

페이딩 환경에서 비동기 블록 수신 CPFSK에 적용되는 TCM의 성능 분석

*김창중, 이호경
홍익대학교 전파통신공학과
e-mail : njturtle@hanmail.net

Performance Analysis of TCM applied to CPFSK with Noncoherent Block Detection on the Fading Environment

*Chang-Joong Kim, Ho-Kyoung Lee
Department of Radio Communication Science and Engineering, Hongik
University

Abstract

우리는 페이딩 환경에서 비동기 블록 수신 CPFSK에 적용되는 TCM의 성능을 분석하였다. 여기서 비동기 블록 수신기는 N 개의 심볼을 하나의 블록으로 취급하여 비동기 복조를 수행한다. 일반적으로 이러한 블록 수신 방식은 관찰 블록의 길이가 길어질수록 더 좋은 성능을 나타낸다. 그러나 페이딩의 응집 시간이 수신기의 관찰 블록 길이 보다 작아지면, 블록 수신기의 오류 성능은 매우 나빠지게 된다. 본 논문에서는 페이딩의 응집 시간이 수신기의 관찰 블록 시간 NT (여기서, T 는 심볼 시간)보다 큰 환경을 저속 페이딩 환경이라고 하고, 그렇지 않은 환경을 고속 페이딩 환경이라고 정의하여, 각각의 환경에서 시스템의 성능을 분석하였다. 그 결과 고속 페이딩 환경에서 비동기 블록 수신기의 사용은 오류 층(error floor) 현상을 초래한다는 사실을 알 수 있었다. 따라서 고속 페이딩 환경에서는 수신기의 관찰 블록 길이를 짧게 하는 것이 더 좋다.

킨다. 따라서 페이딩 채널에서는 정밀한 복조를 위해서 수신기가 명확한 채널 상태 정보(Channel State Information; CSI)를 사용하여야 한다. 그러나 CSI의 추정을 위해서는 매우 복잡한 신호 처리 과정이 필요하다. 그러므로 이러한 경우에는 CSI가 필요 없는 비동기식 복조의 사용이 바람직하다. 일반적으로 비동기식 복조 기술은 동기식 복조 기술에 비해 전력 효율이 낮는데, 이러한 성능의 격차를 줄이기 위한 방법으로는 N 개의 심볼을 하나의 블록으로 취급하여 복조를 수행하는 블록 단위의 최대 개연성 검출 방식이 있다 [1, 2]. 참고문헌 [2]에서는 CPFSK를 위한 비동기식 블록 수신 방식을 설계하고 그 성능을 분석하였다. 본 논문에서는 이 수신기를 페이딩 채널에 적합하게 수정하고 TCM에 적용하여 그 성능을 분석하였다.

특히 페이딩의 응집 시간이 수신기의 관찰 블록 크기보다 큰 경우를 저속 페이딩, 그렇지 않은 경우를 고속 페이딩으로 분류하여 각각의 환경에서 시스템의 성능을 분석하였으며, 고속 페이딩 환경에서 비동기 블록 수신기의 사용은 오류 층 현상을 초래한다는 사실을 알 수 있었다. 따라서 고속 페이딩 환경에서는 수신기의 관찰 블록 길이를 짧게 하는 것이 더 좋다.

I. 서론

무선 전송 시스템에는 일반적으로 페이딩이 존재한다. 페이딩 현상은 수신 신호의 전력과 위상을 변화시

II. CPFSK의 신호 모형

심볼 에너지를 E 라고 하면, CPFSK 신호의 복소 기저 대역 표현은 다음과 같고,

$$s(t) = \sqrt{E/T} e^{j\phi(t, \alpha)} \quad (1)$$

n 번째 신호 구간 $nT \leq t \leq (n+1)T$ 동안,

$$\phi(t, \alpha) = 2\pi h \alpha_n q(t - nT) + \pi h \sum_{i=-\infty}^{n-1} \alpha_i \quad (2)$$

이다. 여기서 α_n 은 n 번째 송신 자료 심볼로써, M 진 신호 집합 $\{\Delta_i = -M + (2i - 1); i = 1, 2, \dots, M\}$ 의 원소이며, 변조 지수 $h = 1/M$ 이다. 또한 위상 응답 함수 $q(t) = t/2T$ 이다.

페이딩 채널에서 $s(t)$ 를 송신했을 때, 수신 신호 $r(t)$ 는 아래와 같다.

$$r(t) = \rho(t)s(t) + n(t) \quad (3)$$

여기서 $n(t)$ 는 평균이 0이고 양면 전력 스펙트럼 밀도가 $2N_0W/\text{Hz}$ 인 복소 가우시안 잡음 과정이고, $\rho(t)$ 는 복소 가우시안 분포를 가지는 페이딩 과정으로써, 페이딩의 크기 $a(t)$ 와 위상 $\theta(t)$ 를 이용하여

$$\rho(t) = a(t)e^{j\theta(t)} \quad (4)$$

로 표현될 수 있다. 이 때, $a(t)$ 는 평균이 $\sqrt{K/(1+K)}$ 이고, 분산이 $1/(1+K)$ 인 라이시안 분포를 가진다.

III. CPFSK의 비동기식 블록 수신기

$(n - N + 1)T \leq t \leq (n + 1)T$ 동안 페이딩의 상태가 일정하여 $\theta(t) = \theta$, $a(t) = a$ 라고 가정하면, 조건부 확률 밀도 함수는 아래와 같다.

$$p(r(t)|s(t), a, \theta) = F \exp \left\{ -\frac{1}{N_0} \int_{(n-N+1)T}^{(n+1)T} |r(t) - as(t)e^{j\theta}|^2 dt \right\} \quad (5)$$

이를 θ 에 대해 적분하면,

$$p(r(t)|s(t), a) = F \exp \left(-\frac{a^2 NE}{N_0} \right) I_0 \left(\frac{a}{N_0} |D| \right) \quad (6)$$

가 된다. 여기서 D 는 수신 신호와 후보 신호 사이의 교차 상관으로 아래와 같이 정의된다.

$$D = \int_{(n-N+1)T}^{(n+1)T} r(t)s^*(t) dt \quad (7)$$

따라서 식 (6)에 로그를 취하고 필요 없는 항을 제거

한 후에 약간의 근사식을 사용하여 로그 최대 개연성 메트릭을 유도하면, 다음과 같은 결과를 얻게 된다.

$$A = a |D| \quad (8)$$

여기서 a 가 일정한 값이라면, 식 (8)의 수신기는 참고 문헌 [Div]에서 제안한 수신기와 같은 포락선 검출 수신기가 된다. 그러나 페이딩 채널에서 a 는 일정한 값을 가지지 않기 때문에 a 에 대한 추정이 필요하며, 이는 매우 복잡한 신호 처리 과정을 수반한다. 따라서 a 를 사용하지 않는 메트릭을 유도할 필요가 있다. 이는 다음과 같이 식 (6)의 a 에 대한 평균을 구하여 얻어진다.

$$p(r(t)|s(t)) = F \int_0^\infty \exp \left(-\frac{a^2 NE}{N_0} \right) I_0 \left(\frac{a}{N_0} |D| \right) p_a(a) da \quad (9)$$

일반적으로 식 (9)의 풀이는 매우 복잡하며, 레일리 페이딩의 경우에만 정확한 풀이가 가능한 것으로 알려져 있다[3]. 레일리 페이딩의 경우 식 (9)로부터 로그 최대 개연성 메트릭을 유도하면, 식 (10)과 같이 일종의 제곱 포락선 검출기 형태의 메트릭을 얻게 된다.

$$A = |D|^2 \quad (10)$$

이는 $|D|$ 가 평균이 aNE 인 가우시안 확률 변수가 되기 때문이다. 즉, $|D|/NE$ 가 a 의 추정치가 되는 것이다. 한편 식 (8)의 수신기와 식 (10)의 수신기는 AWGN 환경에서 부호화 되지 않은 전송 시스템에 대해서는 같은 성능을 보이며, 그 이외의 상황에서는 식 (8)의 수신기가 식 (10)의 수신기 보다 더 나은 성능을 나타낸다[3]. 즉 식 (10)의 수신기는 식 (8)의 수신기의 부최적 형태이다. 또한 식 (10)의 수신기는 식 (8)의 수신기에 비해 그 형태가 매우 단순하며, 실용적이다. 따라서 본 논문에서는 앞으로 식 (10)의 수신기를 사용하여 시스템을 구성하고 성능을 분석할 것이다.

III. 비동기 블록 수신 CPFSK에 적용되는 TCM의 성능 분석

본 장에서는 수신기의 관찰 블록 시간 동안 페이딩의 상태가 일정하게 유지되는 환경을 저속 페이딩 환경이라고 하고, 그렇지 않은 환경을 고속 페이딩 환경이라고 명한 후에 각각의 환경에서 비동기 블록 수신 CPFSK에 적용되는 TCM의 성능을 분석하였다.

3.1 인터리브 된 저속 페이딩 환경에서

저속 페이딩 환경에서 블록 내 심볼의 순서는 그대로 유지하고, 블록 간의 순서만 뒤바꾸는 인터리버(블록 단위 인터리버라고 부르기로 한다.)를 사용하여 블록 간 페이딩 상태의 상관성을 완전히 제거하였다고 가정하면 다음과 같은 분석이 가능해진다.

송신된 N 개의 채널 심볼 블록과 이에 대응되는 수신 심볼 블록을 각각

$$\alpha_m = (\alpha_{(m-1)N+1}, \alpha_{(m-1)N+2}, \dots, \alpha_{mN-1}, \alpha_{mN})$$

$$\hat{\alpha}_m = (\hat{\alpha}_{(m-1)N+1}, \hat{\alpha}_{(m-1)N+2}, \dots, \hat{\alpha}_{mN-1}, \hat{\alpha}_{mN})$$

이라고 하고, 이 블록들의 시퀀스를 각각 $\underline{\alpha}$, $\underline{\hat{\alpha}}$ 라고 하자. 그러면 $\underline{\alpha}$ 가 전송되었을 때, $\underline{\hat{\alpha}}$ 으로 잘못 판별할 신호 쌍 오류 확률(Pairwise Error Probability, PEP)는 다음과 같다.

$$P(\underline{\alpha} \rightarrow \underline{\hat{\alpha}}) = \Pr\left(\sum_m |\hat{D}_m|^2 > \sum_m |D_m|^2 \mid \underline{\alpha}\right) = \Pr(\Delta < 0) \quad (11)$$

식 (11)은 모멘트 생성 함수(Moment Generating Function, MGF)기법을 사용하여 다음과 같이 구해진다[4].

$$P(\underline{\alpha} \rightarrow \underline{\hat{\alpha}}) = \frac{1}{2\pi j} \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} \frac{1}{s} \Phi_{\Delta}(s) ds \quad (12)$$

한편, 식 (11)에서 $|\hat{D}_m|^2$ 는 수신 신호 $r(t)$ 와 $\hat{\alpha}_m$ 에 대응하는 후보 신호 $\hat{s}(t) = \sqrt{E/T} e^{j\phi(t, \hat{\alpha}_m)}$ 사이의 교차 상관이다. 또한 $\Delta = \sum_m |\hat{D}_m|^2 - \sum_m |D_m|^2$ 이다. 따라서 $|\hat{D}_m|^2$ 와 $|D_m|^2$ 는 각각 복소 가우시안 확률 변수이며, Δ 는 복소 가우시안 확률 변수의 Hermitian 2차식 형태가 된다. 그러므로 Δ 의 MGF $\Phi_{\Delta\text{slow}}(s)$ 는 다음과 같다[5 appendix B].

$$\Phi_{\Delta\text{slow}}(s) = \prod_{m \in \eta} \left[\frac{\exp\left(\frac{-Ks\gamma' d_{1,m}^2 (1-sN)}{1 + (s\gamma' - s^2(1+N\gamma')) d_{1,m}^2}\right)}{1 + (s\gamma' - s^2(1+N\gamma')) d_{1,m}^2} \right]$$

$$= \prod_{m \in \eta} \left[\frac{\exp\left(-K \frac{B(s, \gamma', d_{1,m}^2)}{A(s, \gamma', d_{1,m}^2)}\right)}{A(s, \gamma', d_{1,m}^2)} \right] \quad (13)$$

여기서 η 는 $\alpha_m = \hat{\alpha}_m$ 인 모든 m 의 집합이며, $\gamma' = E/(N_0(1+K))$ 로써 채널의 상태에 관계된 값이고, $d_{1,m}^2 = N^2 - |\delta_m|^2$ 으로써 신호 전송 방법에 관계된 값이다. 또한 δ_m 은 다음과 같이 정의 된다.

$$\delta_m = \frac{1}{E} \int_{(m-1)NT}^{(mN+1)T} s(t) \hat{s}^*(t) dt \quad (14)$$

식 (11-14)를 사용하여 얻어진 PEP에 변환 함수 기법을 적용하면, TCM 시스템의 비트 오류(Bit Error Rate, BER)를 구할 수 있게 된다.

그림 1은 인터리브 된 저속 레일리 페이딩 환경에서 N 이 2이고, M 이 4인 CPFSK 변복조 기법에 $h = [4 \ 12 \ 2 \ 21]$ 인 조직적 귀환 길쌈 부호기를 적용한 TCM 시스템의 이론적인 BER과 모의실험 결과를 비교한 것이다.

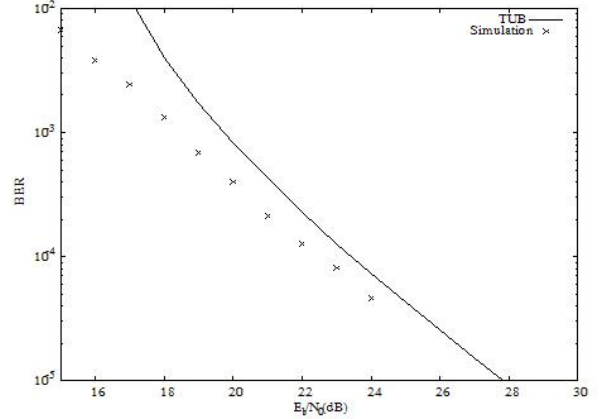


그림 1. $N=2$, $M=4$ 인 CPFSK 변복조 기법에 $h = [4 \ 12 \ 2 \ 21]$ 인 조직적 길쌈 부호기를 적용한 TCM 시스템의 이론적 BER과 모의 실험 결과 비교 (인터리브 된 저속 레일리 페이딩 채널)

그림 1은 식 (11-14)를 이용하여 얻어진 이론적인 BER 값이 모의실험 결과의 상계(upper bound)가 되며, 모의실험 결과와 이론적 분석의 결과는 E_b/N_0 가 높아질수록 더욱 가까워진다는 사실을 보여준다. 또한 그림 1은 인터리브 된 저속 페이딩 환경에서 비동기식 블록 CPFSK 수신 방식이 오류 증 현상을 나타내지 않는다는 사실을 입증해 준다.

3.2 인터리브 된 고속 페이딩 환경에서

여기서는 페이딩의 상태가 블록 내에서는 일정하지 않더라도 심볼 내에서는 일정하게 유지되는 고속 페이딩 환경을 고려한다. 이러한 고속 페이딩 환경에서 심볼 간의 순서를 바꾸는 인터리버(심볼 단위 인터리버라고 부르기로 한다.)를 사용하여 심볼 간 페이딩 상태의 상관성을 완전히 제거하였다고 가정하면 Δ 의 MGF $\Phi_{\Delta\text{fast}}(s)$ 는 다음과 같이 된다[5 appendix B, 6].

$$\Phi_{\Delta fast}(s) = \prod_{m \in \eta} \left[\frac{\exp\left(-Ks \frac{B(s, \gamma', d_{1,m}^2) - s^2 \gamma'^2 N d_{2,m}^2}{A(s, \gamma'/N, d_{1,m}^2) - C(s, \gamma', d_{2,m}^2)}\right)}{A(s, \gamma'/N, d_{1,m}^2) - C(s, \gamma', d_{2,m}^2)} \right] \quad (15)$$

여기서 $C(s, \gamma', d_{2,m}^2) = s\gamma'(1 + sN(1 + \gamma'))d_{2,m}^2/N$ 이며, $d_{2,m}^2 = N\xi_m - |\delta_m|^2$ 이다. 또한 ξ_m 은 다음과 같이 정의된다.

$$\xi_m = \frac{1}{E} \sum_{n=(m-1)N+1}^{mN+1} \left| \int_{(n-1)T}^{nT} s(t) \hat{s}^*(t) dt \right|^2 \quad (16)$$

레이리 페이딩의 경우 식 (15)는 다음과 같은 부등식을 만족한다.

$$\Phi_{\Delta fast}(s) = \prod_{m \in \eta} \left[\frac{1}{A(s, \gamma'/N, d_{1,m}^2) - C(s, \gamma', d_{2,m}^2)} \right] > \prod_{m \in \eta} \left[\frac{1}{A(s, \gamma'/N, d_{1,m}^2)} \right] \quad (17)$$

식 (17)은 고속 레이리 페이딩 환경에서의 성능이 저속 레이리 페이딩 환경에서 SNR을 N 분의 1로 감소시켜 얻은 성능 보다 더 열악하다는 것을 보여준다. 또한 C 함수로 인하여 고속 페이딩 환경에서는 오류 증현상이 발생하게 된다.

IV. 결론 및 향후 연구 방향

III 장에서 분석한 결과에 의하면, 비동기식 블록 CPFSK 수신 방식은 페이딩의 시간적 변화에 매우 민감하기 때문에 고속 페이딩 환경에서 사용하기에는 적합하지 않다. 따라서 고속 페이딩 환경에서는 관찰 블록의 길이를 페이딩의 응집 시간 보다 작게 해야 한다. 이러한 어려움을 피하기 위한 방법으로는 인터리빙 단위와 관찰 블록 길이를 줄여서 시간적인 다이버시티 이득을 얻는 방법을 생각할 수 있다. 즉 고속 페이딩 채널에서는 비동기식 심볼 단위 CPFSK 수신기와 심볼 단위 인터리버를 사용하여 시스템을 구성하는 것이 좋다. 또한 저속 페이딩 채널이라고 할지라도 페이딩의 정도가 심하면, 즉 K 값이 작으면, 심볼 단위 인터리버와 비동기식 심볼 단위 CPFSK 수신기로 구성된 시스템의 성능이 더 우수할 것으로 생각되는데, 그 이유는 심볼 단위 인터리빙에 의해서 보다 큰 시간 다이버시티 이득을 얻을 수 있기 때문이다.

참고문헌

- [1] D. Divsalar and M. K. Simon, "Multiple-symbol differential detection of MPSK," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 38, pp. 300-308, Mar. 1990.
- [2] M. K. Simon and D. Divsalar, "Maximum-likelihood block detection of noncoherent continuous phase modulation," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 41, pp. 90-98, Jan. 1993.
- [3] M. K. Simon and M.-S. Alouini, "A unified approach to the probability of error for noncoherent and differentially coherent modulations over generalized fading channels," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 46, no. 12, December 1998, pp. 1625-1638.
- [4] J. Proakis, *Digital Communications*. New York: McGraw-Hill, 1989.
- [5] M. Schwartz *et al.*, *Communications Systems and Techniques*. New York: McGraw-Hill, 1966.
- [6] J. Ventura-Traveset, G. Caire, E. Biglieri and G. Taricco, "Impact of diversity reception on fading channels with coded modulation-part II: differential block detection", *IEEE Trans. Commun.*, vol. 45, no. 6, June 1997, pp.676-686.