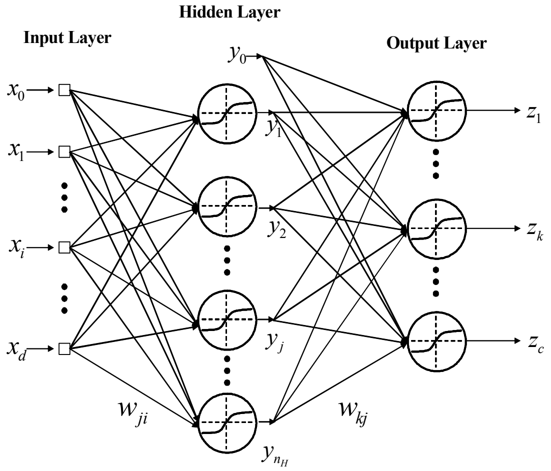

그림 1. 3개의 층을 가진 다층 신경망

2.2 역전파 알고리즘

그림1.은 3개의 층을 가진 다층 퍼셉트론을 보여주고 있다. 은닉 층의 j 번째 뉴런 에서는 입력값과 연결가중치의 내적값이 활성화함수(activation function)를 통과해서 y_j가 계산된다.

$$net_j = \sum_{i=0}^{d} x_i w_{ji} = \mathbf{w}_j^T \mathbf{x} \qquad (1)$$

$$y_j = f(net_j) \qquad (2)$$

출력층의 k 번째 뉴런에서는 y_j와 연결가중치의 내적값이 활성화 함수를 통과해서 z_k가 구해진다.

$$z_k = f(net_k) \qquad (4)$$

$$net_k = \sum_{j=0}^{n_H} w_{kj} y_j = \mathbf{w}_k^T \mathbf{y} \qquad (3)$$

일반적으로 출력값(z_k)값과 기대 결과값(t_k) 차의 제곱 합을 오차함수로 정의한다. 학습 데이터의 개수가 Q개일 때 오차함수 $V(\mathbf{w})$는 다음과 같다.

$$V(\mathbf{w}) \equiv \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{c}(t_k - z_k)^2 = \frac{1}{2}\|\mathbf{t} - \mathbf{z}\|^2 \qquad (5)$$

역전파 알고리즘은 오차함수를 줄이기 위해서 각 연결가중치를 변화시키는 방법이다. 이때 출력층에서부터 입력층까지 오차값이 역방향으로 통과하면서 각 층의 연결 가중치 값을 변화시켜 나간다. 가중치 변화 방법은 3.1에서 설명한다.

3. 다층 퍼셉트론의 새로운 학습 알고리즘

본 논문에서 제안한 알고리즘은 두 가지 단계를 갖는다. 첫 번째 단계는 신경망의 학습속도를 빠르게 하기 위해서 Levenberg-Marquardt 역전파 알고리즘을 이용해 빠르게 국소최적해를 찾는 과정이다. 첫 번째 단계에서 찾은 국소최적해가 원하는 오차 값보다 작으면 학습을 끝내지만 목표 오차 값보다 클 경우, 선형탐색 기반의 터널링 기법을 통해서 새로운 초기 연결가중치를 찾아 첫 번째 단계를 다시 수행한다. 이러한 과정을 반복 함으로써 보다 나은 국소최적해를 찾아 갈 수 있다.

3.1 Levenberg-Marquardt 알고리즘

본 논문에서는 신경망의 학습을 위한 역전파 과정에서 Levenberg-Marquardt 알고리즘을 적용하였다.[Hagan, 1994] 이 경우 헤시안 행렬을 계산하지 않고 뉴튼 방법을 근사할 수 있어 보다 빠르게 국소최적해를 찾을 수 있다. 신경망 학습과정은 오차함수 $V(\mathbf{w})$를 $\mathbf{w}$ 에 관해서 최소화하는 과정으로, 이때 뉴 튼

$$\Delta \mathbf{w} = -\left[\nabla^2 V(\mathbf{w})\right]^{-1} \nabla V(\mathbf{w}) \tag{6}$$

방법을 이용하여 연결가중치를 변화시킨다.

$$\nabla^2 V(\mathbf{w}) = J^T(\mathbf{w}) J(\mathbf{w}) \tag{7}$$

$$\nabla V(\mathbf{w}) = J^T(\mathbf{w}) e(\mathbf{w}) \tag{8}$$

이 때 $\nabla^2 V(\mathbf{w})$은 헤시안 행렬이 되고, $\nabla V(\mathbf{w})$은 경사도가 된다.

이처럼 Levenberg-Marquardt 알고리즘은 헤시안 행렬과 경사도 벡터를 야코비안(Jacobian) 행렬을 이용해서 추정한다. 따라서 야코비안 행렬을 계산하는 것이 Levenberg-Marquardt 알고리즘을 사용하는데 중요한 단계가 된다. 만약 출력 값의 차원이 S이고 학습 데이터의 개수가 Q이고 연결가중치의 개수가

$$J(\mathbf{w}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial e_1(\mathbf{w})}{\partial \mathbf{w}_1} & \frac{\partial e_1(\mathbf{w})}{\partial \mathbf{w}_2} & \cdots & \frac{\partial e_1(\mathbf{w})}{\partial \mathbf{w}_n} \\ \frac{\partial e_2(\mathbf{w})}{\partial \mathbf{w}_1} & \frac{\partial e_2(\mathbf{w})}{\partial \mathbf{w}_2} & \cdots & \frac{\partial e_2(\mathbf{w})}{\partial \mathbf{w}_n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial e_N(\mathbf{w})}{\partial \mathbf{w}_1} & \frac{\partial e_N(\mathbf{w})}{\partial \mathbf{w}_2} & \cdots & \frac{\partial e_N(\mathbf{w})}{\partial \mathbf{w}_n} \end{bmatrix} \tag{9}$$

n일때, 야코비안 행렬은 다음과 같다. ($N = Q \times S$)

이렇게 계산한 야코비안 행렬을 Levenberg -Marquardt 알고리즘에 적용해서 연결가중치를 변화

$$\Delta \mathbf{w} = -\left[J^T(\mathbf{w}) J(\mathbf{w}) + \mu \mathbf{I}\right]^{-1} J^T(\mathbf{w}) e(\mathbf{w}) \tag{10}$$

시키면 다음과 같다.

이 때 매개변수 μ가 0인 경우는 뉴튼 방법과 같은 방법이 되고, 매개변수 μ가 큰 값을 가질 경우는 기울기 하강법(gradient descent)에 가깝게 된다. 연결가중치를 변화시킴에 따라 오차함수의 값이 감소하면, μ를 작게 해서 학습 속도를 빠르게 한다. 반대로 오차함수의 값이 증가하면 μ를 크게 해서 함수가 발산하지 않도록 한다. 이런 식으로 연결가중치를 변화시켜 나가면 오차함수의 값이 결국 국소최적해에 도달하게 된다.

3.2 선형탐색 기반의 터널링 기법

Levenberg-Marquardt 알고리즘은 국소최적해까지 수렴하는 속도는 빠르지만 국소최적해로부터 벗어나 전역최적해로 수렴하지 못한다는 문제점을 가지고 있다. 또한 고차 도함수의 정보를 이용할 경우 국소최적해로 빠지는 경우가 더 많이 발생한다 [Haykin, 1999]. 따라서 Levenberg- Marquardt 알고리즘을 이용할 경우, 수렴속도의 향상을 기대할 수는 있으나 국소최적해로 빠지는 경우가 증가해 원하는 수준의 오차로 도달하지 못할 수 있다. 따라서 전역최적해로 수렴할 수 있는 방법이 함께 고려되어야 한다.

최근 국소최적해에 빠졌을 때, 이를 벗어나는 방법의 하나로서 동적 터널링 기법을 이용한 연구가 진행되고 있다[Roychowdhury, 1999]. 터널링이란 국소최적해에 도달했을 때 연결가중치에 잡음을 추가해 변경시키면서 현재의 오차보다 더 작은 오차함수 값을 갖는 연결가중치가 있는지 찾고, 만약 찾으면 이 연결가중치를 새로운 초기값으로 주고 다시 학습을 시켜 더 나은 국소최적해를 찾는 방법이다.

그러나 동적 터널링은 기존의 역전파 알고리즘을

그대로 적용했기 때문에 수렴 속도의 큰 향상을 보이지 못하였다. 또한 동적 터널링 과정에서 Lipschitz 조건의 위반을 이용하므로 결과가 안정적이지 못할 뿐만 아니라, 터널링의 방향을 제시하지 못해 모든 방향에 대해 테스트해야 하므로 고차원의 함수에 대해서는 시간이 너무 오래 걸린다는 단점이 있다.

본 연구에서 제안한 선형탐색 터널링 기법의 가장 큰 특징은 동적 터널링 기법과 달리 터널링 과정에서 적절한 방향을 제시하였다는 점이다. 일반적으로 신경망 학습에서 초기 연결가중치의 값은 -1에서 1사이의 값으로 주어지나, 신경망 학습 후, 국소최적해에 도달했을 때 연결가중치 값들은 실험적으로 -10~10정도 값을 갖는다. 이 경우 연결가중치 값들은 이미 포화되어 작은 잡음에 영향을 받지 않게 된다. 보통 다층 퍼셉트론 신경망의 연결가중치들은 수십 차원에 이르므로 대부분의 연결가중치 값들이 -10~10 사이의 큰 값을 가지고 있게 되어, 동적 터널링 기법에서 사용하는 작은 잡음으로는 현재의 연결가중치와 크게 차이가 않아 국소최적해를 벗어나기가 어렵다.

이 문제를 해결하기 위해, 선형탐색 터널링 기법에서는 국소최적해에 도달했을 때 연결가중치의 값이 모두 0이 되는 원점 방향으로 터널링을 한다. 이때 연결가중치 값의 변화 방법은 다음과 같다[Choi,

$$w(k+1) = \alpha \times w(k) \qquad 0 \le \alpha \le 1 \tag{11}$$

2004]].

Levenberg-Marquardt 알고리즘으로 국소최적해에 도달한 순간 연결가중치 값에 0과 1사이의 값(α)을 곱해 현재의 오차보다 작은 오차를 갖는 연결가중치를 찾을 때까지 변화시켜 나간다. 이런 방법으로 터널링을 할 경우 연결가중치 값들이 점차 -1에서 1 사이 값을 갖게 되어 연결가중치 값의 포화를 막게 되고, 따라서 국소최적해로부터 벗어날 수 있는 확률이 커지게 된다.

터널링 결과 현재의 오차보다 작은 오차를 갖는 연결가중치를 찾게 되면 새롭게 Levenberg - Marquardt 알고리즘을 이용한 학습단계로 넘어가게 되고, 그렇지 못한 경우 연결가중치 값들이 0으로 수렴되어 멈추게 된다. (그림 2.)

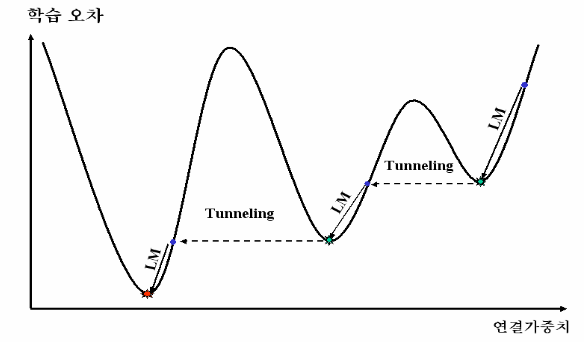

그림 2. 선형 탐색 터널링 알고리즘

선형탐색 기법 터널링의 가장 큰 장점은 동적 터널링 기법에 비해 국소최적해를 벗어날 확률을 높였다는 점이다. 또한 결과적으로 연결가중치들이 지나치게 커지지 않아 신경망의 일반화를 높일 수 있는 장점을 가지고 있다. 또한 동적 터널링에 비해 선형탐색기반 터널링 기법은 미분방정식 계산과 동적시스템을 이용해야 하는 복잡한 과정이 필요 없어 빠르고 안정적이다.

3.3 계산 알고리즘

본 논문에서 제안한 새로운 다층 퍼셉트론 학습 알고리즘은 다음과 같다.

초기값 설정: 신경망 구조(층 개수, 뉴런 개수), 목표 오차값, 최소경사도, 최대 훈련횟수(Epoch), α(상수)

PHASE I : Levenverg-Marquadt 알고리즘을 이용한 역전파 학습

I.1. 전방향 흐름을 통해 전체 입력값의 오차를 구하고, 오차의 제곱합을 계산한다.

I.2. 구한 오차값을 이용해 야코비안 행렬을 계산한다.

I.3. 식(10)을 이용해 연결가중치의 변화량을 구한다.

I.4. 변화시킨 연결가중치 값으로 오차의 제곱합을 다시 계산한다. 오차의 제곱합이 감소했을 경우 μ 값을 작게하고, I.1과정을 반복한다. 반대로 오차의 제곱합이 증가했을 경우 μ 값을 크게하고 I.3 과정을 반복한다.

I.5. 오차가 목표 오차값보다 도달한 경우, 학습을 끝낸다. 목표 오차값에 도달하지 않고, 경사도가 최소경사도보다 작아지나 최대 훈련횟수에 도달한 경우, Phase II를 실행한다.

PHASE II : 국소 최적해를 빠져나오기 위한 터널링

II.1. 연결가중치에 α 를 곱해 가면서 변화시킨다.
II.2. 변화된 연결가중치로 네트웍의 오차의 제곱합을 구한다. 이 값이 지금까지의 국소최적해보다 작은 연결가중치가 나올때 까지 II.1을 반복한다.
II.3. 지금까지의 국소최적해 보다 작은 연결가중치를 찾게 되면 그 점에서의 연결 가중치 값으로 Phase I을 수행한다. 그러나 찾지 못할 경우 Phase II 알고리즘을 종료한다.

3.4 벤치마크(Benchmark)

UCI Machine Learning Repository에서 제공하는 Mackey Glass data에 대해 기존의 다층 퍼셉트론 신경망 학습 알고리즘들과 이번에 새롭게 제안된 알고리즘(밑줄)을 실험하고 결과를 비교하였다.

- 역전파 알고리즘(EBP)
- 정규화 역전파 알고리즘(R-EBP)
- Levenberg-Marquadt 알고리즘(LM)
- 정규화 Levenberg-Marquadt알고리즘(R-LM)
- Bayesian Regularization 알고리즘(BR)
- 동적 터널링 정규화 알고리즘(DTR)
- <u>선형탐색 기반 터널링 정규화 알고리즘 (LSTR)</u>

benchmark 실험 결과는 표1.에 나타내었다. 실험결과를 분석해보면, LSTR 방법이 동적 터널링(DTR)방법보다 학습시간이 월등히 줄었고 검증오차도 더 작다는 사실을 알 수 있다. EBP나 다른 기존의 신경망 학습 알고리즘과 비교해볼 때에도 LSTR 방법이 오차와 학습시간 면에서 우수하다고 볼 수 있다.

표1. Mackey-Glass data 실험 결과
(오차 계산은 MSE를 사용)

알고리즘	학습오차	검증오차	학습 시간(초)
EBP	0.0275	0.0379	58.53
R-EBP	0.0529	0.0552	59.84
R-LM	0.6397	0.6438	2.25
BR	0.0199	0.0245	48.70
DTR	0.0318	0.0331	619.19
LSTR (Proposed)	0.0208	0.0235	10.97

(LSTR에서 α =0.6)

4. 옵션가격결정 모형에의 응용

4.1 KOSPI200 옵션 데이터

본 연구에서 옵션가격결정 모형을 테스트하기 위해 거래량이 풍부한 우리나라의 주가지수 옵션 상품인 KOSPI200 옵션 데이타를 이용하였다.

다층 퍼셉트론 신경망의 입력변수로는 Black-Sholes 모형과 같이 기초자산의 가격(S), 옵션 행사가격(K), 옵션 만기까지 기간(T-t), 기초자산 변동성(σ)을 선택했다. 전체 데이터 구간에서 큰 차이가 없는 무위험 이자율(r)은 입력변수에서 제외했다.

분석기간은 2000년 1월 1일부터 2000년 12월 31일까지 1년간이며, 거래가 활발한 최근월물 중에서 거래가 있는 날의 데이터만을 이용하였다. 그리고 매일의 종가를 가격 데이터로 선정하였으며 전체 데이터 중 80%를 학습 데이터로, 20%을 검증 데이터로 이용하였다.

4.3 실험결과

옵션가격결정 모형을 위한 다층 퍼셉트론 신경망 모형은 다음과 같다.

구조	목표오차	최소경사도	최대훈련횟수
4-20-1	0.0025	0.001	2000

KOSPI200 옵션가격의 오차와 학습 시간을 제안된 알고리즘과 기존의 알고리즘들을 실험을 통해 비교하였다.(표2.)

실험 결과 LSTR의 검증오차가 다른 방법들에 비해 가장 낮고, 학습 시간 또한 가장 빠르다는 것을 알 수 있다. 동일한 데이터에 대해 Black- Sholes모형과 비교해봤을 때, 약 60% 정도의 검증오차를 줄일 수 있었다.

표2. 옵션가격결정모형의 실험 결과
(오차 계산은 MSE를 사용)

알고리즘	학습오차	검증오차	학습 시간(초)
Black-Sholes	1.7882	2.1878	-
EBP	0.4606	0.9300	118.88

R-EBP	0.3699	0.8848	122.58
R-LM	0.5320	0.9925	135.91
BR	0.1176	1.2240	318.13
DTR	0.4705	0.9854	1191.40
LSTR (Proposed)	0.2947	0.7699	66.47

(LSTR에서 α =0.8)

5. 결론 및 토의

본 연구에서는 Levenberg-Marquardt 알고리즘과 선형탐색 터널링 기법을 결합한 다층 퍼셉트론 신경망의 새로운 두 단계 학습 방법을 제안하였다. 제안된 선형탐색 터널링 알고리즘은 동적 터널링 기법과 비교했을 때 터널링 과정에서 적절한 방향을 제시하여 안정적이고 빠르게 국소최적해를 벗어날 수 있었다. 또한 기존의 신경망 학습 알고리즘들에 비해서 학습 시간을 줄이고 검증오차를 더 낮출 수 있었다.

또한 기존의 옵션가격결정 모형인 Black - Scholes 모형과 비교해봤을 때 검증오차를 크게 줄일 수 있었다. 이러한 점에서 LSTR 방법이 앞으로 옵션가격 결정 문제에 있어서 기존의 모수적 기법을 대체할만한 가치가 있다고 본다.

본 연구에서 다층 퍼셉트론 학습 알고리즘으로 제안한 선형탐색 기반 터널링 방법은 동적 터널링에 비해 성능을 향상시키기는 했지만, 연결가중치 차원이 높아질수록 터널링 과정에서 국소최적해를 벗어나는 확률이 줄어드는 문제가 여전히 남아있다. 이러한 고차원의 연결가중치 문제에 대해서는 추가적으로 터널링의 방향과 간격을 적절히 조정해 주는 방법이 추후 연구되어야 할 것이다.

또한 본 연구에서는 Black-Scholes 모형과의 비교를 위해 동일한 입력변수만을 이용하였다. 그러나 실제 옵션거래에 적용 시에는 추가적인 입력변수의 선택과 더 많은 데이터 사용으로 오차를 줄일 수 있는 방법이 가능할 것이다.

참고 문헌

- Black F., and Scholes M. (1974), *The pricing of options and corporate liabilities*, Journal of Political Economy.
- Cox J. C., and S. A. Ross, (1976), *The valuation of options and for alternative stochastic processes.* Journal of Financial Economics, 3, 145-166.
- Gencay R., and M. Qi, (2001) *Pricing and hedging derivative securities with neural networks: Bayesian regularization, early stooping, and bagging.* IEEE Transactions on Neural Networks, Vol. 12, No. 4, 726-734.
- Geske R. (1979), *The validation of compound options.* Journal of Financial Economics, 7, 63-81.
- Hagan M. T., and M. Menhaj, (1994) *Training feedforward networks with the Marquardt algorithm.* IEEE Transactions on Neural Networks, vol. 5, no. 6, 989-993.
- Haykin S. (1999), *Neural Netwoks -A Comprehensive Foundation*- New Delhi, India: Prentice- Hall of India.
- Huchinson J. M., A. W. Lo, and T. Poggio, (1994). *A nonparametric approach to pricing and hedging derivative securities via learning networks.* The Journal of Finance, 49, 851-889.
- Hull J. C., and A. White (1987), *The pricing of options on assets with stochastic volatilities.* The Jounal of Finance, 38, 281-300.
- Lajbcygier P. (1999), *Literature Review: The problem with modern parametric option pricing.* Journal of Computational Intelligence in Finance, Sep/Oct.
- Malliaris M., and L. Salchenberger (1993). *A neural network nodel for estimating option prices.* Journal of Applied Intelligence, 3, 193-206.
- Merton R. C. (1973), *Theory of rational option pricing.* Bell Journal of Economics and Management Science, 4, 141-183.
- Merton R. C. (1976), *Option pricing when underlying stock returns are discontinuous.* Journal of Financial Economics, 3, 125-144.

• Roychowdhury Pinaki , Singh Y. P., and Chasarkar R. A. (1999), *Dynamic Tunneling Technique for Efficient Training of Multilayer Perceptrons.* IEEE Trans. on Neural Networks, vol.10, No. 1, 48-55.
• Rumerhart D. E., Hinton G. E., and Wiliams R. J. (1986), *Learning Internal Representations by Back-Propagation Error.* Nature, vol.323, 535-536.
• H. J. Choi, H. S. Lee, G. S. Han, J. W. Lee(2004) *Efficient Option Pricing via a Globally Regularized Neural Network,* Lecture Note on Computer Science, 3173, 988-993