

국소 최적 검정 통계량을 쓴 순차 검파 기법의 문턱값 분석

최 상 원*, 이 주 미*, 권 형 문*, 박 소 령**, 송 익 호*

*한국과학기술원 전자전산학과

e-mail: {swchoi, jmlee, kwon}@Sejong.kaist.ac.kr, i.song@ieee.org

**가톨릭대학교 정보통신전자공학부

e-mail: srpark@catholic.ac.kr

Threshold Analysis of a Sequential Detection Scheme with Locally Optimum Test Statistic

Sang Won Choi*, Jumi Lee*, Hyoungmoon Kwon*,

So Ryoung Park**, and Ickho Song*

*Department of Electrical Engineering and Computer Science

Korea Advanced Institute of Science and Technology (KAIST)

**School of Information, Communications, and Electronics Engineering

Catholic University of Korea

요약

이 논문에서는 새로운 약신호 검파 기법을 얻어, 그 기법과 국소 최적 검파 기법을 바탕으로 순차 검파 방식을 이끌어낸다. 먼저, 새로운 약신호 검파 기법을 제안하고, 흥미로운 문턱값 성질을 몇가지 밝힌다. 제안한 순차 검파 방식에서 쓰는 두 문턱값은 어떤 단계에 이르면 크기가 바뀌어, 결정을 무한히 미룰 때도 있는 순차 확률비 검파 방식이 지닌 문제점을 풀어준다.

I. 머리말

국소 최적 검파기는 통계학적 가설 검정에서 쓰는 일반화된 네이만 피어슨 정리를 바탕으로 얻는다 [1]. 국소 최적 검파기는 신호 대 잡음비가 0일 때, 검파력 함수 기울기를 가장 크게 하고 균일 최강 또는 최적 검파기보다 열개가 더 간단하다. 이와 같은 특성으로 말미암아 많은 사람들이 국소 최적 검파기를 여러 환경에서 연구하였다 [2]-[4].

좀더 구체적으로 살펴보면, [2]에서는 국소 최적 검파 기법에 알맞은 최적 문턱값 결정 방법을 제안하였고, [3]에서는 일반화된 관측 모형에서 국소 최적 검파기를 연구하였다. 한편, [4]에서는 복합신호-적산성 잡음모형에 알맞은 국소 최적 검파기를 제안하고, 점근 성능과 유한 표본 크기 성능을 갖대로 삼아 제안한 검파기를 다른 검파기와 견주었다.

이렇듯, 여러 환경에서 국소 최적 검파 기법을 많이 연구하였지만, 약신호에 알맞은 새로운 검파 기법 자체에 대한 연구는 거의 이루어지지 않았다. 이 논문에서는 새로운 약신호 검파 기법을 이끌어 낸 뒤, 국소 최적 검파 기법과 새로 얻은 약신호 검파 기법을 바탕으로 새로운 순차 검파 방식을 얻는다.

II. 관측 모형과 국소 최적 검파 기법

1. 순차 결정과 관측 모형

순차 결정 문제는 m 차원 실수 공간 \mathcal{Z}_m 을 각각 세 결정 $d_{i,m}$, $i=0,1,2$ 에 해당하는 세 결정 영역 $\mathcal{Z}_{i,m}$, $i=0,1,2$ 로 나누는 문제라 할 수 있다. 여기서, $d_{i,m}$, $i=0,1$ 은 단계 m 에서 가설 $H_{i,m}$, $i=0,1$ 을 받아들이는 결정이고, $d_{2,m}$ 은 단계 m 에서 결정을 미룬다는 것을 뜻한다.

단계 m 에서 순차 결정 문제의 귀무가설 $H_{0,m}$ 과 대립 가설 $H_{1,m}$ 을 이산 시간 관측 모형으로 나타내면 아래와 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} H_{0,m}: \mathbf{z}_m &= \mathbf{v}_m, \\ H_{1,m}: \mathbf{z}_m &= \theta_1 \mathbf{s}_m + \mathbf{v}_m, \quad \theta_1 > 0. \end{aligned} \quad (1)$$

관측 모형 (1)에서 $\mathbf{z}_m = [z_1, z_2, \dots, z_m]^T$ 은 관측 벡터이고, θ_1 은 신호 세기이며 $\mathbf{s}_m = [s_1, s_2, \dots, s_m]^T$ 은 신호 벡터인데 $|s_i|^2 = 1$, $i=1, 2, \dots, m$ 이다. 순 덧셈꼴 잡음 벡터 $\mathbf{v}_m = [v_1, v_2, \dots, v_m]^T$ 은 서로 독립이고 분포가 같은 확률 벡터로 그 결합 확률 밀도 함수는 $f_{\mathbf{v}_m}(\mathbf{v}_m) = \prod_{i=1}^m f_{v_i}(v_i)$ 이고, f_{v_i} 는 v_i 의 한계 확률 밀도 함수이고 짝함수라 둔다. 여기서, $\mathbf{v}_m = [v_1, v_2, \dots, v_m]^T$ 은 m 차원 실수 벡터이다. 이 논문에서는 다음과 같이 둔다. 피셔 정보 $I(f_{v_i})$ 는 [5] 유한하다: 곧,

$$I(f_v) = \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ -\frac{f_v'(x)}{f_v(x)} \right\}^2 f_v(x) dx < \infty \quad (2)$$

이다.

한편, 위 (1)에서 $\theta_1=0$ 일 때, 대립가설은 귀무가설과 같으므로 아래와 같이 쓸 수 있다는 것을 새겨둘 만하다.

$$f_{\underline{z}_m}(z_m|H_{1,m})|_{\theta_1=0} = f_{\underline{z}_m}(z_m|H_{0,m}). \quad (3)$$

식 (3)에서, $f_{\underline{z}_m}(z_m|H_{1,m})$ 과 $f_{\underline{z}_m}(z_m|H_{0,m})$ 은 각각 대립 가설과 (곧, 신호를 보냈을 때) 귀무가설에서 (곧, 신호를 보내지 않았을 때) 관측 벡터의 확률 밀도 함수를 뜻한다.

2. 국소 최적 검파

일반화된 네이만 피어슨 정리를 바탕으로 표본 크기가 m 일 때 국소 최적 검파기는 검정 함수가

$$\delta_{LO}(z_m) = \begin{cases} 1, & \Lambda_{LO}(z_m) \geq \tau_{LO,m}(a), \\ 0, & \Lambda_{LO}(z_m) < \tau_{LO,m}(a) \end{cases} \quad (4)$$

인데, 이 검정 함수 $\delta_{LO}(\cdot)$ 은 허용 오경보 확률

$$\alpha = \int_{z_m} \delta(z_m) f_{\underline{z}_m}(z_m|H_{0,m}) dz_m \quad (5)$$

를 만족시키는 모든 검정 함수 $\delta(\cdot)$ 가운데 $\theta_1=0$ 에서 검파력 함수의 (일반화된) 기울기

$$\int_{z_m} \delta(z_m) f_{\underline{z}_m}^{(\nu)}(z_m|H_{1,m}) \Big|_{\theta_1=0} dz_m \quad (6)$$

을 가장 크게 한다. 식 (4)에서

$$\begin{aligned} \Lambda_{LO}(z_m) &= \frac{f_{\underline{z}_m}^{(\nu)}(z_m|H_{1,m})|_{\theta_1=0}}{f_{\underline{z}_m}(z_m|H_{0,m})} \\ &= \sum_{i=1}^m s_i \cdot \left\{ -\frac{f_v'(z_i)}{f_v(z_i)} \right\} \\ &= \sum_{i=1}^m s_i \cdot g_{LO}(z_i) \end{aligned} \quad (7)$$

은 국소 최적 검정 통계량이라 부른다. 여기서, $f_{z_i}(z_i|H_{1,m})$ 과 $f_{z_i}(z_i|H_{0,m})$ 은 각각 대립가설과 귀무가설에서 z_i 의 조건부 확률 밀도 함수이고, 비선형 함수

$$g_{LO}(z_i) = -\frac{f_v'(z_i)}{f_v(z_i)} \quad (8)$$

은 국소 최적 비선형성이라 부른다. 아울러, (7)에서 ν 는 $f_{\underline{z}_m}(z_m|H_{1,m})$ 의 도함수가 $\theta_1=0$ 일 때 0이 아닌 함수가 되는 가장 낮은 차수이다. 곧,

$$\begin{aligned} f_{\underline{z}_m}^{(i)}(z_m|H_{1,m}) \Big|_{\theta_1=0} &= \frac{\partial^i f_{\underline{z}_m}(z_m|H_{1,m}) \Big|_{\theta_1=0}}{\partial \theta_1^i} \\ &= 0, \quad i = 1, 2, \dots, \nu-1 \end{aligned} \quad (9)$$

이고

$$f_{\underline{z}_m}^{(\nu)}(z_m|H_{1,m}) \Big|_{\theta_1=0} > 0 \quad (10)$$

이다. 일반적으로, 순 덧셈꼴 잡음 모형에서 이는 신호를 검파하는 문제에서는 $\nu=1$ 이고, 평균이 0인 확률 신호를 검파하는 문제에서는 $\nu=2$ 이다 [3]. 이 논문에서는 관측 모형 (1)에서 신호 벡터 \underline{s}_m 을 안다고 두었으므로, $\nu=1$ 이

다. 한편, (4)에서 문턱값 $\tau_{LO,m}(a)$ 는 오경보 확률이 허용 오경보 확률 α 와 같도록 정한다.

III. 새로운 약신호 검파

잘 알려진 바와 같이 이진 결정 문제에는 네 가지 확률이 있다. 구체적으로는, 잘못 확률인 오경보 확률 $P\{d_{1,m}|H_{0,m}\}$ 과 놓침 확률 $P\{d_{0,m}|H_{1,m}\}$ 이 있고, 옳게 판단할 확률인 검파 확률 $P\{d_{1,m}|H_{1,m}\}$ 과 손 쓰지 않을 확률 $P\{d_{0,m}|H_{0,m}\}$ 이 있다. 이 네 가지 확률은

$$P\{d_{1,m}|H_{0,m}\} + P\{d_{0,m}|H_{0,m}\} = 1 \text{ 과 } P\{d_{0,m}|H_{1,m}\} + P\{d_{1,m}|H_{1,m}\} = 1 \text{ 을 만족시킨다. 국소}$$

최적 검파는 오경보 확률 $P\{d_{1,m}|H_{0,m}\}$ 을 일정하게 두고 검파 확률 $P\{d_{1,m}|H_{1,m}\}$ 을 (더 정확하게는, $\theta_1=0$ 일 때 검파 확률의 기울기를) 가장 크게 하여 얻은 것이다.

한편, 놓침 확률 $\beta' = P\{d_{0,m}|H_{1,m}\}$ 과 손 쓰지 않을 확률 $P\{d_{0,m}|H_{0,m}\}$ 을 엮어서 검파 기준을 하나 생각해볼 수 있다. 확률 밀도 함수 $f_{\underline{z}_m}(z_m|H_{1,m})$ 을 $\theta_1=0$ 에서 테일러 급수로 나타내고 (3)을 써서 어림한 뒤, 이를 바탕으로 놓침 확률을 나타내면 아래와 같다.

$$\begin{aligned} \beta' &= \int_{z_{0,m}} f_{\underline{z}_m}(z_m|H_{1,m}) dz_m \\ &\approx \int_{z_{0,m}} \left\{ f_{\underline{z}_m}(z_m|H_{0,m}) + \frac{\theta_1^\nu}{\nu!} f_{\underline{z}_m}^{(\nu)}(z_m|H_{1,m}) \Big|_{\theta_1=0} \right\} dz_m \end{aligned} \quad (11)$$

이제, 놓침 확률 β' 이 허용 놓침 확률 β 보다 작거나 같을 때 손 쓰지 않을 확률 $P\{d_{0,m}|H_{0,m}\}$ 을 가장 크게 하는 검파 기법을 얻고자 라그랑주 곱수를 써서 문제를 풀어 식을 정리하면, 아래와 같은 검정함수 $\delta_{WD}(z_m)$ 을 얻을 수 있다.

$$\delta_{WD}(z_m) = \begin{cases} 1, & \Lambda_{LO}(z_m) \geq \tau_{WD,m}(\beta), \\ 0, & \Lambda_{LO}(z_m) < \tau_{WD,m}(\beta). \end{cases} \quad (12)$$

여기서, 문턱값 $\tau_{WD,m}(\beta)$ 는 놓침 확률 β' 이 허용 놓침 확률 β 와 같도록 정한다.

IV. 문턱값 분석

1. 문턱값

이제, 문턱값 $\tau_{LO,m}(a)$ 와 $\tau_{WD,m}(\beta)$ 가 관측 크기 m 과 어떻게 이어져 있는지 살펴보고자 한다. 먼저, (7)에서 확률 변수 $\{g_{LO}(z_i)\}_{i=1}^m$ 은 서로 독립이고 분포가 같으므로, m 이 충분히 클 때, $\Lambda_{LO}(z_m)$ 의 평균을 μ_A , 분산을 σ_A^2 이라 하면 중심 극한 정리에서 [6] $\{\Lambda_{LO}(z_m) - \mu_A\} / \sigma_A$ 의 분포는 점근적으로 표준 정규 분포임을 알 수 있다. 이때, 평균 μ_A 와 분산 σ_A^2 은 가설마다 다르다. 구체적으로는, 귀무가설에서는 평균이

$$\mu_{0,m} = 0 \quad (13)$$

이고, 분산은

$$\sigma_{0,m}^2 = mI(f_v) \quad (14)$$

이다. 한편, 대립가설에서는 평균이

$$\begin{aligned} \mu_{1,m} &= \sum_{i=1}^m s_i E\{g_{LO}(\mathbf{z}_i)|H_{1,m}\} \\ &= m\mu_1 \\ &> \mu_{0,m} \end{aligned} \quad (15)$$

이고, 분산은

$$\begin{aligned} \sigma_{1,m}^2 &= \text{Var}\{A_{LO}(\mathbf{z}_m)|H_{1,m}\} \\ &= \sum_{i=1}^m J(f_{\mathbf{v}}) \end{aligned} \quad (16)$$

이다. 식 (15)에서 μ_1 은 $E\{g_{LO}(\mathbf{z}_i)|H_{1,m}\}$ 의 절대값이고, (16)에서 $J(f_{\mathbf{v}})$ 는 $\text{Var}\{g_{LO}(\mathbf{z}_i)|H_{1,m}\}$ 이다. 아울러, $\theta_1 \rightarrow 0$ 이면 $\mu_{1,m} \rightarrow \mu_{0,m}$ 이고 $J(f_{\mathbf{v}}) = \text{Var}\{g_{LO}(\mathbf{z}_i)|H_{1,m}\} \rightarrow I(f_{\mathbf{v}})$ 임을 (3)을 바탕으로 알 수 있다.

이제, (13)과 (14)를 써서 허용 오경보 확률을 나타내면

$$\begin{aligned} \alpha &= P\left\{\sum_{i=1}^m s_i \cdot g_{LO}(\mathbf{z}_i) \geq \tau_{LO,m}(\alpha) | H_{0,m}\right\} \\ &\approx Q\left(\frac{\tau_{LO,m}(\alpha)}{\sigma_{0,m}}\right) \end{aligned} \quad (17)$$

이고, 이 식에서

$$\begin{aligned} \tau_{LO,m}(\alpha) &\approx \sigma_{0,m} Q^{-1}(\alpha) \\ &= \sqrt{mI(f_{\mathbf{v}})} Q^{-1}(\alpha) \end{aligned} \quad (18)$$

을 얻는다. 여기서,

$$Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{\infty} \exp\left\{-\frac{t^2}{2}\right\} dt \quad (19)$$

는 표준 정규 분포 누적 분포 함수이고, $Q^{-1}(x)$ 는 $Q(x)$ 의 역함수이다.

비슷한 방법으로 중심 극한 정리를 써서 허용 농침 확률을 정리하여 쓰면

$$\begin{aligned} \beta &= P\left\{\sum_{i=1}^m s_i \cdot g_{LO}(\mathbf{z}_i) < \tau_{WD,m}(\beta) | H_{1,m}\right\} \\ &= 1 - P\left\{\sum_{i=1}^m s_i \cdot g_{LO}(\mathbf{z}_i) \geq \tau_{WD,m}(\beta) | H_{1,m}\right\} \\ &\approx 1 - Q\left(\frac{\tau_{WD,m}(\beta) - \mu_{1,m}}{\sigma_{1,m}}\right) \end{aligned} \quad (20)$$

과 같고, 이 식에서

$$\begin{aligned} \tau_{WD,m}(\beta) &\approx \mu_{1,m} + \sigma_{1,m} Q^{-1}(1-\beta) \\ &= m\mu_1 + \sqrt{mJ(f_{\mathbf{v}})} Q^{-1}(1-\beta) \end{aligned} \quad (21)$$

을 얻는다.

2. 문턱값 분석

이제, 중심 극한 정리를 써서 나타낸 두 문턱값 (18)과 (21)이 관측 크기 m 이 늘어나면 어떻게 바뀌는지 살펴보자. 먼저, (18)을 써서 아래와 같은 식을 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \tau_{LO,m+1}(\alpha) - \tau_{LO,m}(\alpha) \\ \approx (\sqrt{m+1} - \sqrt{m}) \cdot \sqrt{I(f_{\mathbf{v}})} Q^{-1}(\alpha). \end{aligned} \quad (22)$$

보통, 허용 오경보 확률 α 가 0에 가깝다고 두는 것이 타당하므로, 그렇게 두고 (22)를 살펴보고 하자. 먼저, α 가 0에 가까울 때 $0 < Q^{-1}(\alpha) < \infty$ 이고, (22)에서 $\sqrt{m+1} - \sqrt{m}$ 은 m 이 커질수록 작아진다. 따라서, 관측 크기가 커지면 문턱값은 커지고 그 증가율은 작아짐을 알

수 있다.

같은 방법으로 (15)와 (21)에서

$$\begin{aligned} \tau_{WD,m+1}(\beta) - \tau_{WD,m}(\beta) \\ \approx \mu_1 + (\sqrt{m+1} - \sqrt{m}) \cdot \sqrt{J(f_{\mathbf{v}})} Q^{-1}(1-\beta) \end{aligned} \quad (23)$$

을 얻는다. 한편, 허용 농침 확률 β 가 0에 가까울 때 $-\infty < Q^{-1}(1-\beta) < 0$ 이다. 따라서, 관측크기가

$$\begin{aligned} m^* &= \frac{1}{4} \left\{ \frac{\mu_1}{\sqrt{J(f_{\mathbf{v}})} Q^{-1}(1-\beta)} \right. \\ &\quad \left. - \frac{\sqrt{J(f_{\mathbf{v}})} Q^{-1}(1-\beta)}{\mu_1} \right\}^2 \end{aligned} \quad (24)$$

보다 작을 때에는 관측 크기가 커질수록 문턱값이 작아지고, 관측 크기가 m^* 보다 클 때에는 관측 크기가 늘어날수록 문턱값이 커지고 그 증가율도 커진다.

이제, 국소 최적 검파에 쓰이는 문턱값 $\tau_{LO,m}(\alpha)$ 와 새로운 약신호 검파에 쓰이는 문턱값 $\tau_{WD,m}(\beta)$ 를 비정규 잡음에서 살펴보자. 여기서, 신호 벡터는 $\underline{s}_m = [1, 1, \dots, 1]^T$ 이고, $\alpha = \beta = 10^{-3}$ 이라 두었다. 그림 1은 퍼짐 매개변수 α 가 1인 코쉬 확률 밀도 함수

$$f_C(x) = \frac{a/\pi}{x^2 + a^2} \quad (25)$$

로 나타낼 수 있는 잡음에서 관측 크기 m 의 함수로 두 문턱값 $\tau_{LO,m}(\alpha)$ 와 $\tau_{WD,m}(\beta)$ 를 나타낸 것이다. 그림 1은 점 하나를 얻을 때마다 모의실험을 백만 번 거듭하여 얻었다. 그림 1에서 $\tau_{LO,m}(\alpha)$ 와 $\tau_{WD,m}(\beta)$ 가 코쉬 잡음에서도 정규 잡음에서와 비슷하게 바뀔 수 있다.

V. 제한한 순차 검파

순차 검파 방식이 뜻 있으려면, 허용 오경보 확률이 α 이고 허용 농침 확률이 β 일 때 어떤 단계 m 에서도 오경보 확률 $\alpha' = P\{d_{1,m}|H_{0,m}\}$ 과 농침 확률 $\beta' = P\{d_{0,m}|H_{1,m}\}$ 이

$$\begin{aligned} \alpha' &\leq \alpha, \\ \beta' &\leq \beta \end{aligned} \quad (26)$$

을 만족시키면서 되도록 적은 관측으로 신호를 검파해야 한다. 이때, 관측 수를 되도록 적게 하려면 결정을 미루는 확률 $P\{d_{2,m}|H_{j,m}\}$, $j=0,1$ 을 낮게 해야 한다. 그런데, 여섯 확률 $P\{d_{i,m}|H_{j,m}\}$, $i=0,1,2, j=0,1$ 은 어느 단계에서나

$$\sum_{i=0}^2 P\{d_{i,m}|H_{j,m}\} = 1, \quad j=0,1 \quad (27)$$

을 만족시키므로 순차 검파 문제는 (26)을 만족시키면서 $P\{d_{i,m}|H_{j,m}\}$, $i=0,1$ 을 가장 높이는 문제로 생각할 수 있다. 이를 바탕으로, 앞에서 보인 국소 최적 검정 통계량을 써서 순차 검파 방식을 이끌어내 보자.

순차 검파 문제에서는 허용 오경보 확률 α 를 만족시키는 문턱값 $\tau_{LO,m}(\alpha)$ 와 허용 농침 확률 β 를 만족시키는 문턱값 $\tau_{WD,m}(\beta)$ 의 상대적인 크기에 따라 순차 검파 문제를 나누어 생각해볼 수 있다. 순차 검파에서는 일반적으로 단계 m 에서는 관측 m 개를 바탕으로 신호를 검파한다. 이와

같은 사실을 새겨두고, 단계 1에서 두 문턱값 크기를 견주어보자. 먼저, 오경보 확률 α' 을

$$\alpha' = \int_{\tau_{LO,1}(\alpha')}^{\infty} f_{A_1}(\lambda|H_{0,1})d\lambda \quad (28)$$

로 쓸 수 있고, 신호 세기 θ_1 이 0에 가까울 때 (3)을 바탕으로 놓침 확률 β' 을

$$\begin{aligned} \beta' &= \int_{-\infty}^{\tau_{WD,1}(\beta')} f_{A_1}(\lambda|H_{1,1})d\lambda \\ &\approx \int_{-\infty}^{\tau_{WD,1}(\beta')} f_{A_1}(\lambda|H_{0,1})d\lambda \end{aligned} \quad (29)$$

라 쓸 수 있다. 이제, 신호 세기 θ_1 이 0에 가까울 때, 허용 오경보 확률 α 와 허용 놓침 확률 β 가 충분히 작을 때, (28)과 (29)를 써서 (26)을 살펴보면 $0 < \tau_{LO,1}(\alpha) < \infty$ 이고 $-\infty < \tau_{WD,1}(\beta) < 0$ 임을 알 수 있다. 따라서, 관측 크기 $m=1$ 일 때에 두 문턱값은 아래와 같은 관계를 만족시킴을 알 수 있다.

$$\tau_{LO,1}(\alpha) > \tau_{WD,1}(\beta). \quad (30)$$

한편, (22)와 (23)에서 보았듯이 m 이 커질수록 문턱값 $\tau_{LO,m}(\alpha)$ 은 커지지만 증가율은 낮아지고, 문턱값 $\tau_{WD,m}(\beta)$ 는 ($m > m^*$ 이면) 커지고 그 증가율도 높아진다. 이제, $m \rightarrow \infty$ 일 때 두 문턱값의 비를 얻어보면 아래와 같다.

$$\begin{aligned} &\lim_{m \rightarrow \infty} \frac{\tau_{WD,m}(\beta)}{\tau_{LO,m}(\alpha)} \\ &= \lim_{m \rightarrow \infty} \frac{m\mu_{1,m} + \sqrt{mI(f_v)}Q^{-1}(1-\beta)}{\sqrt{mI(f_v)}Q^{-1}(\alpha)} \end{aligned} \quad (31)$$

> 1 .

따라서, (30)와 (31)에서

$$\tau_{LO,m}(\alpha) \leq \tau_{WD,m}(\beta) \quad (32)$$

를 만족시키는 m 이 적어도 하나 있음을 알 수 있다.

위에서 밝힌 두 문턱값의 경향을 바탕으로, 새로 얻은 약신호 검파에서 쓰는 문턱값이 국소 최적 검파 기법에서 쓰는 문턱값보다 처음으로 크거나 같게 되는 때를

$$\delta_p = \arg \min_m \{ \tau_{LO,m}(\alpha) \leq \tau_{WD,m}(\beta) \} \quad (33)$$

이라 하고, 단계 δ_p 에서 쓰는 문턱값을 $\tau_t^*(\alpha, \beta)$ 라 하면, (33)을 써서 제안한 검파 방식의 결정 규칙을 아래와 같이 쓸 수 있다.

(1) $1 \leq m \leq \delta_p - 1$ 일 때에는,

$\Lambda_{LO}(\underline{z}_m) < \tau_{WD,m}(\beta)$ 이면, $H_{0,m}$ 을 받아들임;

$\Lambda_{LO}(\underline{z}_m) \geq \tau_{LO,m}(\alpha)$ 이면, $H_{1,m}$ 을 받아들임;

$\tau_{WD,m}(\beta) \leq \Lambda_{LO}(\underline{z}_m) < \tau_{LO,m}(\alpha)$ 이면, 관측을 하나 더 받아보고 결정 내림;

(2) $m = \delta_p$ 일 때에는,

$\Lambda_{LO}(\underline{z}_m) < \tau_t^*(\alpha, \beta)$ 이면, $H_{0,m}$ 을 받아들임;

$\Lambda_{LO}(\underline{z}_m) \geq \tau_t^*(\alpha, \beta)$ 이면, $H_{1,m}$ 을 받아들임.

제안한 순차 검파 방식에서는 (32)를 만족시키는 단계 m 이 적어도 하나 있음을 보았다. 곧, 제안한 검파 방식을 쓰면 결정을 무한히 미룰 확률이 0이므로 결정을 무한히 미

룰 때도 있는 순차 확률비 검파 방식이 지닌 문제점을 풀 수 있다.

VI. 맺음말

이 논문에서는 이산 시간 관측 모형에서 새로운 약신호 검파 기법을 제안하였다. 또한, 새로 얻은 약신호 검파 기법을 국소 최적 검파 기법과 결합하여 순차 검파 방식을 얻었다. 제안한 순차 검파 방식에서 쓰는 두 문턱값은 어떤 단계에 이르러 크기가 바뀌어, 결정을 무한히 미룰 때도 있는 순차 확률비 검파 방식이 지닌 문제점을 풀어준다.

밝힘

이 논문은 과학기술부에서 지원하고 한국과학재단이 주관하는 국가지정연구실 사업의 지원을 받아 연구한 것입니다.

참고 문헌

- [1] S. A. Kassam, *Signal Detection in Non-Gaussian Noise*, New York: Springer-Verlag, 1988.
- [2] 이재환, 신승호, 진용욱, "LOD 방법을 이용한 미소신호 검출의 최적임계치 결정," 한국통신학회 논문지, 10권, 123-129쪽, 1985년 6월.
- [3] I. Song and S. A. Kassam, "Locally optimum detection of signals in a generalized observation model: The random signal case," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 36, pp. 516-530, May 1990.
- [4] 염태상, 김상엽, 김형명, 송익호, 김선용, 유흥균, "복합신호-적산성 잡음모형에서 약한 신호검파," 한국통신학회 논문지, 16권, 1125-1131쪽, 1991년 11월.
- [5] T. M. Cover and J. A. Thomas, *Elements of Information Theory*, New York: Wiley, 1991.
- [6] 박철훈, 송익호, 남동경, 확률과정, 서울: 생능출판사, 2004년.

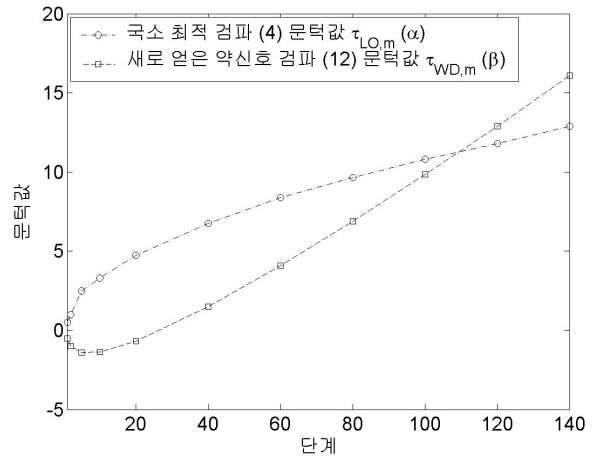


그림 1. 코쉬 잡음에서 $\alpha = \beta = 10^{-3}$ 일 때 관측 크기와 두 문턱값 $\tau_{LO,m}(\alpha)$ 와 $\tau_{WD,m}(\beta)$.