한국소음진동공학회 05추계학술대회(수송기계편), pp. 170~173.

# 연성평판에서의 파워투과 및 반사 특성 실험 해석

## Experimental Analysis of Power Transmission and Reflection In a Coupled Plate

이용현† · 길현권* · 이효행* · 이규형* · 홍석윤**

Y.-H. Lee, H.-G. Kil, H.-H. Lee, K.-H. Lee, S.-Y. Hong

Key Words: Coupled Plate(연성평판), Power Transmission Coefficient(파워투과계수), Power Reflection Coefficient (파워투과계수), Coupling Loss Factor(연성손실계수)

**ABSTRACT**

The objective of this paper is to perform measurements of power transmission and reflection coefficients in a coupled plate. The coupled plate has been divided into 2 subsystems. The out-of-plane vibration has been only considered with assumption of relatively small in-plane vibration. The coupling loss factors have been measured with consideration of the power balance condition. The power transmission and reflection coefficients has been estimated from the measured values of the coupling loss factors. The measured power transmission and reflection coefficients have been compared with the corresponding theoretical coefficients in a semi-infinite coupled plate.

## 1. 서 론

복합구조물인 경우, 세부 시스템간의 경계면에서 파동연성이 발생한다. 주어진 세부시스템에서 경계면으로 면외파가 입사하더라도 파동연성에 의하여 면외파 뿐만이 아니라 면내파 또한 발생한다. 이러한 다양한 파동이 경계면에서 발생하여 반사 혹은 다른 세부시스템으로의 투과가 이루어진다. 복합구조물 진동 현상을 이해하기 위해서는 해당 파동과 관련된 파워반사계수 및 파워투과계수를 이론적으로 혹은 실험적으로 추정하여야 한다. 복합구조물에서의 파워반사계수와 파워투과계수를 이론적으로 추정하기 위해서는 파동전달법[1]을 적용하게 된다. 파동전달법에서는 중고주파수 대역에서의 진동을 고려하여, 세부 시스템들을 반무한 시스템으로 가정하여 파워반사계수와 파워투과계수를 구하게 된다. 이 경우 반무한 세부시스템의 계수 값들은 유한 세부시스템의 주파수 밴드에 대한 평균 계수 값들에 근사하게 된다. 실험적으로 파워반사계수와 파워투과계수를 구하기 위해서는 해당 구조물 진동장을 측정함으로써 세부시스템간의 경계면으로 입사하는 면외 및 면내 진동과 관련된 입사파와 반사파의 영향을 분리하여야 한다. 그러나 복잡한 형상을 갖는 복합구조물을 구성하는 각 세부 시스템에서 또한 확산진동장의 경우에 실험적으로 면외파 및 면내파들을 분리하는 것은 어려운 일이다.

본 연구에서는 중고주파수 대역에서 연성평판의 파워반사계수와 파워투과계수를 실험적으로 측정하고자 하였다. 면외파에 의한 영향이 면내파의 영향보다 상대적으로 크다고 가정하여 면외파를 고려 하였다. 연성평판 구조물을 세부시스템으로 나누고 세부시스템간의 파워평형조건을 이용하여 연성손실계수[2]를 측정하였으며, 연성손실계수를 이용하여 파워반사계수와 파워투과계수를 추정하였다.

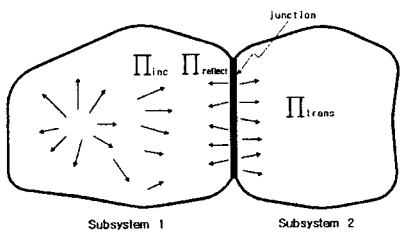


그림 1. 파워반사와 파워투과 현상

† 수원대학교 기계공학과
E-mail : lyh97@suwon.ac.kr
Tel : (031) 225-8556, Fax : (031) 220-2494

* 수원대학교 기계공학과

** 서울대학교 조선해양공학과

## 2. 실험 해석

주어진 전체 시스템이 다음 그림 1과 같이 2개의 세부시스템으로 나누어지는 경우를 고려한다. 이 경우 면외파에 의한 영향이 면내파의 영향보다 상대적으로 크다고 가정하여 면외파인 굽힘파만을 고려하기로 한다. 파동 전달 이론에 의하면 파워반사계수 $r$ 는 입사파와 경계면으로부터 반사되는 반사파의 파워 비로 정의되며, 파워투과계수 $\tau$ 는 경계면을 투과하여 진행하는 투과파의 파워 비로 정의된다. 즉 다음과 같이 표현된다.

$$r=\frac{\Pi_{reflect}}{\Pi_{inc}}\ ,\quad \tau=\frac{\Pi_{trans}}{\Pi_{inc}} \tag{1}$$

여기서 $\Pi_{inc}$, $\Pi_{reflect}$, $\Pi_{trans}$ 는 입사파, 반사파 그리고 투과파의 파워를 나타낸다. 그림 1에서 세부시스템 1은 확산진동장을 이루고 있다고 가정하면, 경계면에 입사하는 굽힘파의 단위 시간당 평균 입사횟수 $\chi$ 는 다음과 같이 표현된다[2].

$$\chi=\frac{c_{g1}L}{\pi S_1} \tag{2}$$

여기서 $L$ 은 경계면의 길이를 나타내고, $S_1$, $c_{g1}$ 는 세부시스템 1의 면적과 에너지전파속도를 나타낸다. 이 경우 인접 세부시스템 2로 전달되는 파워는 투과계수 $\tau$ 를 사용하여 다음과 같이 표현된다[3]

$$\Pi_{trans}=\chi\tau E_1=\omega\eta_{12}E_1 \tag{3}$$

여기서 $\eta_{12}$ 은 세부시스템 1에서 2로의 파워전달을 나타내는 연성손실계수를 나타낸다. 그러므로 식(2), (3)으로부터 파워투과계수는 연성손실계수를 측정함으로써 다음과 같이 추정할 수 있다.

$$\tau=\frac{c_{g1}L}{\pi\omega S_1\eta_{12}} \tag{4}$$

그리고 파워반사계수는 파워투과계수로부터 다음과 같이 구할 수 있다.

$$r\simeq 1-\tau \tag{5}$$

연성손실계수를 구하기 위하여서는 다음과 같은 세부시스템간의 에너지 평형관계를 고려할 수 있다. 그림 2와 같이 전체 시스템이 2 세부 요소로 구성된 경우에 대한 에너지 평형관계를 고려한다. 또한 각 세부시스템을 가진하면서 입력파워를 측정하고, 모든 세부 시스템의 공간 평균 에너지를 측정하는 경우를 고려한다. 각 세부 시스템에 대한 에너지 평형관계를 고려하면, 입력파워는 해당 세부시스템에서 자체적으로 소멸되는 에너지 즉, 공진 모드의 감쇠 효과에 의한 에너지 감쇠와 인접 세부시스템으로 빠져나가는 순수 전달 에너지의 합과 동일하여 한다. 이러한 에너지 평형을 각 세부 요소에 적용하면 다음과 같은 에너지 평형 방정식을 얻는다[2].

$$\begin{bmatrix} E_{11} & E_{11} & -E_{21} & 0 \\ 0 & E_{11} & -E_{21} & -E_{21} \\ -E_{12} & -E_{12} & E_{22} & 0 \\ 0 & -E_{12} & E_{22} & E_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_{12} \\ \eta_{21} \\ \eta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Pi_1 \\ 0 \\ 0 \\ \Pi_2 \end{bmatrix} \tag{6}$$

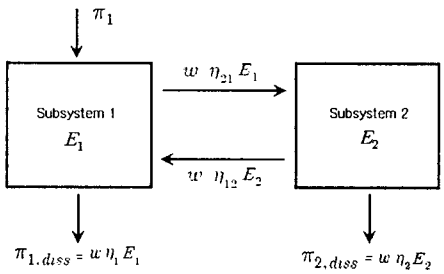


그림 2. 세부시스템 사이에서의 에너지 평형 관계

여기서 $E_{ij}$ 는 $j$ 세부시스템에 입력파워가 주어질 경우, $i$ 세부시스템의 공간 평균 에너지를 나타내며, $\eta_{ij}$ 는 $i$ 세부시스템으로부터 $j$ 세부시스템으로의 에너지 전달을 대표하는 연성손실계수를 나타낸다. 그리고 $\Pi_1, \Pi_2$ 는 각 세부시스템에 주어지는 입력파워를 나타낸다. 그러므로 식(6)으로부터 각 세부시스템을 가진하면서 입력파워를 측정하고, 모든 세부 시스템의 공간 평균 에너지를 측정함으로써 연성손실계수와 내부손실계수를 측정할 수 있음을 알 수 있다. 그러나 식(6)의 계수 행렬은 ill-conditioned되는 단점이 존재하게 된다. 이러한 단점을 보완하고자 Lalor에 의하여 제안된 방법[3]을 다음과 같이 적용할 수 있다. 시스템이 $N$ 세부시스템으로 이루어진 경우 식(6)에 해당하는 식은 $N\times N$ 계수 행렬이 관계된 식이 되게 된다. 이러한 식을 연성손실계수를 구할 수 있는 $N$ 개의 $(N-1)\times(N-1)$ 행렬이 관계된 식과 그리고 내부손실계수를 구할 수 있는 $N$ 개의 식으로 나누어 다음과 같이 고려할 수 있다. $i$ 세부시스템 에 관계된 연성손실계수의 경우 다음과 같이 구해질 수 있다[3].

$$\begin{bmatrix} \eta_{1i} \\ \cdots \\ \eta_{Ni} \end{bmatrix} = \frac{\Pi}{\omega E_{ii}} \begin{bmatrix} \left(\frac{E_{11}}{E_{i1}}-\frac{E_{1i}}{E_{ii}}\right) & \cdots & \left(\frac{E_{N1}}{E_{i1}}-\frac{E_{Ni}}{E_{ii}}\right) \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ \left(\frac{E_{1N}}{E_{iN}}-\frac{E_{1i}}{E_{ii}}\right) & \cdots & \left(\frac{E_{NN}}{E_{N1}}-\frac{E_{Ni}}{E_{ii}}\right) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ \cdots \\ 1 \end{bmatrix} \tag{7}$$

식 (7)의 경우, 에너지 $E_{ii}$ 는 에너지 $E_{ji}$ 보다 크기 때문에, 행렬의 대각선 항들이 다른 항들보다 크게된다. 그러므로 행렬은 일반적으로 well-conditioned 되게 된다. 그리고 $i$ 세부시스템에 관계된 내부손실계수의 연성손실계수로부터 경우 다음과 같이 구해질 수 있다[3].

$$\eta_i = \frac{\frac{\Pi_i}{\omega} - \left\{ \sum_{j=1}^{(j\neq i)} (E_{ji}\eta_{ji} - E_{ii}\eta_{ij}) \right\}}{E_{ii}} \tag{8}$$

내부손실계수의 경우 다음과 같이 에너지 $E_{ij}$ 로부터도 직접적으로 구해 질 수 있다[3].

$$\begin{bmatrix} \eta_1 \\ \cdots \\ \eta_N \end{bmatrix} = \frac{1}{\omega} \begin{bmatrix} E_{11} \cdots E_{1N} \\ \cdots \cdots \cdots \\ E_{N1} \cdots E_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Pi_1 \\ \cdots \\ \Pi_N \end{bmatrix} \tag{9}$$

이러한 방법으로 각 세부시스템에 대한 연성손실계수를 구하게 되면. 세부시스템간의 경계면의 길이, 각 세부시스템에서의 에너지전파속도 값을 이용하여 식(4), (5)로부터 파워투과계수와 파워반사계수를 구할 수 있다.

실험에서 에너지 $E_{ij}$ 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$E_{ij} = m_{eq,j} \langle \overline{v_{ij}^2} \rangle \tag{10}$$

여기서 $m_{eq,j}$ 는 $j$세부 시스템의 등가 질량에 해당하며, $\langle \overline{v_{ij}^2} \rangle$는 $j$ 세부시스템에 입력파워가 가해지는 경우 $i$ 세부시스템에 발생되는 속도 제곱의 시간 및 공간 평균 값을 나타낸다. 이 경우 등가 질량은 다음과 같이 표현된다[2].

$$m_{eq,j} = \frac{\Pi_i}{\omega \eta_a \langle \overline{v_{ij}^2} \rangle} \tag{11}$$

여기서 $\eta_a$ 는 가손실계수를 나타내며, 해당 하부시스템의 내부감쇠와 인접 하부시스템으로 전달되어 손실되는 진동파워를 모두 고려한 손실계수 값을 의미한다. 이러한 가손실계수는 초기 감쇠비율(decay rate)인 DR 즉 단위 시간당 진동 신호의 감쇠비율(dB/sec)을 측정함으로써 다음 관계를 이용하여 결정될 수 있다[2].

$$\eta_a = \frac{DR}{27.3 f_c} \tag{12}$$

$f_c$는 관심주파수 밴드의 중심주파수를 나타낸다. 이 경우 초기 감쇠비율 $DR$은 관심주파수 밴드에 대한 시간 신호를 이용하여 구할 수도 있지만, 신호의 기울기 선택이 쉽지 않으므로 해당 신호에 대한 backwards integration 방법을 적용한다. 즉 주어진 진동 신호 $h(t)$에 대하여 다음 식에 의하여 주어지는 $L(t)$에 대한 초기 감쇠비율 $DR$을 구하게 된다[4].

$$L(t) = \log_{10} \left( \frac{\int_t^\infty h^2(\tau) d\tau}{\int_0^\infty h^2(\tau) d\tau} \right) \tag{13}$$

DR을 결정하면 식(11)에 의하여 등가질량을 구할 수 있으므로 식(10)에 의해 해당 하부시스템의 진동에너지를 구할 수 있다.

하부시스템에 대한 입력 파워는 다음 관계를 이용하여 실험적으로 구할 수 있다.

$$\Pi_i = \frac{1}{2} |F_i|^2 Re\{Y_i\} \tag{14}$$

여기서 $F_i$, $Y_i$는 하부시스템에 속한 가진 지점에서 측정되는 가진력과 가진 지점의 모빌리티를 나타낸다.

위와 같은 과정으로 에너지 $E_{ij}$와 입력 파워 $\Pi_i$ 를 측정함으로써 식(7)에 의하여 해당하는 연성손실계수 $\eta_{ij}$ 를 구할 수 있다. 또한 식(4)와 (5)에 의하여 파워반사계수와 파워투과계수를 구할 수 있다.

## 3. 실험 결과 및 고찰

실험 모델은 그림 3과 같이 두 개의 평판요소가 $90^\circ$ 각도로 연결된 연성평판으로 재질은 강이며 각 평판 요소의 크기는 $1.2 \times 0.7\, m$, 두께는 $0.0032\, m$이다. 연성손실계수를 구하기 위한 실험으로서는 가진 지점으로 각 평판 요소마다 3 지점 즉 총 6 지점을 선정하고 각 가진지점에 대하여 입력 파워를 측정하였다. 이 경우 가진 지점은 입력 모빌리티의 실수 값이 주파수 영역에 걸쳐서 상대적으로 균등한 값을 갖는 지점을 택하였다. 또한 각 가지지점을 가진 하면서 한 평판 요소 당 임의 40 지점에서 가속도를 측정하였다. 이 경우에 가진 조건으로 충격해머를 이용하였고, 가역성의 원리를 이용하여 가진 지점에 가속도계를 부착시키고, 충격해머를 이용하여 80 지점을 차례로 가진시키면서 주파수응답함수 값을 측정하였다. 그러므로 단위 가진력에 대한 입력 파워 및 가속도 값으로 고려한 경우에 해당한다.

그림 4와 그림 5는 연성평판에서 1/3옥타브 주파수 대역에 따른 파워투과계수 와 파워반사계수 값을 보여 주고 있다. 이 경우 굽힘파에 대한 파워투과계수와 파워반사계수 값을 나타낸다. 반무한

연성평판에 파워전달법을 적용함으로써 구한 이론값과 비교하여 볼 경우, 주파수가 증가 할수록 유한평판의 주파수 밴드에 대한 평균 계수 값들은 반무한 연성평판의 값들에 수렴하여 감을 알 수 있다. 실제 연성구조물은 면외 진동 뿐 아니라 면내 진동 또한 발생하게 된다. 그러나 일반적으로 면외 진동이 면내 진동에 비하여 상대적으로 상당히 큰 경우에는 면외 진동만을 고려할 수 있다. 또한 이런 경우 본 연구에서 제안된 방법을 적용하여 실험적으로 굽힘파에 의한 파워투과계수 및 파워반사계수를 측정할 수 있다. 면외 진동과 면내 진동을 동시에 고려하여 연성손실계수를 측정하기 위하여, 앞서 식(6)부터 식(8)을 적용하는데 어려움은 해당구조물의 세부요소에서 임의 여러 지점에서 면내 가진을 어떻게 효과적으로 발생시키느냐는 점에 있다. 이러한 점에 대한 실험적인 기법에 대한 연구가 이루어진다면, 면외 진동과 면내 진동을 고려한 파워투과 및 파워반사계수를 측정할 수 있으리라 기대된다.

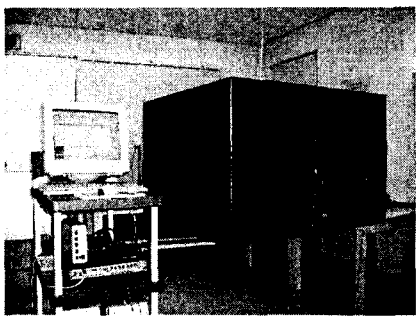

그림 3. 자유지지된 연성평판의 실험 배열

## 4. 결 론

본 연구에서는 연성평판의 파워반사계수와 파워투과계수를 중고주파수 대역에서 실험적으로 측정하였다. 면외파에 의한 영향이 면내파의 영향보다 상대적으로 크다고 가정하여 면외파만을 고려 하였다. 연성평판 구조물을 세부시스템으로 나누고 세부시스템간의 파워 평형조건을 이용하여 연성손실계수를 측정하였으며, 연성손실계수를 이용하여 파워반사계수와 파워투과계수를 추정하였다.

## 후 기

본 연구는 (주)엔지비와 국방과학연구소의 지원으로 수행되었습니다.

## 참 고 문 헌

(1) L. Cremer, M. Heckl, E.E. Ungar, Structure-Borne Sound, Springer-Verlag, Berlin, 1973.

(2) R.H. Lyon, Statistical Analysis of Dynamic Systems: Theory and Applications, MIT Press, 1975.

(3) B. Cimmerman, T. Bharj, G. Borello, "Overview of the Experimental Approach to Statistical Energy Analysis," SAE Noise & Vibration Conference, 97NV169, 1997.

(4) M.R. Schroeder, "New Method of Measuring Reverberration time', J. Acoust. Soc. Am. 37, pp. 409-412, 1965.

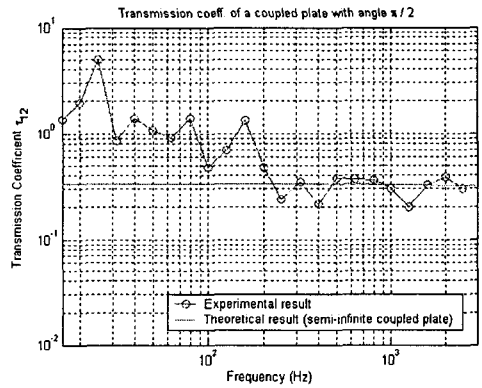


그림 4. 연성평판의 파워투과계수 $\tau_{ff}$
(유한 연성평판에 대한 실험 결과와 반무한 연성평판에 대한 이론 결과와의 비교)

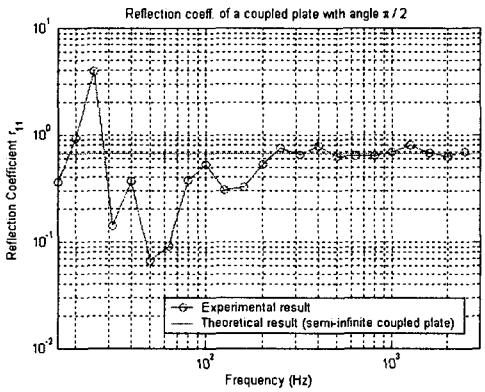


그림 5. 연성평판의 파워반사계수 $r_{ff}$
(유한 연성평판에 대한 실험 결과와 반무한 연성평판에 대한 이론 결과와의 비교)