

動荷重을 받는 船舶用 디젤 엔진의 저널 베어링 油膜解析에 관한 研究

차지협⁺, 이상수⁺⁺, 김정렬⁺⁺⁺, 김주태⁺⁺⁺⁺, 김종석⁺⁺⁺⁺

The Oil Film Analysis of Dynamically Loaded Journal Bearing in Diesel Engine.

Ji-Hyoub Cha⁺, Sang-Su Lee⁺⁺, Jeong-Ryul Kim⁺⁺⁺, Ju-Tae Kim⁺⁺⁺⁺, Jong-Seok Kim⁺⁺⁺⁺

Abstract : The journal bearings of marine diesel engine are affected by dynamic loads from the cylinder gas pressure and the inertia force from the crank mechanism. Oil film must support the load of the shaft and it also must protect the journal and the bearings from damage. This study uses Goenka's new curve fit to carry out the theoretical analysis of oil film in journal bearings for MAN B&W 12K90MC-C and Hyundai Heavy Industry Co., Ltd HiMSEN H21/32 Engine. The applied engine's analysis results show the behavior of the journals in main and crank pin bearings. The results of this study will be the proper criteria for the journal bearings design and be available for development of the new technology in the journal bearing and for the high strength lining coating.

key word : Mobility(모빌리티), Journal orbit(저널궤적), Maximum film pressure(최대 유막압력), Minimum oil film thickness(최소 유막두께)

1. 서론

박용 디젤 엔진의 저널 베어링 유막 해석을 위해서는 저널 베어링의 주된 해석인 저널 중심궤적의 계산이 선행되어야 한다. 계산방법에는 유한요소법, 모빌리티법, 유한차분법 등이 사용되고 있다. 모빌리티법은 오일 공급구멍, 테이퍼, 축 어긋남 등 다양한 형상변화는 해석에 포함시키기 어려운 단점이 있었으나 1984년에 P.K. Goenka가 유한요소법으로 모빌리티 곡선 근사식(mobility curve fit)을 도출하여 컴퓨터를 이용한 모빌리티 해석법의 정확성을 크게 향상 시켰다. 본 연구에서는 모빌리티법을 이용한 Goenka의 곡선 근사식을 이용하여 수치해석에 의한 프로그램에 적용하였다. 실험적 연구는 저널 베어링에 작용하는 하중을 측정하고 저널과 베어링의 미소한 상대운동을 측정하는 것으로 하중과 저널 및 베어링이 동시에 변동하고 있으므로 많은 노력과 비용이 투입된다. 하지만 유막의 이론적 해석을 하면 저널중심의 궤적, 최소 유막 두께, 최대 유막 압력을 쉽게 구할 수 있어 저널 베어링의 초기 설계 단계 시 유용하게 사용될 수 있으며 보편적으로 적용할 수 있다. 유막해석 결과의 검증은, 현대중공업(주)에서 개발 양산중인 HiMSEN H21/32 엔진과 MAN B&W사의 12K90MC-C 엔진에 적용하여 이전에 발표

된 논문^[6]의 해석 결과와 경향을 비교하여 본 결과 설계에 유용하게 적용할 수 있음을 +확인하였다.

2. 유막해석

2.1 지배방정식

저널베어링의 작동조건을 단순화 시켜 수학적 모델을 만들 필요가 있기 때문에 윤활유막 내의 온도변화를 무시한 등점도 해석을 수행하였다. 이 계산의 기본방정식인 레이놀즈 방정식은

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left\{ (1 + \varepsilon \cos \theta)^3 \frac{\partial h}{\partial \theta} \right\} + r_j^2 \frac{\partial}{\partial z} \left\{ (1 + \varepsilon \cos \theta)^3 \frac{\partial h}{\partial z} \right\} = 12\mu \left(\frac{r_l}{c} \right)^2 \left[\varepsilon \left(\frac{d\phi}{dt} - \bar{\omega} \right) \sin \theta + \frac{d\varepsilon}{dt} \cos \theta \right]$$

가 되고 경계조건은 다음과 같다.

$$h(\theta, \pm \frac{L}{2}) = 0, \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi$$

$\varepsilon \left(\frac{d\phi}{dt} - \bar{\omega} \right) \sin \theta$: 회전축이 베어링 원주방향으로 공전운동하기 때문에 생기는 쪼기항(wedge term)

+ 차지협(한국조선기자재연구원 연구개발센터), E-mail : chajh@komeri.re.kr, Tel : 051)405-6880

++ 이상수, (사)한국선급협회 의장업무팀

+++ 김정렬, 한국해양대학교 기관시스템공학과

++++ 김주태, 김종석, (주)현대중공업 엔진사업부

$\frac{de}{dt} \cos \theta$: 회전축이 자중에 의해 베어링을 반경 방향으로 누르기 때문에 발생하는 짜내기항(squeeze term)이다.

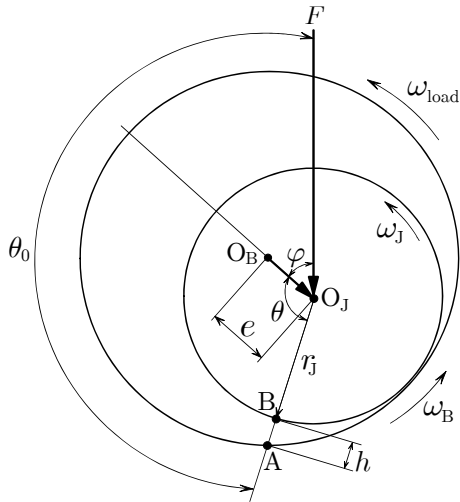


Fig.1 Geometry of dynamically-loaded journal bearing

Fig.1 베어링은 O_B 를 중심으로 각속도 ω_B 로 회전하며, 저널은 O_J 를 중심으로 각속도 ω_J 로 회전한다. 저널과 베어링 중심의 편심 e 와 유막 두께 사이의 각은 θ 이고, 베어링에 작용하는 하중과 유막두께 사이의 각은 θ_0 이다

최소 유막두께는 $\theta = \pi$ 위치에서 발생하므로 다음과 같다.

$$h_{\min} = c(1 - \varepsilon) = c - e$$

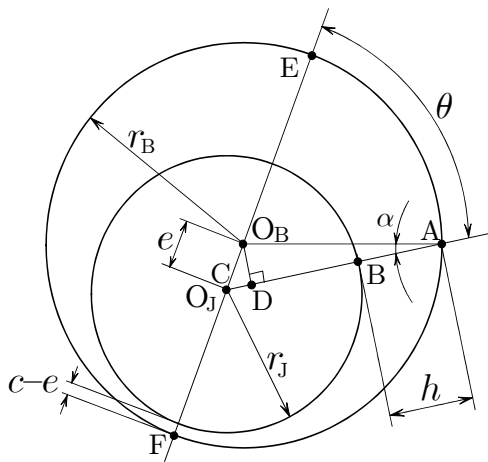


Fig.2 Oil film thickness in dynamically loaded journal bearing

2.2 Ocvirk 해

π 유막(ruptured- π film : half flooded)에 대하여는

$$\left. \begin{aligned} M_{\zeta}(\varepsilon_{\zeta}, \varepsilon_{\eta}, l_B/d_B) &\doteq \frac{(1 - \varepsilon_{\zeta})^{5/2}}{\pi (l_B/d_B)^2} \\ M_{\eta}(\varepsilon_{\zeta}, \varepsilon_{\eta}, l_B/d_B) &\doteq \frac{-4\varepsilon_{\eta}(1 - \varepsilon_{\zeta})^{3/2}}{\pi^2 (l_B/d_B)^2} \end{aligned} \right\}$$

최대 유막 압력비(max. film pressure ratio)는

$$\bar{P}_{\max}(\varepsilon_{\zeta}, 0) = \frac{6}{(1 - \varepsilon_{\zeta})^3} M_{\zeta}(\varepsilon_{\zeta}, 0), \quad -\frac{1}{2} \leq \varepsilon_{\zeta} < 1$$

$$\bar{P}_{\max}(\varepsilon_{\zeta}, 0) = -\frac{8}{9\varepsilon_{\zeta}} M_{\zeta}(\varepsilon_{\zeta}, 0), \quad -1 \leq \varepsilon_{\zeta} \leq -\frac{1}{2}$$

2.3 Goenka의 곡선 근사식(Curve Fitting)

모빌리티법은 급유구와 같은 불규칙적인 형상을 고려하지 않은 원통형 베어링의 해석에서는 유용하지만, 베어링 재질과 급유구의 위치를 구하고자 할 때는 최대 유막압력의 크기와 위치, 압력곡선의 시작각과 마침각의 위치가 필요하다. Goenka의 곡선 근사식은 이러한 단점을 수정하여 정확성이 증대되었다. 모빌리티 벡터는 유한요소 해석결과인 궤적속도 $\frac{de}{dt}$ 로부터 다음과 같이 얻을 수 있다^[3].

$$\mathbf{M} = \frac{l_B d_B \nu / c}{|F| (c/r_B)^2} \frac{de}{dt}$$

여기서 모빌리티(mobility)란 속도 대 힘의 비로서 유막해석 과정에서는 주어진 하중 F 에 대해 저널 중심의 편심속도 de/dt 를 편심변위 e 와 베어링 비 l_B/d_B 의 함수로 표기한 벡터량이다.

최대 유막 압력비도 유한요소 해석에서 구한 최대 압력값 p_{\max} 로부터

$$\bar{P}_{\max} = (l_B d_B / |F|) p_{\max}$$

이며, 또한 하중방향과 반시계 방향으로 다음 세 가지 각도를 얻을 수 있다.

α_p : 최대 압력의 위치각

α_s : 압력 곡선의 시작각

α_f : 압력 곡선의 마침각

χ : ζ 방향 편심비 (eccentricity in ζ -direction : ε_{ζ})

δ : η 방향 편심비 (eccentricity in η -direction : ε_{η})

σ : 베어링의 비 (bearing aspect ratio : l_B/d_B)

그리고 Goenka 의 곡선 근사식은

$$|\varepsilon| < 0.99, \quad 1/4 \leq l_B/d_B \leq 1.0$$

의 범위 내에서 적용되며, 그 이외의 영역에서는 정확성이 떨어진다.

(1) 모빌리티 성분, M_ζ 와 M_n 로 둔다^[5].

$$f(x, \sigma) = \frac{(1-x)^{5/2}}{\pi \sigma^2} \left[1 + \frac{\sigma^2}{2(1-x)} \right]$$

$$M_\zeta = \frac{f(x, \sigma)}{\pi} \left[-\sqrt{3\pi} - 0.24\sigma^2 \exp(-\sigma + \delta^2) + \frac{\delta^2}{1-x} (1 - 0.4\sqrt{1-x}) + x^2\sigma \left(\frac{4}{3} - \sigma \right) \right]$$

$$M_n = -\frac{\delta}{1-\sigma} f(x, \sigma) \left[\frac{5}{4} + \frac{1}{7}x\sigma + \frac{1}{8}x^2(1+x) - 0.3\sigma^2 \left(1 + \frac{1}{2\sqrt{3}}x^3 \right) + \frac{2}{15} \frac{\delta^2}{1-x} - 0.016 \left(1 - \frac{0.034}{x^2} \right) \left(\frac{1}{1.03-x} \right) \right]$$

3. 저널계적 및 최대유막압력

임의의 시각에 저널 중심 속도에 대한 벡터식은 다음과 같다.

$$\frac{d\mathbf{e}}{dt} = \frac{|F|(c/r_B)^2}{l_B d_B \mu / c} \mathbf{M}(\varepsilon_\zeta, \varepsilon_n, l_B/d_B) + \bar{\omega} \times \mathbf{e}$$

로부터 $\varepsilon_\zeta, \varepsilon_n$ 를 반복적으로 구하는데 사용되며 최대 유막 압력은

$$p_{\max} = \frac{|F|}{l_B d_B} \bar{P}_{\max}$$

와 같다. 또한 벡터식을 성분식으로 나타내면

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} e_x \\ e_y \end{pmatrix} = \frac{|F|(c/r_B)^2}{l_B d_B \mu / c} \begin{pmatrix} M_x \\ M_y \end{pmatrix} + \bar{\omega} \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} e_x \\ e_y \end{pmatrix}$$

$$|F| = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \text{ 이며,}$$

$\bar{\omega} = \bar{\omega}_z$ 는 양의 값이므로 반시계 방향을 의미하고 고정좌표계 xy 에서 주어진 저널 위치 $\varepsilon_x, \varepsilon_y$ 에 대한 모빌리티값 M_x, M_y 는 다음과 같이 구한다^[3].

① 베어링 하중의 방향은 하중 좌표계와 계산좌표계

사이각 Θ_F 로 표기하며 다음과 같이 구한다.

$$\begin{pmatrix} \cos \Theta_F \\ \sin \Theta_F \end{pmatrix} = \frac{1}{|F|} \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \end{pmatrix}$$

② 하중좌표계 ζn 의 편심비 성분 $\varepsilon_\zeta, \varepsilon_n$ 를 다음 식으로 계산한다.

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_\zeta \\ \varepsilon_n \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \Theta_F & \sin \Theta_F \\ -\sin \Theta_F & \cos \Theta_F \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \end{pmatrix}$$

③ ζn 좌표계에서의 모빌리티 성분 M_ζ, M_n 와 유막 압력비는 상기식에서 구한 $\varepsilon_\zeta, \varepsilon_n$ 를 이용하여 모빌리티 선도나 Goenka의 곡선 근사식에 대입하여 구한다.

$$\begin{pmatrix} M_\zeta(\varepsilon_\zeta, \varepsilon_n, L/D) \\ M_n(\varepsilon_\zeta, \varepsilon_n, L/D) \end{pmatrix} \text{ 와 } \bar{P}_{\max}(\varepsilon_\zeta, \varepsilon_n, L/D)$$

④ 마지막으로 xy 좌표계의 모빌리티 성분 M_x, M_y 는 아래의 식을 이용하여 다시 좌표 변환하여 계산된다.

$$\begin{pmatrix} M_x \\ M_y \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \Theta_F & \sin \Theta_F \\ -\sin \Theta_F & \cos \Theta_F \end{bmatrix} \begin{pmatrix} M_\zeta \\ M_n \end{pmatrix}$$

여기서 구한 모빌리티 성분 M_x, M_y 는 상기의 저널 중심속도에 대한 벡터식에 대입하여 상미분 방정식의 해법인 Runge-Kutta 방법으로 편심비 ε 을 계산한다.

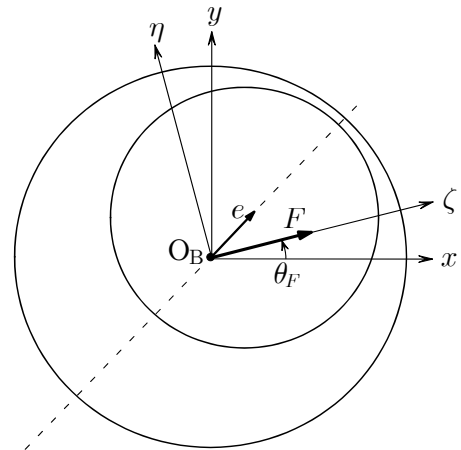


Fig.3 Coordinates system in journal bearing

4. Runge-Kutta 수치해석

Runge-Kutta 수치해법을 이용하여 편심량 e 를 구할 수 있다.

$e = C\varepsilon$ 이므로 저널 중심속도에 대한 벡터식의 양변을 간극 C 로 나누면

$$\begin{pmatrix} \frac{d\varepsilon_x}{dt} \\ \frac{d\varepsilon_y}{dt} \end{pmatrix} = \frac{4|F|c^2}{\mu l_B d_B^3} \begin{pmatrix} M_x(\varepsilon_x, \varepsilon_y) \\ M_y(\varepsilon_x, \varepsilon_y) \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} -\bar{\omega}\varepsilon_y \\ \bar{\omega}\varepsilon_x \end{bmatrix}$$

이 되고,

$$\begin{pmatrix} \frac{d\varepsilon_x}{dt} \\ \frac{d\varepsilon_y}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f(\varepsilon_x, \varepsilon_y) \\ g(\varepsilon_x, \varepsilon_y) \end{pmatrix}$$

$$\text{단, } \varepsilon_x(t_0) = \varepsilon_{x_0}, \quad \varepsilon_y(t_0) = \varepsilon_{y_0}$$

형태에 대한 Runge-Kutta 식은 시간대역 $t_n \leq t \leq t_{n+1}$ 인 시간 t 의 함수 f 와 g 의 평균 가중값으로 나타내어진다.

$$\varepsilon_{x_n} = \varepsilon_{x_{n-1}} + \frac{\Delta t}{6} (f_{1n} + 2f_{2n} + 2f_{3n} + f_{4n})$$

$$\varepsilon_{y_n} = \varepsilon_{y_{n-1}} + \frac{\Delta t}{6} (g_{1n} + 2g_{2n} + 2g_{3n} + g_{4n})$$

여기서,

$$C_0 = \frac{4|F|c^2}{\mu l_B d_B^3}$$

라 놓으면, 함수 f 와 g 는 다음과 같다.

$$f_{1n} = C_0 M_x(\varepsilon_{\zeta n}, \varepsilon_{\eta n}) - \bar{\omega} \varepsilon_{\eta n}$$

$$f_{2n} = C_0 M_x\left(\varepsilon_{\zeta n} + \frac{\Delta t}{2} f_{1n}, \varepsilon_{\eta n} + \frac{\Delta t}{2} g_{1n}\right) - \bar{\omega}\left(\varepsilon_{\eta n} + \frac{\Delta t}{2} g_{1n}\right)$$

$$f_{3n} = C_0 M_x\left(\varepsilon_{\zeta n} + \frac{\Delta t}{2} f_{2n}, \varepsilon_{\eta n} + \frac{\Delta t}{2} g_{2n}\right) - \bar{\omega}\left(\varepsilon_{\eta n} + \frac{\Delta t}{2} g_{2n}\right)$$

$$f_{4n} = C_0 M_x(\varepsilon_{\zeta n} + \Delta t f_{3n}, \varepsilon_{\eta n} + \Delta t g_{3n}) - \bar{\omega}(\varepsilon_{\eta n} + \Delta t g_{3n})$$

$$g_{1n} = C_0 M_y(\varepsilon_{\zeta n}, \varepsilon_{\eta n}) + \bar{\omega} \varepsilon_{\zeta n}$$

$$g_{2n} = C_0 M_y\left(\varepsilon_{\zeta n} + \frac{\Delta t}{2} f_{1n}, \varepsilon_{\eta n} + \frac{\Delta t}{2} g_{1n}\right) + \bar{\omega}\left(\varepsilon_{\zeta n} + \frac{\Delta t}{2} f_{1n}\right)$$

$$g_{3n} = C_0 M_y\left(\varepsilon_{\zeta n} + \frac{\Delta t}{2} f_{2n}, \varepsilon_{\eta n} + \frac{\Delta t}{2} g_{2n}\right) + \bar{\omega}\left(\varepsilon_{\zeta n} + \frac{\Delta t}{2} f_{2n}\right)$$

$$g_{4n} = C_0 M_y(\varepsilon_{\zeta n} + \Delta t f_{3n}, \varepsilon_{\eta n} + \Delta t g_{3n}) + \bar{\omega}(\varepsilon_{\zeta n} + \Delta t f_{3n})$$

초기 편심을 $\varepsilon_0 = 0$ 이라 가정하고, 위에서 구한 $\varepsilon_x, \varepsilon_y$ 를 시간의 변화에 따른 증분을 연속적으로 구하면 저널 궤적을 구할 수 있다.

5. 편심 크랭크 기구에서의 평균 각속도

5.1 컨넥팅 로드 베어링

컨로드 좌표계 :

$$\begin{aligned} \bar{\omega} &= \frac{1}{2} (\omega_J - \omega_B) - \omega_{load} \\ &= \frac{1}{2} (\omega_2 - \omega_3) - (\omega_3 - \omega_3) \\ &= \frac{\omega_2}{2} \left(1 - \frac{d\theta_3}{d\theta_2}\right) \quad (\because \omega_{load} = 0) \end{aligned}$$

실린더 좌표계 :

$$\begin{aligned} \bar{\omega} &= \frac{1}{2} (\omega_J + \omega_B) - \omega_{load} \\ &= \frac{\omega_2}{2} \left(1 + \frac{d\theta_3}{d\theta_2}\right) \quad (\because \omega_{load} = 0) \end{aligned}$$

5.2 메인 베어링

$$\bar{\omega} = \frac{\omega_2}{2}$$

6. 유막해석

저널과 베어링의 편심을 구하기 위해 크랭크 각도에 따른 유막하중과 유막하중 각도계산을 수행한다. 저널 중심궤적은 모빌리티 값을 앞서 언급한 Runge-Kutta 수치해법으로 반복하면 크랭크 각도별 베어링과 저널의 편심을 구할 수 있다. 이렇게 구해진 편심비를 이용하여 최대 유막압력도 구할 수 있다. Fig.4, 5 는 계산모델의 저널 중심궤적, Fig. 6 ~ Fig. 9는 최대 유막압력, 최소 유막두께를 나타낸다.

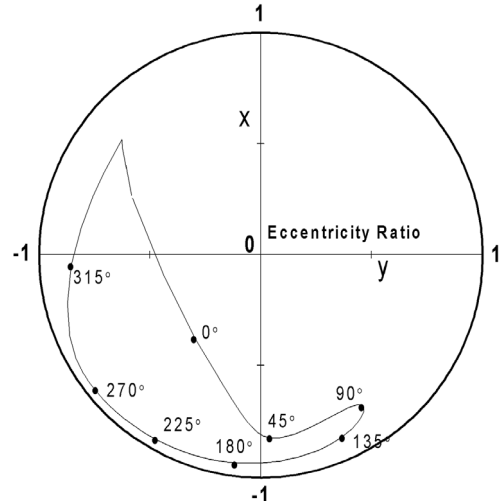


Fig.4 Orbit of journal in 12K90MC-C No.11 main bearing

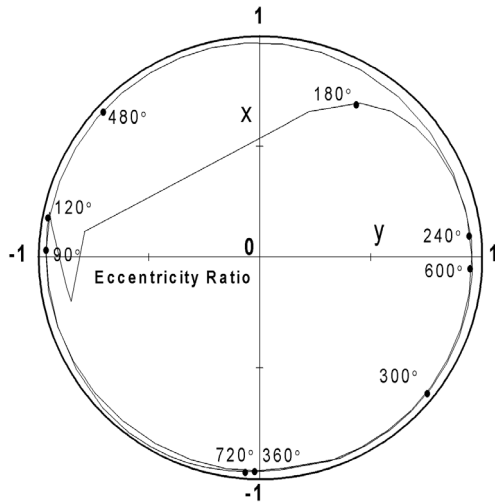


Fig. 5 Orbit of journal in H21/32 main bearing

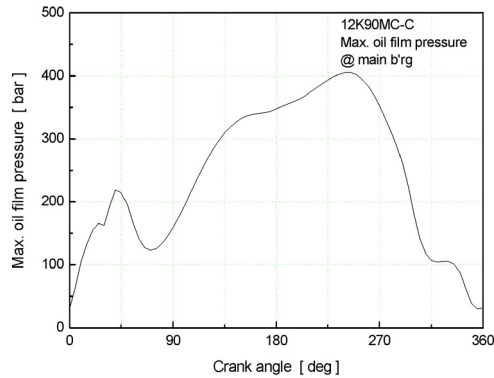


Fig.6 Max. oil film pressure in 12K90MC-C No. 11 main bearing

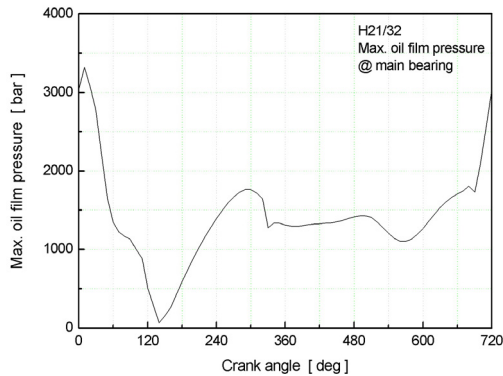


Fig.7 Max. oil film pressure in H21/32 main bearing

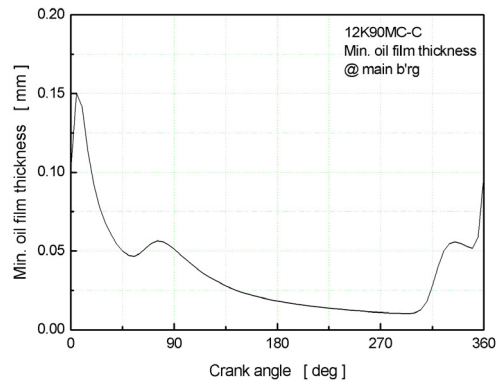


Fig. 8 Min. oil film thickness in 12K90MC-C No.11 main bearing

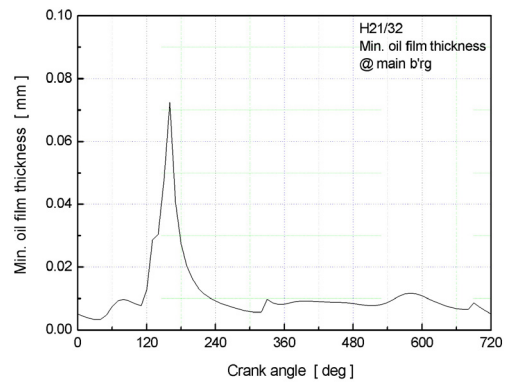


Fig. 9 Min. oil film thickness in H21/32 main bearing

7. 결론

선박용 디젤 기관 저널 베어링에 대해 최소 유막두께, 최대 유막압력 및 면압하중 등과 같은 성능계수를 이론적으로 고찰해 보았다. 이를 위해 모빌리티법을 이용하였으며 결과를 요약하면 다음과 같다.

(1) 유막의 최소 두께는 편심의 영향이 가장 큰 데, 이 편심은 저널의 병진운동과 회전운동에서 각각 발생하는 짜내기 속도와 췌기 속도로 결정된다.

(2) 저널 베어링의 최대 유막압력은 2 행정 및 4 행정 사이클 엔진에서 흡·배기밸브의 개폐시기 및 크랭크 기구의 운동으로부터 지배적 영향을 받는다. 또한 메인 베어링은 착화순서에 따른 인접 실린더와의 위상차에 의한 영향을 면압하중과 최대 유막압력에서 잘 나타내었다.

(3) 메인 베어링의 저널 중심궤적과 크랭크 핀 베어

링 저널 중심케적을 비교하면 서로 원점을 중심으로 대칭을 이루고 있으며, 이는 연접봉과 크랭크 스로우 사이의 각의 영향과 평형추의 영향이다.

본 유막 해석은 윤활유 점성의 온도에 따른 변화 및 베어링의 구조 변형 등이 윤활 성능계수에 미치는 영향을 포함하지 않았다. 그러나 엔진 주요 구동 부품들 간의 마찰 손실을 줄이기 위해 크기를 줄이거나 베어링 표면의 마모를 개선하고, 내구성 향상을 위해 박판 베어링의 고강도 라이닝 코팅 등을 개발하는 신기술 연구 및 베어링 초기 개념 설계 단계에 활용될 수 있다.

유체의 점도는 온도의 상승에 따라 현저하게 저하하게 될 것이고 유막의 성능계수에 미치는 영향도 간과할 수 없다. 따라서 유막해석의 정확성 향상을 위해 온도 변화의 영향을 고려한 해석이 필요하다. 향후 유막 온도의 변화에 따른 유막 점성의 변화가 베어링 성능계수에 미치는 영향 및 베어링의 구조 변형이 유막에 미치는 영향을 고려한 해석은 유막 해석의 정확성 향상을 위해 계측 실험 연구와 더불어 연구되어야 할 사항이다.

참 고 문 헌

- [1] J. F. Booker, "Dynamically Loaded Journal Bearings : Mobility Method of Solution", *Journal of Basic Engineering*, Transaction of the ASME, Vol. 87, No.3, pp. 537~546, 1965.
- [2] J. F. Booker, "Dynamically Loaded Journal Bearings : Maximum Film Pressure", *Transaction of the ASME*, Vol. 91, No.3, pp. 534~543, 1969.
- [3] J. F. Booker, "Dynamically Loaded Journal Bearings : Numerical Application of the Mobility Method", *Journal of Lubrication Technology*, Transaction of the ASME, Vol. 93, No.1, pp. 168~176, 1971.
- [4] P. K. Goenka, "Dynamically Loaded Journal Bearing : Finite Element Method Analysis," *Journal of Lubrication Technology*, Transaction of the ASME, Vol. 106, No. 4, pp. 429~439, 1984.
- [5] P. K. Goenka, "Analytical Curve Fit for Solution Parameters of Dynamically Loaded Journal Bearings", *Journal of Tribology*, Transactions of the ASME, Vol. 106, No. 4, pp. 421~428, 1984.
- [6] 김종석, 박용 디젤 엔진의 저널 베어링 동특성에 관한 연구, 울산대학교 대학원 석사학위 논문, 1996.
- [7] 심현해 · 김창호 · 오박균 · 권오관, "모빌리티법을 이용한 동하중을 받는 저널 베어링의 최적설계", *한국윤활학회지*, 제2권, 제2호, pp. 32~43, 1996.
- [8] Bernard J. Hamrock, *Fundamentals of Fluid Film Lubrication*, McGraw -Hill, pp. 57~67, pp. 117~130, pp. 141~160, 1994.
- [9] 한동철 · 송기선, "엔진 크랭크축의 베어링 내에서 저어널의 운동케적에 관한 연구", *한국윤활학회지*, 제2권, 제1호, pp. 69~77, 1986.
- [10] 김정훈 · 김창희 · 이성우 · 이득우, "동하중을 받는 박용 엔진 크로스헤드 베어링의 윤활해석", *한국윤활학회지*, 제13권, 제2호, pp. 46~51, 1997.
- [11] 김병직 · 김경웅, "온도 변화의 영향을 고려한 커넥팅 로드 베어링의 EHL 해석", *한국윤활학회지*, 제17권, 제3호, pp. 228~235, 2001. 6.
- [12] 木村好次 · 岡部平八郎 原著, 李奉九 譯, *Tribology 概論*, 동명사, pp. 95~117, 1996.
- [13] Michael M. Khonsari, E. Richard Booser, *Applied Tribology - Bearing Design and Lubrication*, JOHN WILEY & SONS INC., pp. 25~37, 2001.
- [14] 진효중 · 최재성, *내연기관장의*, 효성출판사, pp. 51~53, 2000.
- [15] Ramsey Gohar, *Elastohydrodynamics*, Imperial College Press., pp. 7~17, 2001.
- [16] P. K. Goenka, J. F. Booker, "Effect of Surface Ellipticity on Dynamically Loaded Cylindrical Bearing", *Journal of Lubrication Technology*, Vol. 105, No. 1, pp. 524~534, January 1983.
- [17] K. P. Oh, P. K. Goenka, "The Elastohydrodynamic Solution of Journal Bearings Under Dynamic Loading", *Journal of Tribology*, Vol. 107, No.3, pp. 389~395, July 1985.
- [18] 차지협, 동하중을 받는 선박용 디젤엔진의 저널 베어링 유막 해석에 관한 연구, 한국해양대학교 대학원 석사학위 논문, 2003.