

H_2/H_∞ 혼합 제어를 이용한 고속 비행체의 자동조정장치 설계

*이 중 성

*부천대학 전자과

전화 : 032-610-3347/ 핸드폰 : 019-234-3868

Design of Autopilot for High Velocity Flight Vehicles using Mixed H_2/H_∞ Controller

Jong-Sung Lee

Dept. of Electronics, Bucheon College

E-mail : ljs@bc.ac.kr

Abstract

In this study the gradient method is used to design a mixed H_2/H_∞ controller. It is verified by an example that is BTT missile. We expect through the results of this study that gradient method can be easily applied to diverse optimization problems.

에서는 고속 비행체중의 하나인 BTT 유도탄에 대한 강인성과 추종 성능을 동시에 고려할 수 있는 표준 모델(standard model)에 H_2/H_∞ 혼합 제어기법을 적용하여 BTT 유도탄의 자동조정장치를 설계하였다.

I. 서론

H_2/H_∞ 혼합 기법은 1989년에 Benstein과 Haddad에 의해 처음 제시되었으며[1], H_∞ 의 제한 조건을 만족하면서 $\|T_{zw}\|_2$ 의 상한을 최소화시키는 문제를 다루었다. 1990년대 초에는 볼록फल(convex) 최적화 접근법을 이용하여 H_2/H_∞ 최적화 문제를 다루는 연구들이 시도되었으나, 이러한 방식으로 구한 제어기는 차수가 매우 높기 때문에 실제 구현에는 어려움이 있었다. 그래서 본 연구에서는 H_2 가중치만을 추가하여 얻은 확장 시스템의 차수와 동일한 차수의 제어기를 구하여 고차의 제어기 구현시 발생하는 어려움을 경감 시키고자 하였다. 이렇게 되면 고정차수라는 제한 조건 때문에 최적화 문제가 볼록फल 문제로 변환되지 않고 비볼록फल(non-convex) 문제로 되어 문제의 해를 찾기 위해서는 비선형 프로그래밍 방법[2]이 이용된다. 본 연구

II. 본론

2. 1 문제 설정

H_2/H_∞ 혼합 문제를 다루기 위해 그림1과 같이 두 개의 입출력 채널이 있는 시스템을 고려해 보자.

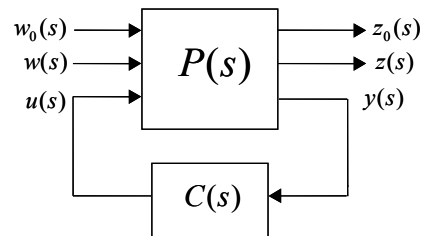


그림 1. H_2/H_∞ 혼합 모델

H_2 최적화 문제는 그림 1의 외부 입력 $w(s)$ 에서 출력 $z(s)$ 까지 전달 행렬 $T_{zw}(s)$ 의 H_2 노름 값을 최소화시키는 것으로 생각하고, H_∞ 최적화 문제는 입력 $w_0(s)$ 에서 출력 $z_0(s)$ 까지 전달 행렬 $T_{z_0w_0}(s)$ 의 H_∞

노음 값을 최소화시키는 것으로 생각할 수 있다. 따라서 H_2/H_∞ 혼합 제어기 설계 문제는 다음 조건을 만족하는 제어기 $C(s)$ 를 찾는 문제로 정의된다.

a. i) $C(s)$ 는 전체 폐환 시스템을 내부적으로 안정화시켜야 한다.

a. ii) 제어기 $C(s)$ 의 차수는 고정 차수이며 이 차수는 미리 지정된다.

a. iii) 주어진 γ 값에 대하여 $\|T_{z_0w_0}\|_\infty \leq \gamma$ 이 만족되어야 한다.

a. iv) $\|T_{zw}\|_2$ 을 최소화시켜야 한다.

제어기의 차수가 고정된 조건하에서 a.iii)의 주어진 γ 값에 대한 a.iv)의 $\min\|T_{zw}\|_2$ 값을 α 로 표시하는 경우 H_2/H_∞ 혼합 제어기 설계 문제는 주어진 차수의 제어기가 나타내는 $\alpha-\gamma$ 그래프를 찾아내는 것이다.

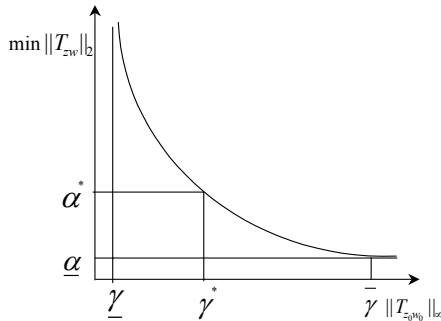


그림 2. 전형적인 H_2/H_∞ 혼합 시스템의 α 값과 γ 값과의 관계

그림2에서 사용된 기호들의 내용은 다음과 같다.

$$\underline{\gamma} \equiv \min_C \|T_{z_0w_0}\|_\infty, \quad \underline{\alpha} \equiv \min_C \|T_{zw}\|_2 \quad (1)$$

$$\bar{C}(s) \equiv \|T_{zw}\|_2 = \underline{\alpha} \text{가 되는 최적 } H_2 \text{ 제어기} \quad (2)$$

$$\bar{\gamma} \equiv \text{제어기가 } \bar{C}(s) \text{일때의 } \|T_{z_0w_0}\|_\infty \text{의 값} \quad (3)$$

$$C(s) \equiv \gamma > \underline{\gamma} \text{인 경우의 } H_2/H_\infty \text{ 혼합제어기} \quad (4) \quad \gamma^* \equiv H_2/H_\infty \text{ 혼합제어기 } C(s) \text{를 사용할 때의 } \|T_{z_0w_0}\|_\infty \text{ 값} \quad (5)$$

$$\alpha^* \equiv H_2/H_\infty \text{ 혼합제어기 } C(s) \text{를 사용할 때의 } \|T_{zw}\|_2 \text{ 값} \quad (6)$$

2. 2 H_2/H_∞ 혼합 제어기의 설계

그림 1에서 시스템의 입, 출력 관계식은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} z_0 \\ z \\ y \end{bmatrix} = P(s) \begin{bmatrix} w_0 \\ w \\ u \end{bmatrix}, \quad u(s) = C(s) y(s) \quad (7)$$

또한 식(8)은 플랜트 $P(s)$ 의 상태 공간 계수식이다.

$$P(s) = \begin{bmatrix} P_{00}(s) & P_{01}(s) & P_{02}(s) \\ P_{10}(s) & P_{11}(s) & P_{12}(s) \\ P_{20}(s) & P_{21}(s) & P_{22}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F & G_0 & G_1 & G_2 \\ H_0 & J_{00} & J_{01} & J_{02} \\ H_1 & J_{10} & J_{11} & J_{12} \\ H_2 & J_{20} & J_{21} & J_{22} \end{bmatrix} \quad (8)$$

그리고 그림1에서 H_2 와 H_∞ 의 상태공간 모델을 구하면 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$P_2(s) = \begin{bmatrix} P_{11}(s) & P_{12}(s) \\ P_{21}(s) & P_{22}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F & G_1 & G_2 \\ H_1 & J_{11} & J_{12} \\ H_2 & J_{21} & J_{22} \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$P_\infty(s) = \begin{bmatrix} P_{00}(s) & P_{02}(s) \\ P_{20}(s) & P_{22}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F & G_0 & G_2 \\ H_0 & J_{00} & J_{02} \\ H_2 & J_{20} & J_{22} \end{bmatrix} \quad (10)$$

또한, 제어기의 상태공간 모델이

$$C(s) = \begin{bmatrix} F_C & G_C \\ H_C & J_C \end{bmatrix} \quad (11)$$

로 주어질 때 다음 내용을 가정하자.

b. i) $J_{11} = 0, J_{22} = 0$ 이다.

b. ii) (F, G_2) 와 (F, H_2) 는 각각 가안정(stabilizable), 가검출(detectable)하다.

b. iii) $J_C = 0$ 이다.

위에서 J_{11} 에 대한 가정은 $T_{zw}(s)$ 의 2-노음 값이 유한하기 위한 필요조건이고 (F, G_2, H_2) 에 대한 가정은 플랜트 $P(s)$ 가 안정화 가능하기 위한 필요조건이다[3].

$$T_{zw} = \begin{bmatrix} F & G_2H_C & G_0 \\ GJ_{21} & F_C & G_0H_2 \\ 0 & H_1 & J_{12}H_C \end{bmatrix}, \quad T_{z_0w_0} = \begin{bmatrix} F & G_2H_C & G_0 \\ GJ_{20} & F_C & G_0H_2 \\ 0 & H_1 & J_{00}H_C \end{bmatrix} \quad (12)$$

이 때 주어진 전달 행렬의 제한 조건인 $\|T_{z_0w_0}\|_\infty$ 값을 만족하면서 $\|T_{zw}\|_2$ 값을 최소화시키는 제어기의 상태공간 계수를 구하는 것이 문제이다.

2. 3 BTT 유도탄의 선형화 모델[4]

BTT 유도탄은 비행체는 강체이고, 동체 좌표축은 관성 주축이며, phugoid 운동은 무시한다고 가정하면 최종적으로 표현된 피치/요 채널에 대한 선형 제어기(linear controller) 설계를 위한 한 동작점에서의 피치/요 채널의 식을 상태 모델로 정리하면 다음과 같다.

$$A = \begin{bmatrix} \frac{Z_w}{V} & Z_a & 0 & Z_s & -\rho \cdot \frac{Z_q}{Y_2} & 0 & \rho \cdot Z_r \frac{Y_2}{Y_2} & 0 \\ \frac{M_w}{Z_s} & M_s & (M_s - \frac{Z_s M_s}{Z_s}) & 0 & 0 & \rho \cdot \frac{(I_{xx} - I_{yy})}{I_{yy}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\omega^2 & -2\xi\omega & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \rho \cdot \frac{Y_s}{Z_s} & 0 & -\rho \cdot \frac{Y_s Z_s}{Z_s} & 0 & \frac{Y_q}{V} & -Y_a & 0 & Y_z \\ 0 & \rho \cdot \frac{(I_{xx} - I_{yy})}{I_{yy}} & 0 & 0 & \frac{N_s}{Y_2} & N_r & (N_s - \frac{Y_s N_s}{Y_2}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\omega^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2\xi\omega \end{bmatrix}$$

$$B^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \omega^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \omega^2 & 0 \end{bmatrix}, \quad C = I_8 \quad (13)$$

또한 선형 제어기 설계를 위한 롤 채널 상태 공간 모델은 다음과 같다.

$$\dot{x} = A_r x + B_1 u + B_2 d, \quad y = C_r x \quad (14)$$

$$A_r = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ d0 & dL_p \end{bmatrix}, \quad B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ L_\beta \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ dK_d \end{bmatrix}, \quad C_r = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & d \end{bmatrix} \quad (15)$$

위 행렬에서 K_d 는 L_β 이다. 이것은 실제 제어를 설계할 때 외란 측 가중치이다.

III. 적용 예

앞에서 제시한 BTT 유도탄의 선형화 모델에 대한 H_2/H_∞ 혼합제어를 설계하기 위해서는 각각의 H_2 모델과 H_∞ 모델을 구하여야 한다.

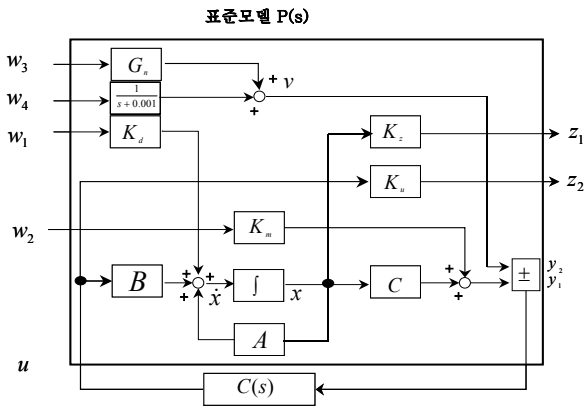


그림 3. BTT 유도탄의 표준모델

플랜트의 표준모델은 식(16)의 상태 공간 모델과 가중치 행렬들 K_u, K_z, K_d, K_m 의 연결로부터 결정되며 플랜트의 입출력 방정식으로 표시하면 식(17)과 같다.

$$\dot{x} = Fx + G_p u \quad (16)$$

$$y = Hx$$

$$\begin{bmatrix} z \\ y \end{bmatrix} = P(s) \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix} \quad (17)$$

위의 그림3을 이용하여 먼저 표준 H_2 모델을 구하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\dot{x} = Fx + [K_d \ 0 \ 0 \ 0 \ B] \begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \\ W_3 \\ W_4 \\ u \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_z \\ 0 \\ -C \\ 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & K_u \\ 0 & -K_m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & G_n & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \\ W_3 \\ W_4 \\ u \end{bmatrix} \quad (19)$$

이것을 H_2 상태공간모델로 표시하면 다음과 같다.

$$T_{zw} = \begin{bmatrix} F & G_1 & G_2 \\ H_1 & J_{11} & J_{12} \\ H_2 & J_{21} & J_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F & K_d & 0 & 0 & 0 & B \\ K_z & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_u \\ -C & 0 & -K_m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G_n & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (20)$$

다음으로 H_∞ 모델을 구하기 위해 T_{zw} 의 특성 다항식

$\Delta(s)$ 을 구하면 식(21)과 같다.

$$\Delta(s) = \det(sI - F)\det(sI - A_c)\det(I - G_{22}G_c) \quad (21)$$

여기서 안정도에 영향을 미치는 $\det(I - G_{22}G_c)$ 에 공칭플랜트 G_{22} 에 $-P_0$ 를 대입하면 다음과 같다.

$$\det(I + P_0G_c) = \det(I + G_cP_0) \quad (22)$$

그리고 BTT 유도탄의 플랜트가 덧셈형 섭동이 있다고 가정하면 다음과 같은 전개가 가능하다.

$$\det(I + G_c(I + \Delta)P_0) = \det(I + G_cP_0)\det\{I + P_0(I + G_cP_0)^{-1}G_c\Delta\} \quad (23)$$

그러면 우측 항의 $\det\{I + P_0(I + G_cP_0)^{-1}G_c\Delta\}$ 에서 H_∞ 모델을 구할 수 있게 된다.

$$T_{z_0w_0} = P_0(I + CP_0)^{-1}G_c \Leftrightarrow P_{00} + P_{02}(I - G_cP_{22})^{-1}G_cP_{20} \quad (24)$$

$$\therefore P_{00} = 0, P_{02} = P_0, P_{20} = I, P_{22} = -P_0 \quad (25)$$

따라서 그림3에 대한 BTT 유도탄의 H_∞ 의 모델인 $T_{z_0w_0}$ 의 상태 공간모델은 식(26)으로 표시된다.

$$T_{z_0w_0} = \begin{bmatrix} F & G_0 & G_2 \\ H_0 & J_{00} & J_{02} \\ H_2 & J_{20} & J_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F & 0 & B \\ C & 0 & 0 \\ -C & I & 0 \end{bmatrix} \quad (26)$$

앞에서 제시한 H_2 모델과 H_∞ 모델을 결합하여 확장된 상태공간모델로 표시하면 식(27)로 나타낼 수 있다.

$$R(s) = \begin{bmatrix} F & G_0 & G_1 & G_2 \\ H_0 & J_{00} & J_{01} & J_{02} \\ H_1 & J_{10} & J_{11} & J_{12} \\ H_2 & J_{20} & J_{21} & J_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F & 0 & K_d & 0 & 0 & 0 & B \\ C & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ K_z & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_u \\ -C & I & 0 & -K_m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 & 0 & G_n & I & 0 \end{bmatrix} \quad (27)$$

식(28)에서 각각의 행렬은 다음과 같으며, 특히 가중치 행렬 K_u, K_m, K_d, K_z 는 시행착오를 거쳐 선택하였다 [4].

$$\begin{aligned} K_u &= \text{diag}([10 \ 10]) \\ K_m &= I_{4 \times 4} \\ K_d &= \text{diag}([1000 \ 1000 \ 1 \ 1 \ 1000 \ 1000 \ 1 \ 1]) \\ K_z &= \text{diag}([1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 10 \ 1 \ 1]) \\ G_n &= 0.001 \end{aligned} \quad (28)$$

그리고 H_2/H_∞ 혼합제어를 설계하기 위해 필요한 상태공간 계수를 식(27)에 의해 추출해 보면 다음과 같다.

$$F = \begin{bmatrix} -3.5834 & -6624.5438 & 0 & -25.5513 & -14.1532 & 0 & 368.2366 & 0 & 0 \\ 0.006943 & -0.02858 & -13.689 & 0 & 0 & 4.9547 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -3825 & -117 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1.7612 & 0 & 45 & 0 & -1.2622 & 2333.3821 & -7.2018 & 0 & 25.9403 \\ 0 & -4.9502 & 0 & 0 & -0.2535 & -0.02856 & -7.2018 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -3825 & -117 & -0.001 \end{bmatrix}$$

$$G_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad G_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1000 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1000 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$G_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 38025 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 38025 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad H_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$H_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad H_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$J_{00} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad J_{02} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad J_{11} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$J_{12} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 10 & 0 \\ 0 & 10 \end{bmatrix} \quad J_{20} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad J_{22} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (29)$$

위에서 구한 상태공간 계수를 MATLAB의 Mixed-Norm Toolbox[5]를 이용하여 BTT 유도탄의 자동조종장치에 대한 H_2/H_∞ 혼합제어기를 설계하였다. 그리고 경사도 방법[2]을 이용 시 사용된 초기 제어기는 H_2 최적 제어기를 이용하였다. 이것을 이용하여 강인 안정도를 증가시키기 위해 $\|T_{z_0 w_0}\|_\infty$ 값을 감소시켜 가면서 $\|T_{zw}\|_2$ 의 값을 구한결과가 표1에 나타나있다. 여러 개의 H_2/H_∞ 혼합제어기 중에서 강인성을 20% 정도 향상시키면서 $\|T_{zw}\|_2$ 이 증가가 1%미만으로 나타난 $\gamma^* = 1.3003$ 일 경우, 제어기 상태공간 계수를 표시하면 식(30)과 같다.

표 1

| $\ T_{z_0 w_0}\ _\infty$ | $\ T_{zw}\ _2$ |
|--------------------------|--------------------------|
| $\gamma^* = 1.7100$ | $\alpha = 146737.1620$ |
| $\gamma^* = 1.5011$ | $\alpha^* = 146837.0192$ |
| $\gamma^* = 1.3003$ | $\alpha^* = 147209.3695$ |
| $\gamma^* = 1.0067$ | $\alpha^* = 148815.6755$ |
| $\gamma^* = 0.8783$ | $\alpha^* = 152407.8217$ |
| $\gamma^* = 0.6349$ | $\alpha^* = 165483.9343$ |
| $\gamma^* = 0.4317$ | $\alpha^* = 186501.4204$ |
| $\gamma = 0.2012$ | $\alpha^* = 192406.4243$ |

$$F_{mix} = \begin{bmatrix} -6285.8508 & 0.00143 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.00143 & -5453.1290 & 0.000835 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.000835 & -269.5291 & 3385.7980 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -3385.7980 & -269.5288 & -0.00122 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1696.2281 & 2835.7471 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2835.7471 & -1096.225 & 0.0127 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.0127 & -40.0081 & -0.00123 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.00123 & -57.292 & -0.00020 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.000020 & -1000.00001 \end{bmatrix}$$

$$G_{mix} = \begin{bmatrix} 0.000000566 & -100176.192 & 40908.228 & -288427.362 & -259618.370 \\ 0.000001725 & -181028.299 & 68315.138 & 84988.516 & 74695.2481 \\ -0.000000205 & -11243.702 & 31853.917 & -251229.677 & -379049.092 \\ 0.000000361 & 75701.038 & -39149.370 & 226268.478 & 138022.014 \\ 0.00000108 & 159052.576 & -117569.185 & -39452.985 & -69712.626 \\ -0.00000128 & -127632.219 & 1740.807 & 65826.555 & 43329.661 \\ -0.000143 & 5.609 & 158.924 & 62.903 & -4.238 \\ -0.000000376 & -45.995 & -1415.944 & 3.321 & 1762.139 \\ 999.998 & 0.0000351 & -0.000000106 & -0.00000138 & 0.000000032 \end{bmatrix}$$

$$H_{mix} = \begin{bmatrix} 0.0751 & 0.1211 & 0.0300 & 0.0191 & -0.0431 & -0.0558 & -0.0043 & -0.0148 & -0.0000068 \\ -0.1463 & 0.0429 & -0.0758 & -0.0322 & 0.00847 & -0.0171 & -0.0198 & -0.00167 & -0.0000437 \end{bmatrix}$$

$$J_{mix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (30)$$

IV. 결론

본 연구에서는 제어기의 성능과 안정도를 동시에 고려할 수 있는 H_2/H_∞ 혼합제어기를 설계하였다. 제어기 설계는 고속 비행체의 하나인 BTT 유도탄의 선형화 모델[4]에 적용하여 표준 H_2 모델과 덧셈형 섭동항을 가지는 경우의 H_∞ 모델을 이용하여 이루어 졌다. 이 경우 제어기의 상태공간계수를 구하는 여러 방법이 있지만 강인 안정도를 만족하면서 성능을 최적화하는 방법은 서로 상충되기 때문에 쉽게 해를 찾기가 어려운 문제이다. 따라서 본 연구에서는 경사도 방법[2]을 이용하여 기존의 여러 방법에서 해를 찾을 때 상당한 시간이 소요되는 단점을 보완하고 항상 해석적인 해를 찾을 수 있는 방법으로 적합함을 확인할 수 있었다.

참고문헌

- [1] D. S. Bernstein and W. H. Haddad, LQG Control with an H_∞ Performance bound : A Riccati Equation Approach, IEEE Trans. Auto. Control, AC-34(3):293-305, March 1989.
- [2] D. E. Walker, H_2 Optimal Control with H_∞ , μ , and L_1 Constraints, Ph. D. thesis, Air Force Institute of Technology, WPAFB, OH, June 1994.
- [3] 조용석, 표준 모델의 2자유도 위너-호프제어기 설계에 관한 연구, 공학박사학위 논문, 성균관대학교, 1997.
- [4] 민덕기, 위너-호프 제어기법을 이용한 고속 비행체의 자동조종장치 설계, 공학박사학위 논문, 성균관대학교, 1998.
- [5] D. R. Jacques, R. A. Canfield, and D. B. Ridgely, Mixed norm toolbox, The MathWorks, Inc., 1995.