MIMO 채널에서 시공간 블록 코드의 성능 분석

*염호선, 김창중, 이호경
홍익대학교 전파통신공학과
e-mail : sage96@lycos.co.kr

A performance analysis of Space-time block codes for MIMO Channels

*Ho-Sun Youm, Chang-Jung Kim, Ho-Kyoung Lee
Department of Radio Communication Science and Engineering, Hongik University

Abstract

우리는 레일리 페이딩 채널에서 다중 전송 안테나를 사용한 전송 방식을 택한 Alamouti 방식의 전송쌍 에러 확률(Pairwise error probability)을 사용해서 시스템의 성능을 분석해 보았다. 데이터는 시공간 블록 코딩을 사용해서 전송 안테나에 n 개의 배열로 전송되어졌다. 각각의 수신안테나의 수신 신호는 채널의 상태에 따라 변형된 n개의 송신 신호들의 선형결합으로 수신된다. 최대 가능도 복호 알고리즘(Maximum likelihood decoding algorithm)은 신호를 다시 재결합하는 간단한 방법을 사용하였다. 이러한 방식은 시공간 블록코드의 직교적인 성질을 이용한 것이고, 수신기에서의 수신신호가 선형결합이라는 것을 바탕으로 한 것이다. 모의실험을 통해서 시공간 블록 코딩을 사용하고, 다중 안테나를 사용한 시스템에서 우리가 분석한 결과를 확인했다.

Ⅰ. 서론

대부분의 경우, 무선 채널은 다른 사용자에 의한 간섭이나 전파의 전파에서 다중 접속의 잡음이 발생하게 된다. 레일리 페이딩 채널 상태에서 신호를 전송했을 때 수신기에서 전송된 신호를 복호하기가 어렵다. 이런 문제점을 해결할 수 있는 기술을 다이버시티 수신이라고 한다. 다이버시티에는 주파수 다이버시티, 편파 다이버시티, 시간 다이버시티, 각도 다이버시티 등이 있다. 그러나 많은 무선채널의 경우 시변화적이거나 주파수 선택적이지 않다. 이러한 점 때문에 전송 안테나나 수신 안테나에 특별한 다이버시티를 얻기 위해서 다중안테나를 사용한 공간 다이버시티 방법에 대한 연구의 가능성을 고려하게 되었다.

최근에 무선 페이딩 환경에서 다중 안테나를 사용한 연구가 활발히 진행되고 있다. 그 중에서 Alamouti가 연구한 시공간 블록 코드를 사용하여 다이버시티를 증가시킨 연구의 결과가 주목할 만하다. 이 방법은 전송안테나와 수신 안테나의 개수에 맞추어 신호를 서로 직교적으로 묶어서 보내주어 신호의 성능에 영향을 끼치지 않고 그 다이버시티만을 증가시키는 방법이다. 우리는 이 논문을 통해서 Alamouti의 PEP를 분석할 것이다.

이 논문의 개요는 다음과 같다. Ⅱ장에서는 다중 안테나 시스템의 수학적 모델을 규정한다. 우리는 Alamouti의 시공간 블록 코드에서 사용된 부호화 방법과 복호 알고리즘을 기술할 것이다. Ⅲ장에서는 시공간 블록 코드의 성능을 PEP를 통해 결과를 분석하고, 모의실험을 통해서 보여줄 것이다. 마지막으로 Ⅳ장에서는 우리의 결과를 기술 할 것이다.

Ⅱ. 시공간 블록 코드

2.1 MIMO-Channel 시스템

우리는 송신측에서 n개의 안테나를 사용하고 수신측에서 m개의 안테나를 사용하는 무선 통신 시스템을 고려하였다. 각각의 시간 t에서 신호 x_t^i i=1, 2, ⋯ ,n 은 n 개의 전송 안테나로부터 비슷하게 전송된다. 채널은 α 로 알려진 경로와 주기성 페이딩(flat fading) 채널로 가정된다. 경로 이득은 분산이 1/2인 독립적인 복소 가우시안 랜덤 변수의 표본으로 설계되어졌다. 무선 채널은 준정적(quasi static) 채널로 가정해서, 경로 이득은 길이 l의 프레임에 일정하고, 각각의 프레임에서는 서로 독립적이다.

시간 t에서 j번째 안테나에서 수신된 신호 r_t^j는 다음과 같이 주어진다.

$$r_j^t = \frac{\sqrt{E_s}}{N_t} \sum_{i=1}^{N_t} \alpha_{ij} x_i^t + \eta_j^t \quad (1)$$

여기서 α_{ij}는 i번째 안테나에서 전송되어서 j 번째 안테나에서 수신된 복소 경로 이득이다. 또한 η_t^j는 j번째 안테나에서 t초에 수신한 평균이 0이고, 분산이 $N_0/2$인 복소 가우시안 랜덤 변수이다.

행렬 형식으로는 다음과 같다.

$$R = \frac{\sqrt{E_s}}{N_t} AX + N \quad (2)$$

여기서

$$R = [\, r_1^1 \; r_2^1 \cdots r_{N_r}^1 \cdots r_1^2 \; r_2^2 \cdots r_{N_r}^t \,] \quad (3)$$

$$N = [\, n_1^1 \; n_2^1 \cdots n_2^1 \cdots n_1^2 \; n_2^2 \cdots n_{N_r}^t \,] \quad (4)$$

$$A = [\, a_{11} \; a_{21} \cdots a_{N_t 1} \cdots a_{21} \; n_{22} \cdots a_{N_t N_r} \,] \quad (5)$$

$$X = \begin{bmatrix} x_1^1 & x_2^2 & \cdots & x_1^t \\ \vdots & & & \vdots \\ x_{N_t}^1 & x_{N_t}^2 & \cdots & x_{N_t}^t \end{bmatrix} \quad (6)$$

로 직교적으로 전송된 신호이다.

2.2 부호화 방법

시공간 블록 코드는 n개의 전송 안테나에 의한 행렬로 나타낸다. 행렬의 원소들은 송신 신호와 송신 신호의 복소 켤레로 이루어진다. 전송 안테나의 수가 n일 때 행렬은 각기 다른 코드들로 이루어진다. 예를 들어 2개의 전송 안테나를 사용할 경우 t초에 송신된 신호

$$X = \begin{bmatrix} x_1^t & -x_2^{t*} \\ x_2^t & x_1^{t*} \end{bmatrix} \quad (7)$$

과 같이 정의된다.

2.3 복호 방법

복호 방법으로는 수신측에서 선형 처리만을 사용해서 시공간 블록 코드를 사용한 신호를 최대가능도 결정법을 통해서 복호할 수 있다. 예를 들어보자.

(7)에서 전송한 방식을 사용하여 복호할 경우 첫 번째 안테나로는 x_1과x_2가 전송되고, 두 번째 안테나로는 $-x_2^*$과x_1^*가 전송 된다.

이 경우 채널 상태를 $A = \begin{bmatrix} \alpha_0 & \alpha_1 \\ \alpha_2 & \alpha_3 \end{bmatrix}$일 때 수신 신호는

$$R = \begin{bmatrix} r_0 & r_1 \\ r_2 & r_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_0 & \alpha_1 \\ \alpha_2 & \alpha_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 & -x_1^* \\ x_1 & x_0^* \end{bmatrix} + N \quad (8)$$

이 된다. 이 때 최대가능도 검파는 결정행렬을 작게 만들 수 있다.

$$[y_1, y_2] = \begin{bmatrix} \alpha_0^* & -\alpha_1 \\ \alpha_1^* & \alpha_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_0 \\ -r_1^* \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \alpha_2^* & -\alpha_3 \\ \alpha_3^* & \alpha_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_2 \\ -r_3^* \end{bmatrix} \quad (9)$$
$$= \sum_{i=1}^{4} \sum_{j=1}^{2} |\alpha_i|^2 x_j + N'$$

과 같이 복호할 수 있다.

2.4 가우시안 채널에서의 다이버시티

이 장에서 우리는 각각의 위상편이변조(phase shift keying) 신호의 에너지가 서로 같을 때 송수신 안테나 2개의 성능을 분석하였다. 안테나의 개수가 다른 경우도 비슷한 결과로 나타낼 수 있다. 복호기는 x_1을 복호하기 위해 $|\widehat{x_1} - x_1|^2$로 나타내어지는 다음과 같이 결정되어진다.

$$\left| \left(\sum_{j=1}^{2} \sum_{i=1}^{2} |\alpha_{i,j}|^2 x_1 + N' \right) - x_1 \right|^2 \quad (10)$$

여기서 수신신호

$$\widetilde{x_1} = \left(\sum_{j=1}^{2} \sum_{i=1}^{2} |\alpha_{i,j}|^2 x_1 + N' \right) \tag{11}$$

이다. $N' = \alpha_1^* n_1 + \alpha_2 n_2 + \alpha_3^* n_3 + \alpha_4 n_4^*$ 으로 평균이 0이고, 분산이 $\frac{N_0}{2}$인 복소 가우시안 랜덤변수이다.

다음으로 x_1이 2개의 안테나로 전송해서 2개의 안테나로 수신했을 경우를 고려해보자. 송신 안테나로부터 수신안테나로의 경로 이득은 $\alpha_{i,j}\ i=1,2,\ j=1,2$ 이다. 주어진 경로 이득을 통해서 결정행렬을 다음과 같이 결정할 수 있다.

$$\widetilde{x_1} = \left(\sum_{j=1}^{2} \sum_{i=1}^{2} |\alpha_{i,j}|^2 x_1 + N' \right) \tag{12}$$

이것은 신호의 전력에 비해 잡음이 1/4로 감소되었음을 보여준다. 또한 정규화를 했을 경우 성능에 영향을 끼치지 않음을 알 수 있다.

그러므로 송수신 안테나를 각각 2개씩 사용했을 경우 4배의 성능을 제공한다.

Ⅲ. 성능 분석

3.1 전송쌍 에러 확률

x_t^i가 전송되었다고 하자. PEP는 다음과 같이 주어질 수 있다.

$$P(x \rightarrow e | \alpha_{ij}) = P(d^2 \langle N^2 | \alpha_{ij}) \tag{13}$$

α_{ij}는 레일리 페이딩 채널을 말하며

여기서

$$d^2(X - X') = \frac{Es}{N_t} \sum_{j=1}^{N_r} \left| \sum_{i=1}^{N_t} \alpha_{ij}(x_i - x'_i) \right|^2 \tag{14}$$

는 평균과 분산이 다음과 같은 가우시안 랜덤 변수이다. 평균은

$$E[d^2] = \| (X - X') \|^2 \tag{15}$$

이고 분산은

$$Var[d^2] = 4\sigma^2 E[d^2] \tag{16}$$

그러므로

$$P(d^2 \langle 0 | \alpha_{ij}) = Q\left(\sqrt{ \frac{E_s \sum_{j=1}^{N_r} \sum_{i=1}^{N_t} d_i |v_{ij}|^2}{2N_0 N_t} } \right) \tag{17}$$

$$\begin{aligned} P(X \rightarrow X') &\le \exp\left(-\frac{E_s}{4N_0 N_t} \sum_{j=1}^{N_r} \sum_{i=1}^{N_t} d_i |v_{ij}|^2 \right) \\ &= \prod_{j=1}^{N_r} \exp\left(-\frac{E_s}{4N_0 N_t} \sum_{i=1}^{N_t} d_i |v_{ij}|^2 \right) \end{aligned} \tag{18}$$

여기서 v는 복소 채널 이득 벡터이다.

주기성 레일리 페이딩 채널에서 다음과 같은 PEP에서의 체르노프 바운드(Chernoff bound)를 얻을 수 있다.

$$P(X \rightarrow X') \le \left(\frac{1}{\prod_{i=1}^{N_t} (1 + \lambda_i E_s / 4N_0 N_t)} \right)^{N_r} \tag{19}$$

$\lambda_i = (x_1 - x_1')^2 + (x_2 - x_2')^2$는

$$A = (X - X')(X - X')^H$$

의 고유치이다. 위식에서 알 수 있듯이 PEP에서의 체르노프 바운드는 송수신 안테나 개수만큼의 곱에 비례함을 알 수 있다. 송수신 안테나를 각각 두 개를 사용한다면 이 값은 $N_t = 2$이고, $N_r = 2$이므로

$$P(X \rightarrow X') \le (1 + \lambda_i E_s / 8N_0)^{-4} \tag{20}$$

과 같이 계산되어진다.

예를 들어 x_0와 x_0가 보내졌을 때 그 수신신호가 $\widetilde{x_k}$과 $\widetilde{x_l}$이라면 송신된 신호와 수신된 신호를 이용해서 $\lambda_i = (x - \widetilde{x})(x - \widetilde{x})*$을 이용하여 값을 구할 수 있다. 여기서 λ_i의 값은 송신된 신호와 수신된 신호와의 거리임을 쉽게 알 수 있다. 고유치의 크기에 따라 표 1과 같이 정리할 수 있다.

표 1에서 λ_i가 2, 4, 6, 8 인 경우가 프레임 에러가 발생한 경우, 즉 X_i가 송신된 경우 $X_j\ \ i \neq j$가 수신된 경우이다. 따라서 PEP의 union 바운드를 (21)과 같

이 구할 수 있으며 그림1 과 같은 결과를 볼 수 있다.

$$P(X \to E) \le 4\left(1+\frac{E_b}{4N_0}\right)^{-4} + 6\left(1+\frac{E_b}{2N_0}\right)^{-4} + 4\left(1+\frac{3E_b}{4N_0}\right)^{-4} + \left(1+\frac{E_b}{N_0}\right)^{-4} \quad (21)$$

λ_i	$\widetilde{x_k x_l}$					
0	$\widetilde{x_0 x_0}$					
2	$\widetilde{x_0 x_{1'}}$	$\widetilde{x_2 x_{0'}}$	$\widetilde{x_0 x_{2'}}$	$\widetilde{x_1 x_0}$		
4	$\widetilde{x_0 x_{3'}}$	$\widetilde{x_1 x_{1'}}$	$\widetilde{x_1 x_{2'}}$	$\widetilde{x_2 x_{1'}}$	$\widetilde{x_2 x_{2'}}$	$\widetilde{x_3 x_0}$
6	$\widetilde{x_1 x_{3'}}$	$\widetilde{x_2 x_{3'}}$	$\widetilde{x_3 x_{1'}}$	$\widetilde{x_3 x_2}$		
8	$\widetilde{x_3 x_3}$					

표 1. 송신 신호에 따른 λ_i 값

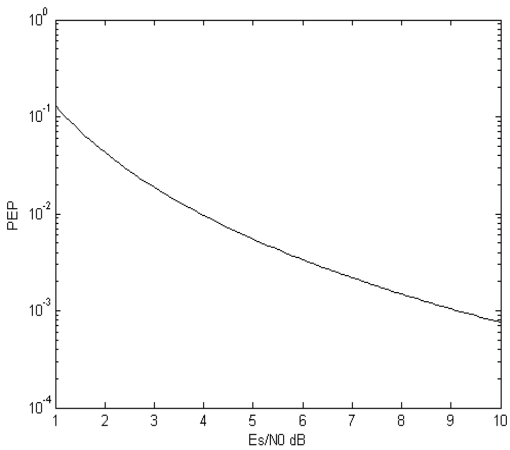

그림 1. 레일리 페이딩 채널에서의 PEP 성능

Ⅳ. 결론 및 향후 연구 방향

MIMO Channel에서 시공간 블록 코드를 사용한 시스템의 성능을 분석하여 보았다. 2개의 송신 안테나와 2개의 수신안테나를 사용한 결과 채널을 통해 전송된 신호는 채널의 잡음에 4배의 다이버시티를 가지게 되었다. 또한 정규화를 했을 경우에도 성능에 영향을 끼치지 않음을 확인할 수 있었다.

또한 주기성 레일리 페이딩 채널에서 PEP에서의 체르노프 바운드를 구해봄으로써 성능을 분석할 수 있었다.

앞으로 시공간 블록 코드를 사용함으로써 다중경로로 인한 신호의 상호간 간섭을 극복하는 방법을 연구할 수 있을 것이다.

참고문헌

[1] Vahid Tarokh, Nambi Seshadri, A. R. Calderbank " Space-Time Block Coding for Wireless Communications : Performance Results" IEEE Journal, Vol. 17. No.3 pp 451-460, March 1999

[2] A. Roger Hammons Jr., Hesham El Gamal "On the Theory of Space-Time Codes for PSK Modulation" IEEE Trans. Inform. Theory, Vol. 46, No.2, pp 524 - 542, March 2000

[3] Siavash N. Alamouti, Samir Kallel , "Adaptive trellis-coded multiple-phase-shift keying for Rayleigh fading channels" IEEE Trans. Commun. Vol. 42, No.6, 2305 - 2314, June 1994