

ISI+AWGN 채널에 적합한 LDPC 부호를 이용한 수신 시스템 설계

홍진석*,정비웅*,김준성*,송홍엽*
연세대학교 공과대학 전자공학과

Receiver design using LDPC codes for ISI+AWGN channel

Jin-Seok Hong*, Bi-Woong Chung*, Joon-Sung Kim*, Hong-Yeop Song*

Department of Electrical and Electronic Engineering

Yonsei University

E-mail : {js.hong*,bw.jung*,js.kim*,hy.song*}@coding.yonsei.ac.kr

Abstract

In this paper, we propose a receiver that combines a channel detector with a channel decoder to retrieve information from ISI and AWGN in an iteratively manner. The receiver, evolving from a system of a PRML detector and a RS decoder, consists of a SOVA detector followed by a LDPC decoder and has them exchange information iteratively. Rather than handling extrinsic reliabilities explicitly as in Turbo equalization, we take hard-decision values from the LDPC decoder and mix them with the channel output in a certain ratio as input for SOVA. The scheme, simply modified to the one-way structure of a SOVA and a LDPC decoder, shows improved performance with iteration numbers as well as the combining ratio of the channel output and the feedback output. We additionally analyze the receiver with a simple theoretical model and present some valuable properties.

I. 서론

고속 통신 시스템과 고밀도 정보 저장장치는 백색잡음 뿐만 아니라 인접심볼간의 간섭에 효과적으로 대응해야 한다. 특히, 광을 이용한 저장장치의 수신기는 이를 위해 채널검출기로 PRML (Partial Response Maximum Likelihood) [1] 과 채널 복호기로 RS (Reed Solomon) 부호를 상용적으로 적용하고 있다 [2]. 그러나 통신의 고속화와 기록의 고밀도화는 인접심볼 간섭의 길이를 증가시켜 성능을 저하시키기 때문에 그림 1 의 터보 등화기 [3]와 같은 새로운 접근이 필요하다

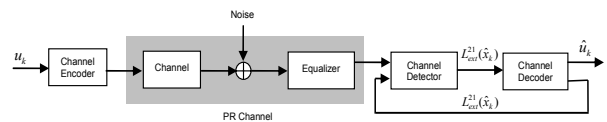


그림 1. 터보 등화기를 채용한 수신기

터보 등화기는 부분응답(Partial Response) 채널에 맞춰진 채널 검출기와 채널 복호기로 구성되며, 채널 검출기는 채널 출력과 채널 복호기로부터 사전확률을 제공받아 부가확률을 생성하는 SISO(Soft-In-Soft-Out) 알고리즘 [4]을 사용한다. 이렇게 생성된 부가확률들은 채널 복호과정을 이용하여 오류를 정정하고, 이 과정으로 얻어지는 부가확률이 다시 채널 검출기의 사전확률로 사용된다.

특히, 부분응답 채널에서 채널 검출기는 다단계 검출/복호를 위해 비터비 알고리즘을 개선하여 소프트 출력이 가능한 modified-SOVA [5]나 BCJR 알고리즘 [6]이 사용된다. 이 출력을 받아들이는 채널 복호기는 이론적 한계치에 0.0045dB 까지 근접할 정도로 우수한 성능을 보여주는 LDPC 부호 [7]를 활용하고 있다.

우리는 업계에서 실제 구현에 고려하고 있는 SOVA 검출기 [8]와 LDPC 복호기를 사용한 기본구조 [9]에서 최소의 회로 추가로 터보 등화기와 같은 반복정정 구조를 가진 구조를 제안하고, 이의 개선된 성능을 시뮬레이션을 통해 확인한다. 더 나아가 제안된 구조의 간략한 이론적 모델을 가정하여 몇 가지 관련된 성질을 제시한다.

II. 제안된 시스템

제안된 시스템은 그림 2 와 같이 현재 고밀도 광 기록

기기에서 연구되는 SOVA 검출기와 LDPC 복호기를 이용한 구조에 내부변형 없이 유사채널 블록과 출력조합 블록을 첨가함으로써 추가적인 성능 개선이 가능하도록 하였다.

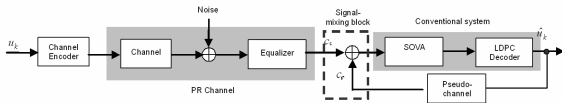


그림 2. 제안된 시스템

유사채널 블록은 LDPC 복호기에서 추정된 부호어를 부분응답 채널에 대응되도록 만들어주는 역할을 하고, 출력조합 블록은 부분응답 채널의 결과와 유사채널 블록의 결과를 가중치를 주어 더하도록 설계되었다. 각 블록의 자세한 설명은 3장과 4장에 나누어 설명한다.

III. 유사채널 (Pseudo-channel) 블록

유사채널 블록은 LDPC 복호기의 출력을 이용하여 부분응답(PR) 채널을 통과한 효과를 내는 역할을 수행한다. 이는 SOVA 의 입력인 채널 출력이 부분응답 채널이기 때문에 필요하다.

유사채널을 구현함에 있어서 LDPC 복호기의 출력인 LLR(Log Likelihood Ratio) 신뢰도를 바로 이용하는 소프트 출력과 이를 판별한 이산값을 이용하는 하드 출력을 고려할 수 있다. 만약, 부분응답 채널의 모델계수가 I_0, I_1, \dots, I_{t-1} 라면, 두 출력 방식에 따라 유사채널의 출력을 아래와 같이 정의한다.

[정의 1]

$$\text{하드 출력: } \hat{y}_i = \sum_{k=0}^{t-1} I_k \hat{u}_{i-k}$$

$$\text{소프트 출력: } \hat{y}_i = \sum_{y \in \{ \sum_{k=0}^{t-1} I_k x_{i-k} | x_{i-k} \in F_2 \}} y \prod_{k=0}^{t-1} \Pr\{\hat{u}_{i-k} = x_{i-k}\}$$

부분응답 채널의 모델계수를 SOVA 검출기와 유사채널 블록에서 사용하여 시뮬레이션을 수행한 결과가 그림 3에서 제시되었다. 채널 출력과 유사채널의 출력을 조합하는 비율, 즉 c_c 과 c_f 가 가장 우수한 성능을 보여주는 영역에서는 하드 출력과 소프트 출력의 성능 차이가 근소하나, 이 영역을 벗어나면 소프트 출력이 하드 출력을 항상 능가함을 알 수 있다. 따라서, 채널 출력과 유사채널 출력의 조합 비율, c_c 과 c_f 가 우수한 성능을 갖는 값으로 설정하였다면, 복잡도가 높은 소프트 출력을 사용하여 얻을 수 있는 이득이 거의 없기 때문에 하드 출력을 사용하는 것이 타당하다.

그림 3의 시뮬레이션은 유사채널 블록을 통해서 소프트/하드 출력을 각각 이용하고, 반복정정을 3, 5, 7 회 그리고 조합비율 ($c_f + c_c = 1$)을 조정하여 수행하였다.

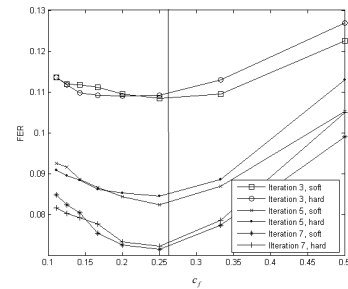


그림 3. 소프트/하드 출력의 성능

IV. 출력조합 (Signal-mixing) 블록

출력조합 블록은 하나의 덧셈기, 두 개의 곱셈기로 구성되며, 채널 출력과 유사채널의 출력의 각각에 가중치를 주어 합하는 역할을 한다. 특히, 가중치의 합이 1 이 되는 확률분포를 이루도록 가정한다. 그림 4에서와 같이 특정 비율에서 성능이 우수하데, 부분응답 채널에서 모델계수의 비가 (121)이고, (96,48) LDPC 부호를 이용한 실험에서 근사적으로 최적 성능을 보이는 조합비율을 다음과 같이 정할 수 있었다.

$$\hat{c}_f = 0.370 - 0.01SNR, \quad \hat{c}_c = 1 - \hat{c}_f \quad (1)$$

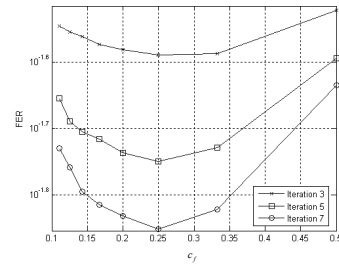


그림 4. 조합비율에 따른 성능

수식 (1)은 모든 조건을 반영하는 일반 해가 아닌 실험적으로 얻어진 수식으로서 최적 조합비율이 신호대잡음비에 종속적임을 보여준다.

V. 반복적 오류제거

유사채널 블록과 출력조합 블록을 사용하여 실제 시간 축에서 반복적인 에러 제거를 그림 5에서 보여준다.

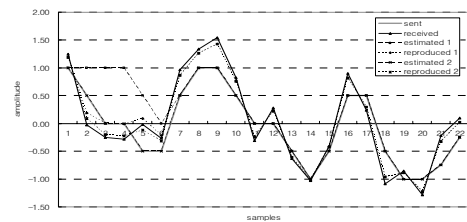


그림 5. 반복적 오류제거

그림 5 는 LDPC 복호기에서 SOVA 검출기로 연결된 귀환 회로를 통한 반복 3 회 만에 LDPC 복호기가 모든 오류를 검출하였는데, 주목해야 할 점은 유사채널 블록을 통과한 출력이 채널 출력보다 더 심각한 오류를 포함하는 경우가 있다는 것이다. 이러한 현상이 부호어 전체에 나타나지 않으나 부분적으로 심각하게 나타남을 관찰하였다.

따라서, 신호대잡음비가 증가하여 채널 출력을 더 신뢰할 수 있으면 출력 조합할 때, 채널 출력의 가중치를 늘이는 것이 성능을 개선할 것으로 추측할 수 있다. 이 관찰은 수식 (1)과 일치한다.

VI. LDPC 부호 길이에 따른 효과

이전에서는 시뮬레이션에 짧은 (96,48) LDPC 부호를 사용하였으나 이제 LDPC 부호가 증가함에 따른 효과를 살펴본다. 같은 부호율로 부호길이 200, 600, 1000, 1400 에 대해서 출력 조합비율을 변화시키고, 10~11dB 구간에서 시뮬레이션을 수행한다. 그리고 객관적인 사실을 얻기 위하여 다음을 전제하였다.

- i) LDPC 복호기 내부의 반복은 내부 반복, 유사 출력을 통한 반복을 외부 반복이라고 부른다.
- ii) 모든 반복은 최대치를 의미한다. 즉, LDPC 복호기가 지정된 반복회수 이전에 유효한 부호어를 찾으면 반복은 종료된다.
- iii) 외부 반복회수를 3, 5, 7, 9 로, 내부 반복회수를 50 회로 설정한다. 다만, 9 회의 외부 반복과 공정한 비교를 위하여 1 회의 외부 반복과 500 회의 내부 반복을 갖는 시뮬레이션을 추가로 실시한다.

다음 그림 6, 7 은 부호 길이에 따른 변화로, 부호 길이 600, 1000 에서 별다른 상이한 특징을 발견할 수 없었으므로 부호 길이 200, 1400 만 표시한다. 각 그림에서 횡축은 출력 조합비율의 c_f 의 값을, 종축은 프레임 오류비율을 나타낸다.

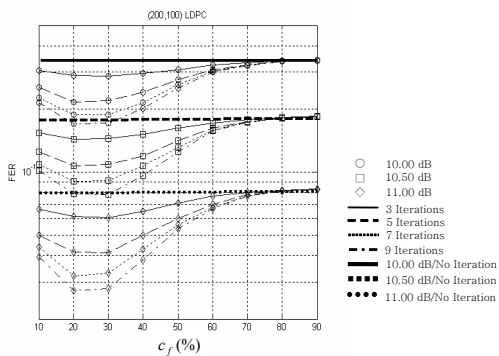


그림 6. (200,100) LDPC 부호

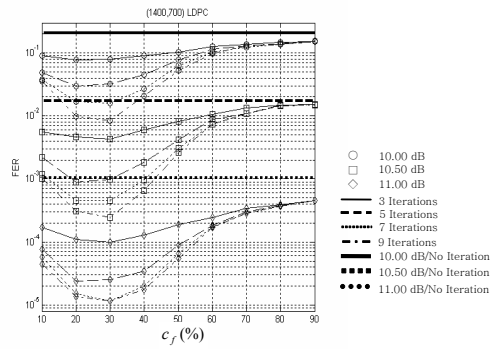


그림 7. (1400,700) LDPC 부호

위 시뮬레이션 결과로부터 첫째, 출력 조합비율은 성능측면에서 최적값을 가지며, 둘째, 부호의 성능이 향상될수록 (부호의 길이가 늘어날수록) 외부반복에 따른 성능이 현격히 개선됨을 알 수 있다. 셋째는 외부반복과 동등한 수준으로 내부반복을 늘린 경우의 성능이 더 좋지 않음을, 마지막으로 LDPC 부호의 성능에 따라 최적 출력조합 비율도 변화함을 보이고 있다.

VII. 분석

외부 반복에 따른 성능개선을 분석하기 위해서 다음과 같이 단순한 모델을 생각한다.

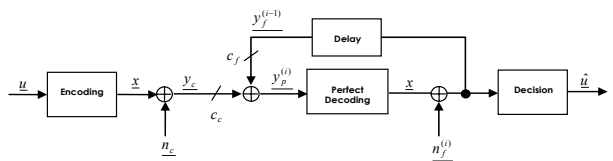


그림 8. 이론 모델

이 모델에서는 채널 잡음과 복호 후에 잔류 잡음을 가우스 확률변수로 생각하고, 복호기는 입력된 모든 잡음을 제거한다고 가정한다. 그리고 c_c 과 c_f 는 모두 양수들의 합이 1 이 되고, 첫 번째 외부 반복 ($i=1$)에서 출력 조합의 값은 귀환 성분이 없다고 설정한다, 즉

$$y_p^{(1)} = x + n_c \tag{2}$$

채널 잡음 n_c 와 잔류 잡음 n_f 이 모두 가우스 확률 분포를 따르면서 확률적 상관성에 따라 2 가지 경우로 나누어 생각한다.

1) 채널 잡음과 잔류 잡음이 무상관일 때;

복호기를 다음과 같이 가정한다.

$$E\{n_f^{(i)2}\} = a^{(i)} E\{n_p^{(i)2}\}, \quad 0 < a^{(i)} < 1 \tag{3}$$

n_p 는 출력이 조합된 y_p 의 잡음을, i 는 외부반복 회수를 표현한다.

$y_p = c_c y_c + c_f y_f$ 이므로 y_p 역시 가우스 분포를 따르는 확률변수이다. 그림 8 과 수식 (3)을 이용하면 y_p 의 분산은 다음과 같이 전개된다.

$$\begin{aligned} \sigma_p^{(i)2} &= c_c^2 \sigma_c^2 + c_f^2 \sigma_f^{(i-1)2} \\ &= c_c^2 \sigma_c^2 + a^{(i-1)} c_f^2 \sigma_p^{(i-1)2} \\ &= (1 + a^{(i-1)} c_f^2) c_c^2 \sigma_c^2 + a^{(i-1)} a^{(i-2)} (c_f^2)^2 \sigma_p^{(i-2)2} \\ &= (1 + a^{(i-1)} c_f^2 + a^{(i-1)} a^{(i-2)} (c_f^2)^2) c_c^2 \sigma_c^2 + a^{(i-1)} a^{(i-2)} a^{(i-3)} (c_f^2)^3 \sigma_p^{(i-3)2} \\ &= (1 + a^{(i-1)} c_f^2 + \dots + a^{(i-1)} \dots a^{(i-n)} (c_f^2)^{n-1}) c_c^2 \sigma_c^2 + a^{(i-1)} \dots a^{(i-n)} (c_f^2)^n \sigma_p^{(i-n)2} \\ &= (1 + a^{(i-1)} c_f^2 + \dots + a^{(i-1)} \dots a^{(2)} (c_f^2)^{i-2}) c_c^2 \sigma_c^2 + a^{(i-1)} \dots a^{(1)} (c_f^2)^{i-1} \sigma_p^{(1)2} \\ &= (1 + a^{(i-1)} c_f^2 + \dots + a^{(i-1)} \dots a^{(2)} (c_f^2)^{i-2} + a^{(i-1)} \dots a^{(1)} (c_f^2)^{i-1} / c_c^2) c_c^2 \sigma_c^2 \end{aligned} \quad (4)$$

$a^{(i)}$, c_c 그리고 c_f 모두가 0 과 1 사이의 값을 가지므로 서로 곱해질수록 0 에 가까워지는 성질을 이용하여 y_p 의 분산을 다음처럼 근사화한다.

$$\sigma_p^{(i)2} \approx (c_c^2 + a^{(i-1)} c_f^2 c_c^2) \sigma_c^2 \quad (5)$$

수식 (5)의 괄호 안은 항상 1 보다 작으므로 외부 반복을 통해서 출력조합 잡음의 분산이 채널 잡음의 분산이 항상 작다. 나아가, 외부 반복이 계속되면서 성능이 꾸준히 개선이 되기 위해서는 y_p 의 분산이 지속적으로 감소해야 하므로 다음과 같은 조건을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \sigma_p^{(i-1)2} - \sigma_p^{(i)2} &> 0 \\ \Leftrightarrow (a^{(i-2)} - a^{(i-1)}) c_f^2 c_c^2 \sigma_c^2 &> 0 \\ \Leftrightarrow a^{(i-2)} &> a^{(i-1)} \end{aligned} \quad (6)$$

일반적으로 계수 a 는 복호기에 입력되는 잡음의 분산에 종속적일 수 있는데, 외부반복이 진행될 때 더 이상 변수 a 가 감소하지 않는 것은 복호기에 오류마루 현상이 발생했다고 추정할 수 있다.

II) 채널 잡음과 잔류 잡음이 확률적으로 같을 때;

복호기를 다음과 같이 가정한다.

$$n_f^{(i)} = \sqrt{b^{(i)}} n_p^{(i)}, \quad 0 < b^{(i)} < 1 \quad (7)$$

유사한 방식으로 y_p 의 분산을 구하면 다음과 같은 식으로 얻는다.

$$\sigma_p^{(i)2} = \left((1 + \sqrt{b^{(i-1)}} c_f + \dots + \sqrt{b^{(i-1)} \dots b^{(2)}} c_f^{i-2}) c_c + \sqrt{b^{(i-1)} \dots b^{(1)}} c_f^{i-1} \right)^2 \sigma_c^2 \quad (8)$$

수식 (8)을 근사화시키면 수식 (9)을 얻을 수 있고, 지속적인 성능을 위한 조건도 수식 (10)과 같이 정해진다. 특히, 수식 (9)은 수식 (5)과 형태상으로 유사함을 알 수 있다.

$$\sigma_p^{(i)2} \approx (c_c^2 + 2\sqrt{b^{(i-1)}} c_c^2 c_f + b^{(i-1)} c_c^2 c_f^2) \sigma_c^2 \quad (9)$$

$$\sqrt{b^{(i-2)}} > \sqrt{b^{(i-1)}} \quad (10)$$

계수 a 와 b 가 복호기에 입력되는 동일한 잡음 분산에 대해서 같은 값을 갖는다고 하더라도 식 (5)와 (9)에서 알 수 있듯이, (9)의 경우가 $2\sqrt{b^{(i-1)}} c_c^2 c_f$ 의 항을 더 가지기 때문에 성능이 더 나쁨을 알 수가 있다.

VIII. 결론

본 논문에서 SOVA 검출기와 LDPC 복호기를 이용한 구조상에 단순한 회로의 추가로, LLR 도메인에서 부가확률을 이용하여 반복정정으로 수행하는 터보 등화기와 같은 성능의 개선이 가능함을 확인하였다. 그리고 그 성능의 개선이 출력의 조합비율에 따라서, 복호기의 성능에 따라서, 채널 잡음과 잔류 잡음의 확률적 상관성에 따라서 달라질 수 있음을 실험과 분석으로 보였다. 앞으로 제안된 구조의 성능을 터보 등화기나 유사한 다른 구조의 성능과 비교, 분석해야 할 것이고, 본 논문의 분석의 결과를 정교하게 시뮬레이션과 대응시켜 이론의 정확성을 확인하는 일이 필요하다.

참고문헌

- [1] H. Kobayashi and D.T. Tang, "Application of partial-response channel coding of magnetic recording systems," *IBM J. Res. Develop.*, vol. 14, pp. 368-375, July 1970.
- [2] DVD 규격문서.
- [3] C. Douillard, M. Jezequel, C. Berrou, A. Picart, P. Didier, and Al Glavieux, "Iterative correction of intersymbol interference: Turbo-equalization," *Europe Transaction on Telecommunication.*, vol. 6, pp. 507-511, Sep.-Oct. 1995.
- [4] J. Hagenauer, Elke Offer and Lutz Papke, "Iterative Decoding of Binary Block and Convolutional Codes," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 42, no. 2, March 1996.
- [5] Joachim Hagenauer, "Source-Controlled Channel Decoding," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 43, no. 9, pp. 2449-2457, Sep., 1995.
- [6] L. R. Bahl, J. Cocke, F. Jelinek, and J. Raviv, "Optimal decoding of linear codes for minimizing symbol error rate," in *Abstracts of Papers, Int. Symp. Inform. Theory*, p.90, Jan. 1972.
- [7] S. Chung et al., "On the Design of Low-Density Parity-Check Codes Within 0.0045 db of the Shannon Limit," *IEEE Commun. Lett.*, vol 5, Feb 2001, pp. 58-60.
- [8] J. Hagenauer and P. Hoeher, "A Viterbi algorithm with soft-decision outputs and its application," in *Proc. ECCG Globecom Conf.*, Dallas, TX, Nov. 1989, pp. 1680-1686.
- [9] T. Ohkuko et al., "Application of LDPC Codes to High-Density Optical Disc Storage using 17PP code," *ISOM*, 2005.