

수평 사각채널 내 저 레놀즈수 혼합대류 유동의 3차원 수치해석

박일용⁺·배대석⁺⁺

3-D Numerical Analysis on a low Reynolds Number Mixed Convection in a Horizontal Rectangular Channel

Ri-Long Piao⁺, Dae-Seok Bae⁺⁺

Abstract : A three-dimensional numerical simulation is performed to investigate on a low Reynolds number mixed convection in a horizontal rectangular channel with the upper part cooled and the lower part heated uniformly. The three-dimensional governing equations are solved using a finite volume method. For convective term, the central differencing scheme is used and for the pressure correction, the PISO algorithm is used. Solutions are obtained for $A=4$, $Pr=0.72, 10, 909$, the Reynolds number ranging from 2.1×10^{-2} to 1.2×10^{-1} , the Rayleigh number is 3.5×10^4 . It is found that vortex roll structures of mixed convection in horizontal rectangular channel can be classified into three roll structures which affected by Prandtl number and Reynolds number.

Key words : Mixed convection(혼합대류), Numerical simulation(수치해석)

기호설명

A : 형상비, D/H

c_p : 정압비열

D : 채널 깊이

g : 중력 가속도

H : 채널 높이

h : 열전달 계수

L : 채널 길이

Nu : 국소 Nusselt 수

\overline{Nu} : 평균 Nusselt 수

Pr : Prandtl 수, ν/α

p : 압력

Ra : Rayleigh 수, $\rho g \beta \Delta TH^3/\alpha \nu$

Re : Reynolds 수, $U_{fd}H/\nu$

T : 온도

T_∞ : 입구평균 온도, $(T_H+T_L)/2$

t : 시간

U_{fd} : 입구에서의 완전 발달된 속도

u : x 방향 속도

v : y 방향 속도

w : z 방향 속도

α : 열확산율

β : 체적팽창계수

λ : 열전도율

μ : 유체의 점성계수

ν : 유체의 동 점성계수

ρ : 밀도

1. 서론

하부는 가열되고 상부는 냉각되는 수평 사각채널 내 혼합대류 유동은 화학기상증착(Chemical vapor deposition), 마이크로 전자장비의 냉각, 평행평판 내 태양열 집열기의 에너지 수송, 밀집형 열 교환기 등에 응용되며, 지난 20여년동안 많은 연구자들에 의해 Re 수, Ra 수, Pr 수, 경사각 그리고 형상비(깊이/높이) 등의 영향에 대해 이론적, 실험적, 수치적으로 다양하게 연구 되어져 왔다^{[1]-[6]}.

+ 박일용(부경대학교 에너지시스템공학과), E-mail: prlong2000@hanmail.net, Tel: 051)620-1616

++ 배대석(부경대학교 기계공학부)

J. R. Maughan 등^[1]은 하부가 등온으로 가열되는 수평과 경사진 채널 내에서 $A=10$, $Pr=0.7$, $Re(125 < Re < 500)$ 수, $Gr(7 \times 10^3 < Gr < 1 \times 10^6)$ 수 그리고 경사각($0 < \theta < 30^\circ$)을 변수로 하여 혼합대류 공기유동의 특성을 실험적으로 연구하여 Gr 수, Re 수, 경사각이 불안정적인 유동의 발생시기에 대한 영향을 밝혔다. F. Rosenberger 등^[2]은 하부가 가열되고 상부가 냉각되는 사각채널 내에서 $A=2$, $Ra=22200$, $Re=18.75, 36, 54$ 일 때의 질소 혼합대류 유동특성을 실험과 수치해석을 동시에 진행하여 그 결과를 비교하여 서로 잘 일치함을 보여주었다. C. H. Yu 등^[3]은 하부에서 가열되는 수평평행 채널 내에서의 혼합대류 유동을 $A=12$, $Pr=0.7$, Re 수($20 \leq Re \leq 50$)와 Ra 수($Ra \leq 31000$)를 변수로 하여 3차원 비정상 수치해석을 통해 볼텍스(vortex) 물의 생성, 개수, 크기, 위치 등에 대하여 연구하였다. C. Gau 등^[4]은 하부가 가열되는 수평 평행평판 내에서 $A=6.67$, $Pr=0.7$, Re 수($100 < Re < 2000$), 부력의 변수 $Gr/Re^2(2.5 < Gr/Re^2 < 907)$ 를 변수로 혼합대류 2차유동과 열전달의 특성에 관하여 실험적으로 연구하였다. A. Ozsunar 등^[5]은 하부가 가열되는 사각 채널 내에서 $A=10$, $Pr=0.7$, Re 수($50 \leq Re \leq 1000$), Gr 수($7 \times 10^5 < Gr < 4 \times 10^6$) 그리고 경사각($0 \leq \theta \leq 90^\circ$)을 변수로 하여 혼합대류 유동 특성을 3차원 수치해석으로 연구하여 이전의 실험 연구결과와 비교하여 그 결과가 잘 일치함을 보여 주었다.

그러나 이들에 대한 연구는 주로 $Pr=0.7$ 인 저 점성 유체인 공기나 질소의 혼합대류에 국한되었고, 또한 Re 수가 매우 작은 경우에 대한 연구는 이루어지지 않았음을 알 수 있다. 따라서 본 연구에서는 상부가 냉각되고 하부가 가열되는 두 개의 등온벽으로 구성된 수평 사각채널 내에서 저 Re 수($2.1 \times 10^{-2} \leq Re \leq 1.2 \times 10^{-1}$)가 Pr 수 변화에 따른 혼합대류의 유동특성에 미치는 영향을 고찰하고자 한다.

2. 수치해석

2.1 수치 모델

본 연구에서 고려된 수평 사각채널의 기하학적 형상은 Fig. 1과 같다. 종횡비 A (폭/높이)=4이다. 유

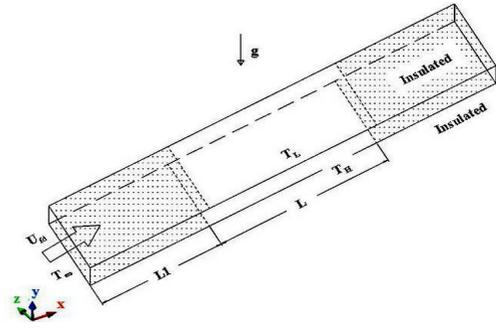


Fig. 1 Schematic diagram of flow geometry

체는 균일속도와 상·하부의 평균온도로 유입되어 채널을 통과하여 유출된다. 시간 $t < 0$, 즉 $0 < x < L1$ 에서 유동은 완전발달유동이고 모든 경계 벽들은 단열조건이다. $t \geq 0$, 즉 $L1 \leq x \leq L1+L2$ 에서 상부와 하부면은 등온으로 각각 냉각, 가열된다. $x > L1+L2$ 에서 모든 경계 벽들은 단열조건이다.

$$\frac{\partial x}{\partial u} + \frac{\partial y}{\partial v} + \frac{\partial z}{\partial w} = 0 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} & \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) \\ & = - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} & \rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) \\ & = - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) + \rho g \beta \Delta T \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} & \rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) \\ & = - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} & \rho c_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} \right) \\ & = \lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) \end{aligned} \quad (5)$$

유동을 해석함에 있어서 유체는 비압축성이고, 부

력과 관련된 밀도변화는 Boussinesq 근사를 사용하였다. 본 수치해석에 적용된 연속, 운동량, 에너지 방정식은 식(1)부터 식(5)와 같다.

여기서 (u, v, w) 는 (x, y, z) 방향의 속도, T 는 온도, p 는 압력, ρ 는 밀도, g 는 중력 가속도, μ , c_p , λ 는 각각 유체의 점성계수, 정압비열, 열전도율을 나타낸다.

경계조건은 Table 1과 같다.

Table 1 Boundary conditions

$t < 0$			$v=w=0, u=u_{fd}$	$T=T_{\infty}$
$t \geq 0$	$x=0$	$0 < y < h$	$v=w=0, u=u_{fd}$	$T=T_{\infty}$
	$y=0$	$L1 \leq x \leq L1+L$	$u=v=w=0$	$T=T_H$
	$y=h$	$L1 \leq x \leq L1+L$	$u=v=w=0$	$T=T_L$
	$z=0$		$u=v=w=0$	$T=T_{\infty}$
	$z=d$		$u=v=w=0$	$T=T_{\infty}$

2.2 수치해석 방법

Fig. 2는 y - z 평면에서의 격자분포를 나타낸다. 가열벽과 냉각벽 근처에는 물리량들의 구배가 크게 예상되기에 격자를 조밀하게 배치하였다.

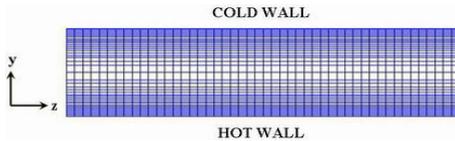


Fig. 2 Schematic illustration of the computational grid distributions in the y - z plane

Fig. 3은 해의 격자계 비의존성을 위하여 $Pr=909$, $Re=2.1 \times 10^{-2}$, $Ra=3.5 \times 10^4$ 그리고 $A=4$ 일 때 여러 가지 격자수에 따른 결과를 비교하여 나타낸 그래프이다. 그림에 보인바와 같이 격자수가 95000, 125000, 190000, 260000, 360000개 일 때 평균 Nu 수는 2.2298, 2.2428, 2.2595, 2.2766, 2.2772로 나타내고 있으며, 격자수가 260000개와 360000개에서 평균 Nu수의 값의 오차는 0.02635%이다. 따라서 본 연구에서는 격자수를 260000개 정도로 하여 계산을 진행하였다.

수치해석은 상용코드인 STAR CD 3.150A를 사용하

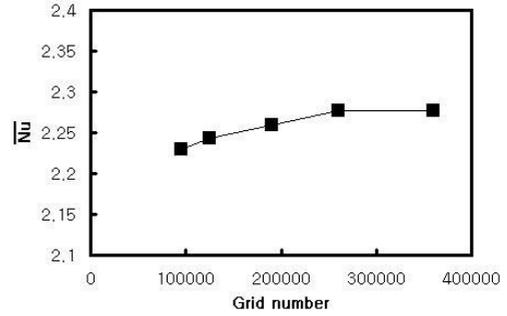


Fig. 3 Examination of grid independence of numerical solution at $Pr=909.1$, $Re=2.1 \times 10^{-2}$, $Ra=3.5 \times 10^4$ and $A=4$

였으며, 압력보정은 PISO(The Pressure Implicit with Splitting of Operators)알고리즘을 사용하였고, 대류항은 중심 차분도식(Central Differencing Scheme)을 사용하였다. 수렴판정은 연속방정식, 운동량방정식의 Residual 값이 10^{-4} 이하가 되면 수렴한 것으로 판정하였다.

수치해석을 진행하여 구한 해는 아래의 식(6)과 식(7)에 의해 국소 Nusselt수와 평균 Nusselt수를 구하는데 사용되었다.

$$Nu = \frac{hH}{\lambda} = \frac{H}{T_w - T_{\infty}} \cdot \frac{dT}{dx} \quad (6)$$

$$\overline{Nu} = \frac{1}{L} \int Nu \cdot dx \quad (7)$$

3. 결과 및 고찰

본 연구는 상부가 냉각되고 하부가 가열되는 두 개의 등온 벽으로 된 수평 사각채널 내에서의 혼합대류 유동에 대하여, $Ra=3.5 \times 10^4$, 형상비 $A=4(D/H)$, $L=140$ mm, $H=15$ mm, $D=6$ mm 일 때 여러 가지 Pr 수 ($0.72, 10, 909$)와 $2.1 \times 10^{-2} \leq Re \leq 1.2 \times 10^{-1}$ 의 범위에 대하여 3차원 수치해석을 진행하였다.

Fig. 4와 Fig. 5는 $Pr=0.72$ 일 때, z 방향과 x 방향 중간부분에서 여러 가지 Re 수($2.1 \times 10^{-2} \leq Re \leq 1.2 \times 10^{-1}$)에 대한 혼합대류의 속도벡터와 온도분포를 x - y 평면과 y - z 평면에서 나타낸다. 그림에 보이

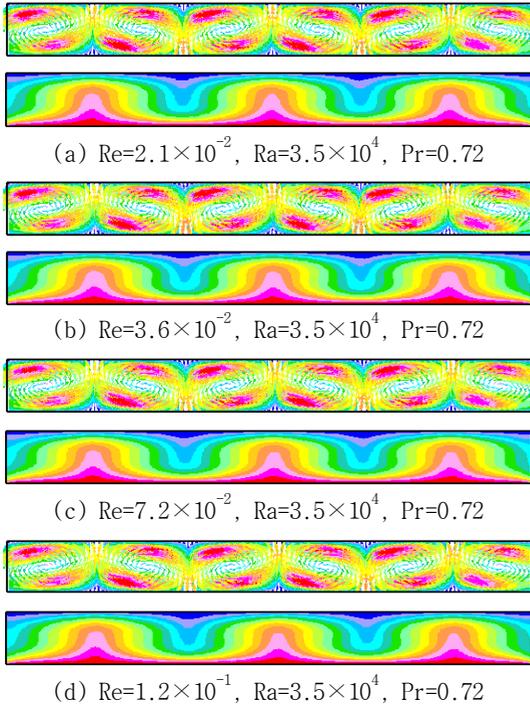


Fig. 4 The velocity vectors and temperature patterns at $z=1/2$, $x-y$ plane

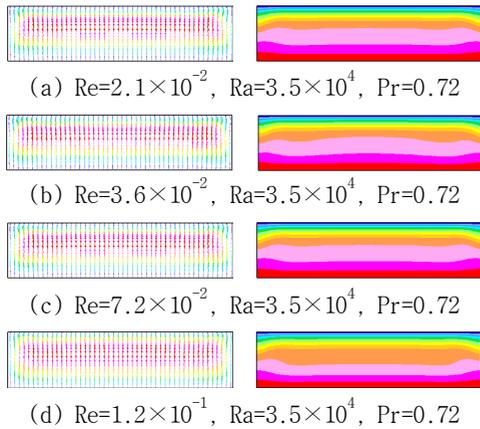


Fig. 5 The velocity vectors and temperature patterns at $x=1/2$, $y-z$ plane

는 바와 같이 $Pr=0.72$ 인 경우는 본 Re 수 범위 내에서는 저 점성의 영향으로 입구 유속은 매우 작기 때문에 Re 수의 증가에 관계없이 $x-y$ 평면에서는 전부 안정적이고 좌우 대칭인 횡방향 롤(transversal roll)형

태 즉 자연대류가 지배적인 Bénard 셀 유동형태가 나타나고(Fig. 4), $y-z$ 평면에서는 Re 수에 관계없이 롤은 형성되지 않으며 최대 속도는 좌우 및 상하 벽면의 영향으로 중앙에서 나타나며 온도분포는 성층적인 온도분포를 나타낸다(Fig. 5).

Fig. 6과 Fig. 7은 $Pr=10$ 일 때, z 방향과 x 방향 중간부분에서 여러 가지 Re 수($2.1 \times 10^{-2} \leq Re \leq 1.2 \times 10^{-1}$)에 대한 혼합대류의 속도벡터와 온도분포를 나타낸다. $x-y$ 평면에서는 Re 수의 증가에 관계없이 입구와 출구에서는 안정된 롤의 형성을 볼 수 있지만 중간부분에서는 불안정한 롤의 형성을 볼 수 있다. 또한 Re 수가 증가함에 따라 출구에서의 롤 수가 증가함을 알 수 있다(Fig. 6). $y-z$ 평면에서는 Re 수에 관계없이 좌우 대칭인 안정한 종방향 롤(longitudinal roll)이 형성되며, 롤 개수는 4개임을 알 수 있다(Fig. 7).

Fig. 8과 Fig. 9는 $Pr=909$ 일 때, z 방향과 x 방향 중간부분에서 여러 가지 Re 수($2.1 \times 10^{-2} \leq Re \leq 1.2 \times 10^{-1}$)에 대한 혼합대류의 속도벡터와 온도분포를 나타낸다. $x-y$ 평면에서는 롤은 형성되지 않으며 Re 수의 증가에 따라 입구영역의 평행유동은 하류방향으로 가면서 점차적으로 발달되며, $Re=1.2 \times 10^{-1}$ 일 때 유동은 관성력이 부력보다 훨씬 크게 작용된 완전 발달유동(fully developed flow)형태를 나타낸다(Fig. 8). $y-z$ 평면에서는 $Re=2.1 \times 10^{-2}$ 과 3.6×10^{-2} 에서는 좌우대칭이고 안정적인 종방향 롤(longitudinal roll)이 형성되며, 롤 개수는 6개로 롤에서의 4개보다 증가됨을 알 수 있으며, Re 수가 더욱 증가하면 관성력의 영향으로 롤은 형성되지 않는다(Fig. 9).

이상의 결과로부터 본 연구에서의 Re 수 범위 내에서의 수평사각채널 내 혼합대류 유동은, $Pr=0.72$ 인 경우는 횡방향 롤만 형성되고, $Pr=10$ 인 경우는 횡방향과 종방향 롤이 동시에 형성되는 혼합 롤이 형성되고, $Pr=909$ 인 경우는 종방향 롤만 형성됨을 알 수 있다.

Fig. 10과 Fig. 11은 $A=4$, $Ra=3.5 \times 10^4$ 일 때, z 방향 중간부분에서의 Re 수와 x 방향 중간부분에서의 Pr 수에 대한 가열벽 평균 Nusselt 수의 분포를 나타낸다. Fig. 10에서 보는 바와 같이 z 방향 중간부분

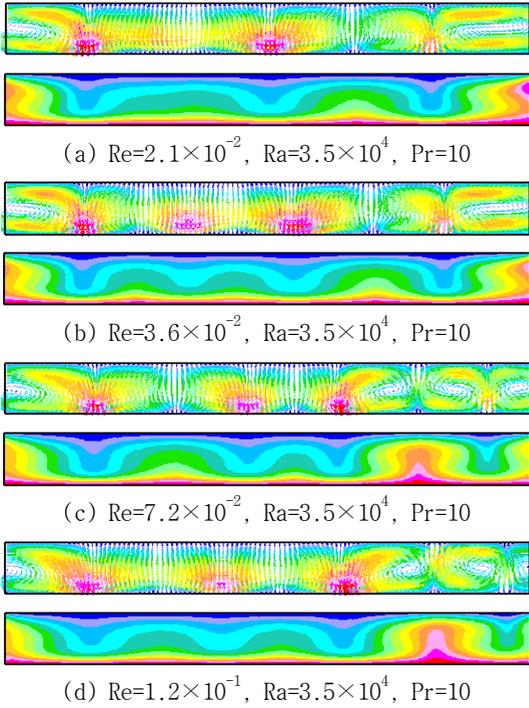


Fig. 6 The velocity vectors and temperature patterns at $z=1/2$, x - y plane

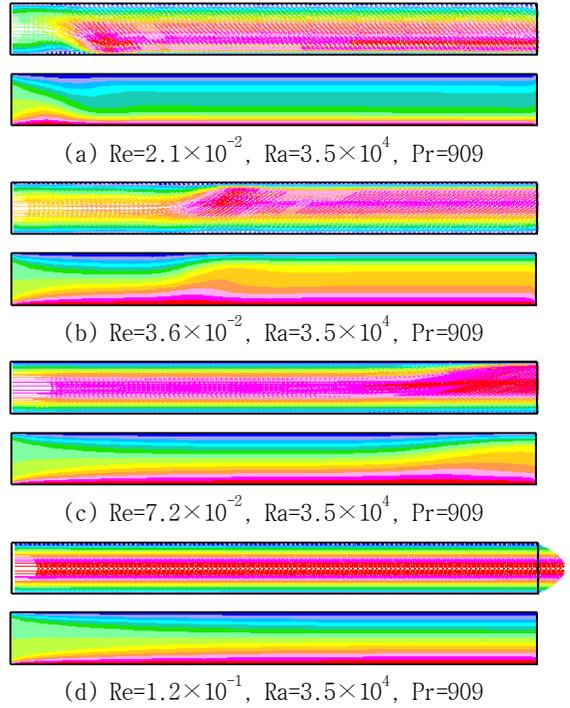


Fig. 8 The velocity vectors and temperature patterns at $z=1/2$, x - y plane

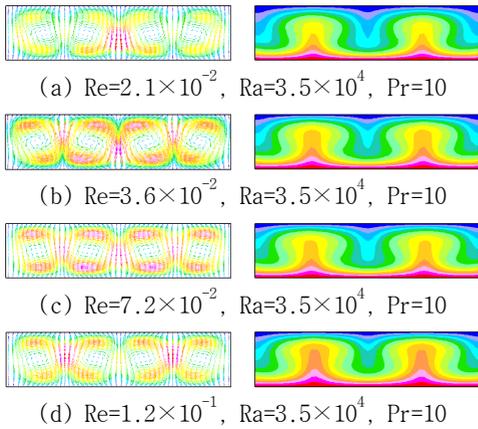


Fig. 7 The velocity vectors and temperature patterns at $x=1/2$, y - z plane

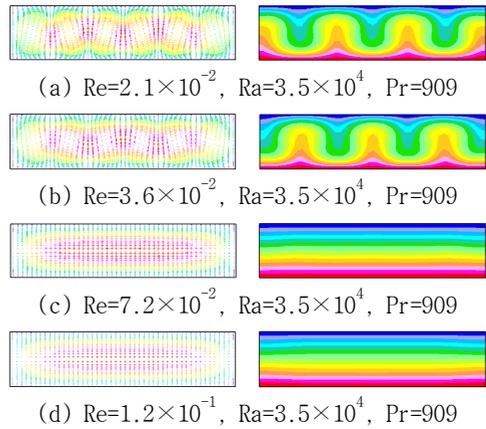


Fig. 9 The velocity vectors and temperature patterns at $x=1/2$, y - z plane

에서의 가열벽의 평균 Nusselt 수는 $Pr=0.72$ 와 10인 경우는 입구유속이 매우 작기 때문에 부력에 의한 자연대류가 관성력에 의한 강제대류보다 훨씬 커서 Re 수에 관계없이 거의 일정하게 나타나 열전달 변화가 거의 없음을 알 수 있지만, $Pr=909$ 인 경우는 $Re=$

5.0×10^{-2} 을 기준으로 $Re < 5.0 \times 10^{-2}$ 일 때에는 Re 수가 증가함에 따라 평균 Nusselt 수는 급격히 감소하고 $Re > 5.0 \times 10^{-2}$ 일 때에는 Re 수가 증가함에 따라 평균 Nusselt 수는 점차적으로 미소하게 증가하였으며, $Pr=10$ 인 경우 열전달이 가장 잘 일어남을 알 수 있

다. Fig. 11 즉 x방향 중간부분에서의 가열벽의 평균 Nusselt수는 Re수에 관계없이 Pr=10 부근에서 최대 값을 가졌다.

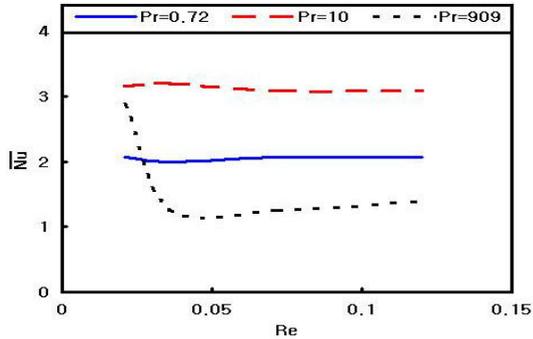


Fig. 10 Average Nusselt number of hot wall versus Re number for various Pr numbers at $A=4$, $Ra=3.5 \times 10^4$, $z=1/2$

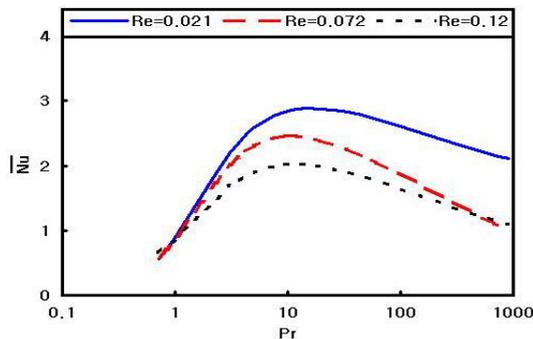


Fig. 11 Average Nusselt number of hot wall versus Pr number for various Re numbers at $A=4$, $Ra=3.5 \times 10^4$, $x=1/2$

4. 결 론

상부가 냉각되고 하부가 가열되는 두 개의 등온 벽으로 된 수평 사각채널 내에서 형상비 $A=4$, $Ra=3.5 \times 10^4$ 일 때 Pr 수(0.72, 10, 909)와 저 Re 수 ($2.1 \times 10^{-2} \leq Re \leq 1.2 \times 10^{-1}$)가 혼합대류에 미치는 영향을 3차원 수치적 방법으로 연구한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 본 연구를 통하여 $2.1 \times 10^{-2} \leq Re \leq 1.2 \times 10^{-1}$ 의 범위에서 Pr=0.72인 경우 횡방향 롤(transversal

roll)만 형성되고 Pr=10인 경우 혼합 롤(mixed roll)이 형성되며 Pr=909인 경우 종방향 롤(longitudinal roll)만 형성됨을 확인하였다.

(2) x 방향의 평균 Nusselt수는 Pr=0.72와 Pr=10에서는 Re수의 변화에 관계없이 거의 일정하였고, Pr=909인 경우는 Re수가 증가함에 따라 $Re < 5.0 \times 10^{-2}$ 에서는 급격히 감소하고 $Re > 5.0 \times 10^{-2}$ 에서는 미소하게 증가하였다.

(3) 최대 평균 Nusselt 수는 Re 수에 관계없이 Pr=10부근에서 발생하였다.

참고문헌

- [1] J. R. Maughan and F. P. Incropera, "Experiments on Mixed Convection Heat Transfer for Airflow in a Horizontal and Inclined Channel", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 30, No. 7, pp. 1307-1318, 1987.
- [2] T. A. Nace, J. Ouazzani, A. D. Daubin and F. Rosenberger, "Mixed Convection in a Horizontal Rectangular Channel-Experimental and Numerical Velocity Distributions", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 35, No. 6, pp. 1481-1494, 1992.
- [3] C. H. Yu, M. Y. Chang, C. C. Huang and T. F. Lin, "Unsteady Vortex Roll Structures in a Mixed Convective Airflow Through a Horizontal Plane Channel: a Numerical Study", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 40, No. 3, pp. 505-518, 1997.
- [4] C. Gau, C. W. Liu, T. M. Huang and W. Aung, "Secondary Flow and Enhancement of Heat Transfer in Horizontal Parallel-Plate and Convergent Channels Heating from Below", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 42, pp. 2629-2647, 1999.