

소성 변형을 고려한
전단 지배 부재의 스트럿-타이 모델
The Strut-and-Tie Models for Shear Dominant R/C Members
considering Plastic Deformations

홍성걸*
Hong, Sung Gul

장상기**
Jang, Sang Ki

ABSTRACT

This paper presents a deformable strut-and-tie model of determining the shear strengths and ultimate deformations of the shear-dominant reinforced concrete members. The proposed model originates from the strut-and-tie model concept and satisfies equilibrium, compatibility, constitutive laws, and the geometric conditions of shear deformation. This study attempts to apply deformation patterns to strut-and-tie models. The yielding of flexural reinforcements determines yielding states and the ultimate states of reinforced concrete coupling beam are defined as the ultimate compressive strain of struts and the degradation of compressive strength due to principal tensile strain of struts. The validity and accuracy of the proposed model is then tested against available experimental data. The parameters reviewed include the ratios of truss action and arch action, the reinforcement ratios, and the shear span-depth ratio. It is expected that this model can be applied to displacement-based design methods.

1. 서론

근래 구조물 설계의 개념이 강도 중심에서 변위 중심으로 변화하고 있다. 최근 구조 기준에서는 구조물이 극한 하중과 극한 변위를 동시에 충족하도록 규정하고 있다. 지금까지의 전단에 관한 연구는 변형과 무관하게 강도 예측에 중점을 두고 발전하여 왔다. 그러나 최근 실험을 통하여 부재의 변형이 전단강도저하를 일으킨다고 알려지고 있다. 콘크리트의 인장 변형률이 압축 강도를 감소시킨다는 연구가 이루어지고 있다. 따라서 변형과 강도를 동시에 고려할 수 있는 설계 모델이 요구되고 있다.

스트럿-타이 모델은 콘크리트 압축 스트럿과 철근 인장 타이로 하중의 흐름을 표현하고 그에

* 정회원, 서울대학교 건축학과, 부교수

** 학생회원, 서울대학교 건축학과, 박사과정

따라 설계하는 방법이다. 주로 응력 불연속 구역(D-region)에 속하는 철근 콘크리트 전단 지배 부재 설계에 유용하게 사용되고 있다. 그러나 기존 스트럿-타이 모델 역시 힘의 평형만을 다루기 때문에 변형을 고려하지 못하고 있다.

따라서 본 연구에서는 전단 지배 부재에 대하여 스트럿-타이 변형 모델을 제안하고자 한다. 전단 저항 메커니즘을 아치 작용과 트러스 작용으로 구분하고 각각 변형 규칙과 한계를 지정하여 전단지배부재의 변형 모델을 제안하였다. 병렬 전단벽 시스템의 연결보의 경우 깊은 보이면서 양단에 소성변형을 필요로 하여 변형과 강도의 관계가 중요한 전단지배부재이다. 본 연구에서는 일반적인 배근 형태를 지니는 철근 콘크리트 연결보에 대해 스트럿-타이 변형 모델을 제시하였다.

2. 변형 모델

스트럿-타이 모델을 이용하여 부재를 해석할 경우 스트럿의 단면적을 결정하는 것이 중요한 문제이다. 스트럿-타이 모델은 균열이 발생하고 철근의 부착력이 상실된 극한 상태를 가정하기 때문에 극한 상태의 스트럿 단면적을 모든 하중 상태에 사용하는 것은 바람직하지 않다. 본 연구에서는 철근의 변형률, 휨변형 특성과 전단변형 특성을 고려하여 스트럿의 상태를 하중 단계별로 재정의하였다. 철근콘크리트 보의 변형은 휨변형과 전단변형으로 구분할 수 있고, 전단력의 저항은 아치 작용과 트러스 작용의 결합으로 표현할 수 있다. 수평 타이와 수평 스트럿은 휨변형을 결정하고, 대각 스트럿과 수직 타이는 전단 변형을 담당한다고 가정하여 변형 모델을 제시하였다. 그림 1에서는 깊은 보의 경우 하중-변위관계를 아치 작용과 트러스 작용의 결합으로 표현하였다.

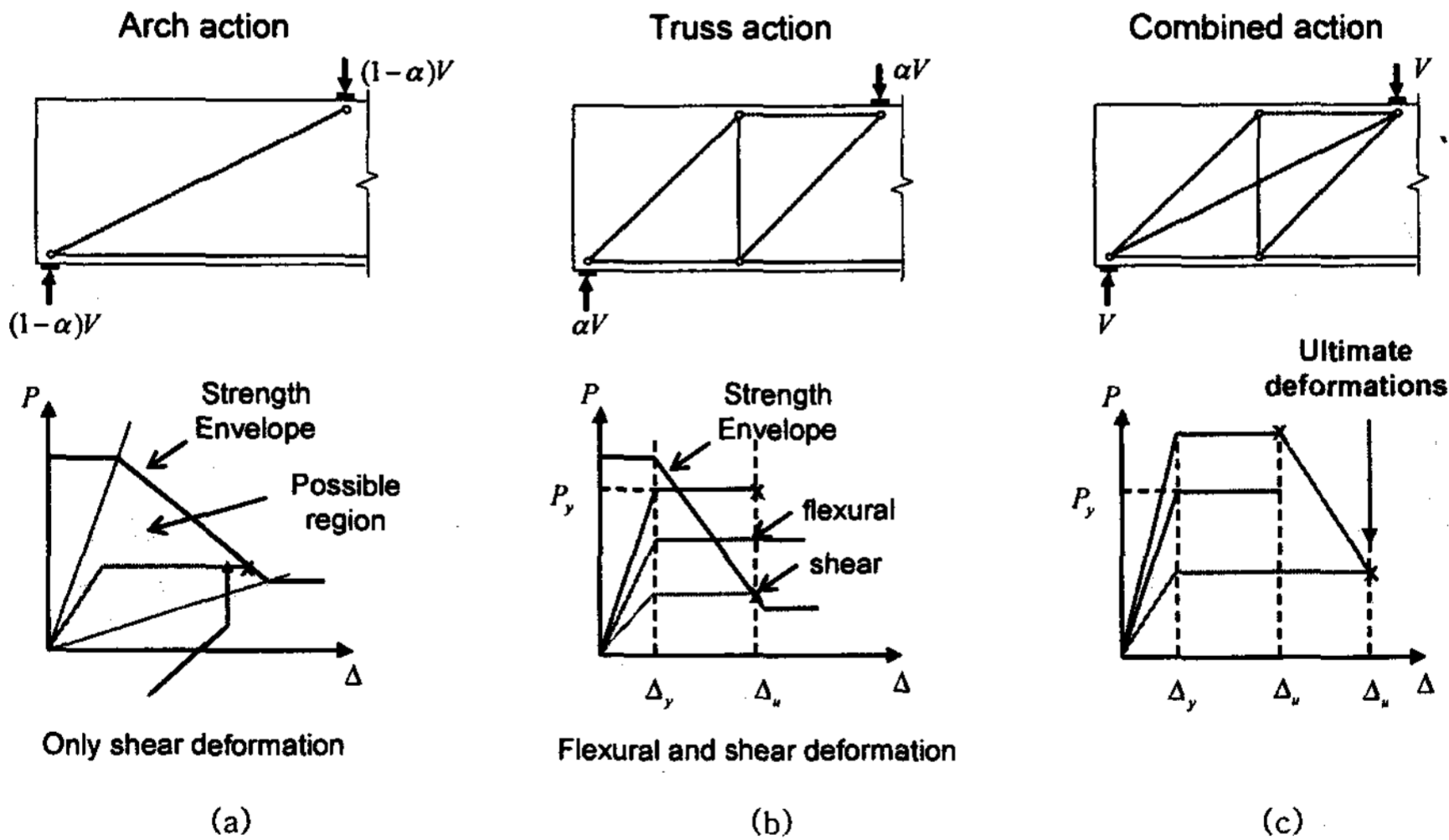


그림 1 (a) 아치(arch) 작용 (b) 트러스(truss) 작용 (c) 조합작용

3. 스트럿-타이 모델

3.1 스트럿-타이 모델의 구성

연결보에 가해지는 전단력은 주로 그림 2 (a)와 같은 트러스 작용과 그림 2 (b)와 같은 아치 작용에 의해 지지된다. 트러스 작용은 수직·수평 방향 늑근과 대각방향 콘크리트 압축재가 형성하는 트러스에 전달되는 전단 전달기구이고, 아치 작용은 전단력이 하중점에서 지지점으로 직접 전달되는 기구이다. 연결보에 대한 스트럿-타이 모델은 위 두 가지 전달기구를 조합하여 그림 2 (c)와 같이 구성하였다.

연결보는 일반적으로 깊이에 비해 길이가 짧은 깊은 보와 같은 형상을 지니고 있다. 깊은 보의 경우에는 보 이론이 적용되는 세장한 보와 달리 연결 보 길이 방향 전체에서 휨 철근이 인장 상태로 존재한다. 휨 모멘트가 없는 지점이 존재하지 않는다. 길이 방향 전 영역에서 상부 철근과 하부 철근이 모두 인장력을 받게 된다. 그림 2 (d)에서는 스트럿, 타이, 절점의 위치와 각도, 길이의 정의를 나타내고 있다.

3.2 평형 조건

연결보에 작용하는 전단력 (V) 는 아치 작용(V_a)과 트러스 작용(V_t)에 의해 지지된다. 연결보의 스트럿-타이 모델은 부정정 구조물이므로 평형조건만을 이용해서 각 요소에 작용하는 힘을 결정할 수 없다. 본 연구에서는 트러스 작용의 하중을 의미하는 타이 인장력(T_3)를 가정하였다. 이는 추후에 변형 조건을 이용하여 구할 수 있다. 타이 인장력(T_3)를 제외한 하중($V - T_3$)은 아치 작용(V_a)에 의해 지지된다.

$$V = V_a + V_t \quad (1)$$

절점 1(N_3)에서의 평형을 이용하면 트러스 작용의 스트럿 압축력(C_1) 이 다음과 같이 타이 인장력(T_3)로 계산된다.

$$C_1 = \frac{T_3}{\sin \theta_1} \quad (2)$$

여기서, T_3 는 늑근의 타이 인장력이고, θ_1 는 트러스 작용의 대각 스트럿의 경사각이다(그림 2). 같은 방법으로 절점 5(N_5)에서의 평형 조건을 사용하면 아치 작용이 스트럿 압축력(C_2)과 수평 타이 인장력 (T_1, T_2)이 다음과 같이 결정된다.

$$C_2 = \frac{(V - T_3)}{\sin \theta_2} \quad (3)$$

$$T_1 = \frac{2C_1 \cos \theta_1 + C_2 \cos \theta_2}{2} \quad (4)$$

$$T_2 = T_1 - C_1 \cos \theta_1 \quad (5)$$

여기서, θ_2 는 아치 작용의 대각 스트럿(C_2)의 경사각이다(그림 2).

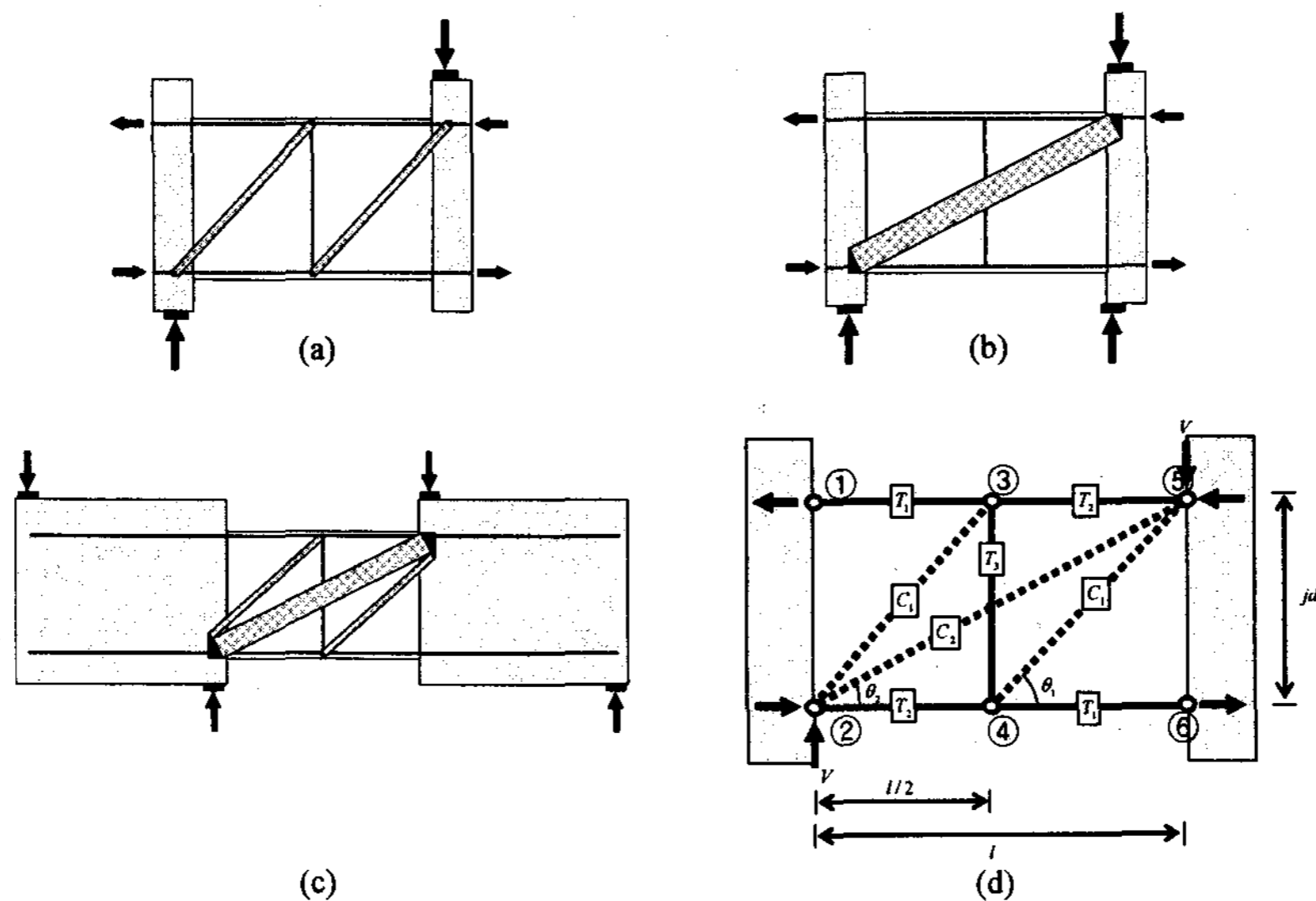


그림 2 (a) 트러스(truss) 작용 (b) 아치(arch) 작용 (c) 스트럿-타이 모델 (d) 기호의 정의

4. 연결보의 변형

연결보의 변형은 두 가지의 휨변형 요소와 하나의 전단변형요소로 이루어져 있다. 이러한 변형 특성을 고려하면 인장 타이 T_1 과 T_2 는 각각 변형 경사각 α_1 과 α_2 로 변형하게 된다. 인장타이 변형률 $\varepsilon_{T1}, \varepsilon_{T2}, \varepsilon_{T3}$ 는 다음과 같이 계산된다.

$$\varepsilon_{T1} = \frac{T_1}{E_s A_{st1}}, \varepsilon_{T2} = \frac{T_2}{E_s A_{st2}}, \varepsilon_{T3} = \frac{T_3}{E_s A_{st3}} \quad (6)$$

여기서, $A_{st1}, A_{st2}, A_{st3}$ 는 각 타이 요소의 철근양이고 E_s 는 철근의 탄성 계수이다.

변형 특성을 이용하여 각 절점의 변위는 각 타이 요소의 인장 변형률과 경사각으로 다음과 같이 표현된다. 변형 경사각 α_1, α_2 는 두 스트럿의 적합조건을 이용하여 이후에 구할 수 있다.

$$\Delta_{xN3} = (1 + \varepsilon_{T1})(l/2)\cos\alpha_1 - (l/2) \quad (7)$$

$$\Delta_{yN3} = (1 + \varepsilon_{T1})(l/2)\sin\alpha_1 \quad (8)$$

$$\Delta_{xN4} = (1 + \varepsilon_{T2})(l/2)\cos\alpha_2 - (l/2) \quad (9)$$

$$\Delta_{yN4} = (1 + \varepsilon_{T2})(l/2)\sin\alpha_2 \quad (10)$$

$$\Delta_{xN5} = (1 + \varepsilon_{T1})(l/2)\cos\alpha_1 + (1 + \varepsilon_{T2})(l/2)\cos\alpha_2 - l \quad (11)$$

$$\Delta_{yN5} = (1 + \varepsilon_{T1})(l/2)\sin\alpha_1 + (1 + \varepsilon_{T2})(l/2)\sin\alpha_2 \quad (12)$$

각 절점의 변위를 이용하여 타이요소 T_3 의 변형률이 다음과 같이 계산된다. 식(6)의 ε_{T3} 와 비교하여 앞에서 가정하였던 타이 인장력 T_3 가 정해진다.

$$\varepsilon_{T3} = \frac{\sqrt{(jd + \Delta_{yN4} - \Delta_{yN3})^2 + (\Delta_{xN3} - \Delta_{xN4})^2} - jd}{jd} \quad (13)$$

그리고, 스트럿요소 C_1, C_2 의 압축 변형률은 다음과 같이 계산되며, 적합조건에서 구해지는 스트럿의 압축 변형률과 비교하여 가정하였던 변형 경사각 α_1, α_2 를 정할 수 있다.

$$\varepsilon_{2C1} = \frac{\sqrt{(d - \Delta_{yN3})^2 + ((1 + \varepsilon_{T1})(l/2)\cos\alpha_1)^2} - \sqrt{jd^2 + (l/2)^2}}{\sqrt{jd^2 + (l/2)^2}} \quad (14)$$

$$\varepsilon_{2C2} = \frac{\sqrt{(jd - \Delta_{yN5})^2 + ((1 + \varepsilon_{T1})(l/2)\cos\alpha_1 + (1 + \varepsilon_{T2})(l/2)\cos\alpha_2)^2} - \sqrt{jd^2 + l^2}}{\sqrt{jd^2 + l^2}} \quad (15)$$

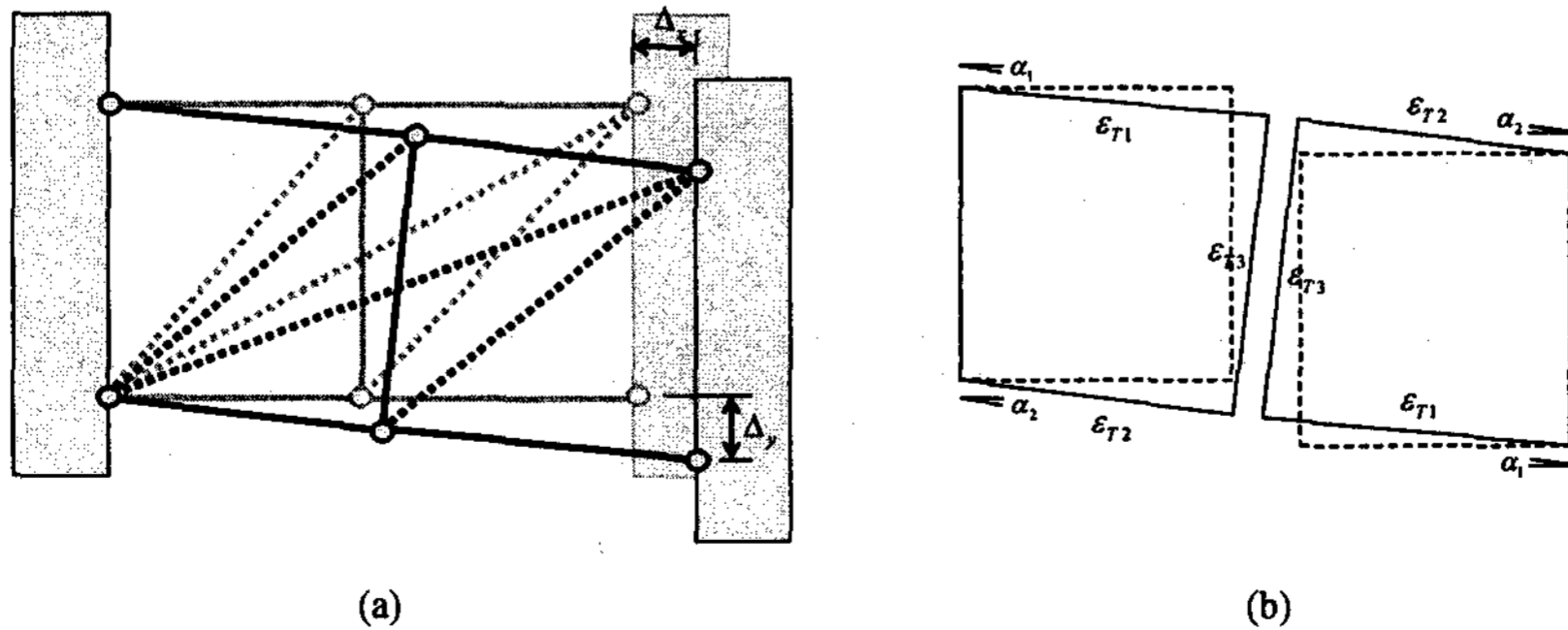


그림 3 (a) 연결보의 변형 (b) 타이의 인장변형률과 경사각

5. 구성조건과 적합조건

연결보의 전단강도의 저하는 변형에 따르는 콘크리트의 압축강도 감소에 기인한다. 소성 변형에 의한 보의 수평 방향 변형률은 압축강도 저하를 유발하는 콘크리트 스트럿의 주인장 변형률을 증가시킨다. 콘크리트 응력과 변형률의 관계는 Vecchio와 Collins의 순수 전단 부재 실험식을 사용하였다. 실험 연구에서 콘크리트의 주압축 응력(f_2)은 주압축 변형률(ϵ_2)뿐만 아니라 주인장 변형률(ϵ_1)에 관한 함수임을 보여주고 있다. 그 식은 다음과 같다.

$$\frac{f_{2max}}{f_c'} = \frac{1}{0.8+170\epsilon_1} \leq 1.0 \quad (16)$$

$$\frac{f_{2max}}{f_c'} = \frac{1}{0.8+170\epsilon_1} \leq 1.0 \quad (17)$$

그리고, 각 방향의 변형률은 다음과 같은 적합조건을 따른다.

$$\epsilon_1 = \frac{\epsilon_h \tan^2 \theta - \epsilon_v}{\tan^2 \theta - 1} \quad (18)$$

$$\epsilon_2 = \epsilon_h + \epsilon_v - \epsilon_1 \quad (19)$$

위 적합 조건을 두 스트럿요소에 적용하면 다음과 같이 각 스트럿의 압축변형률을 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\epsilon_{hC1} = \frac{(1+\epsilon_{T1})(l/2)\cos\alpha_1}{l/2}, \epsilon_{vC1} = \frac{\epsilon_{T3}}{2} \quad (20)$$

$$\epsilon_{1C1} = \frac{\epsilon_{hC1} \tan^2 \theta_1 - \epsilon_{vC1}}{\tan^2 \theta_1 - 1}, \epsilon_{2C1} = \epsilon_{hC1} + \epsilon_{vC1} - \epsilon_{1C1} \quad (21)$$

$$\epsilon_{hC2} = \frac{(1+\epsilon_{T1})(l/2)\cos\alpha_1 + (1+\epsilon_{T2})(l/2)\cos\alpha_2}{l}, \epsilon_{vC2} = \frac{\epsilon_{T3}}{2} \quad (22)$$

$$\epsilon_{1C2} = \frac{\epsilon_{hC2} \tan^2 \theta_2 - \epsilon_{vC2}}{\tan^2 \theta_2 - 1}, \epsilon_{2C2} = \epsilon_{hC2} + \epsilon_{vC2} - \epsilon_{1C2} \quad (23)$$

6. 극한변형상태

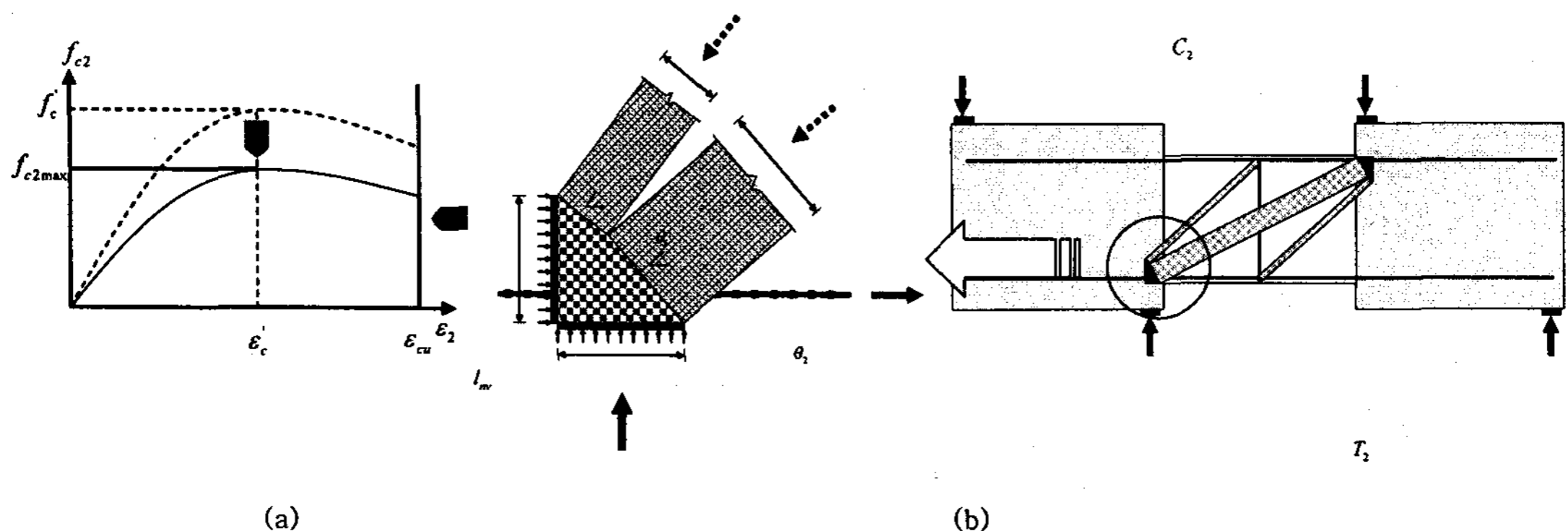


그림 4 극한변형상태의 정의 (a) 스트럿의 구성조건 (b) 절점부에서의 각 스트럿 폭 정의

연결보의 극한 변형 상태는 스트럿의 극한 변형이나 강도 저하에 의해 발생한다. 변형 모델에 의한 압축 스트럿의 변형률이 극한압축변형률 (ϵ_{cu})보다 작은 경우 압축 스트럿이 파괴되어 연결보는 극한변형상태에 도달하게 된다.

$$\epsilon_{2C1} \leq \epsilon_{cu} \quad (24)$$

$$\epsilon_{2C2} \leq \epsilon_{cu} \quad (25)$$

다음으로 스트럿의 주인장 변형률에 의해서 스트럿의 강도가 저하되는데 이에 파괴를 다음 식과 같이 표현할 수 있다. 필요 압축 스트럿의 폭이 절점부의 크기 보다 커지는 경우 이를 파괴기준으로 설정하였다.

$$l_{nh} = \frac{V}{0.85f_c b_b} \quad (26)$$

$$w_{c1} = \frac{C_1}{f_{2maxc1} b_b}, w_{c2} = \frac{C_2}{f_{2maxc2} b_b} \quad (27)$$

$$l_{nh} < w_{c1} \sin \theta_1 + w_{c2} \sin \theta_2 \quad (28)$$

7. 해석 절차

본 연구에서 사용된 해석 절차는 그림 5와 제시된 알고리즘과 같다. 해석에 사용된 세가지 미지수(T_3, α_1, α_2)가 변형 조건과 적합조건을 이용한 반복 계산을 통하여 계산되고 있다. 인장 타이의 변형 상태를 토대로 각 구성조건과 적합조건을 만족하는 스트럿이 변형 상태를 찾아가는 해석 절차이다.

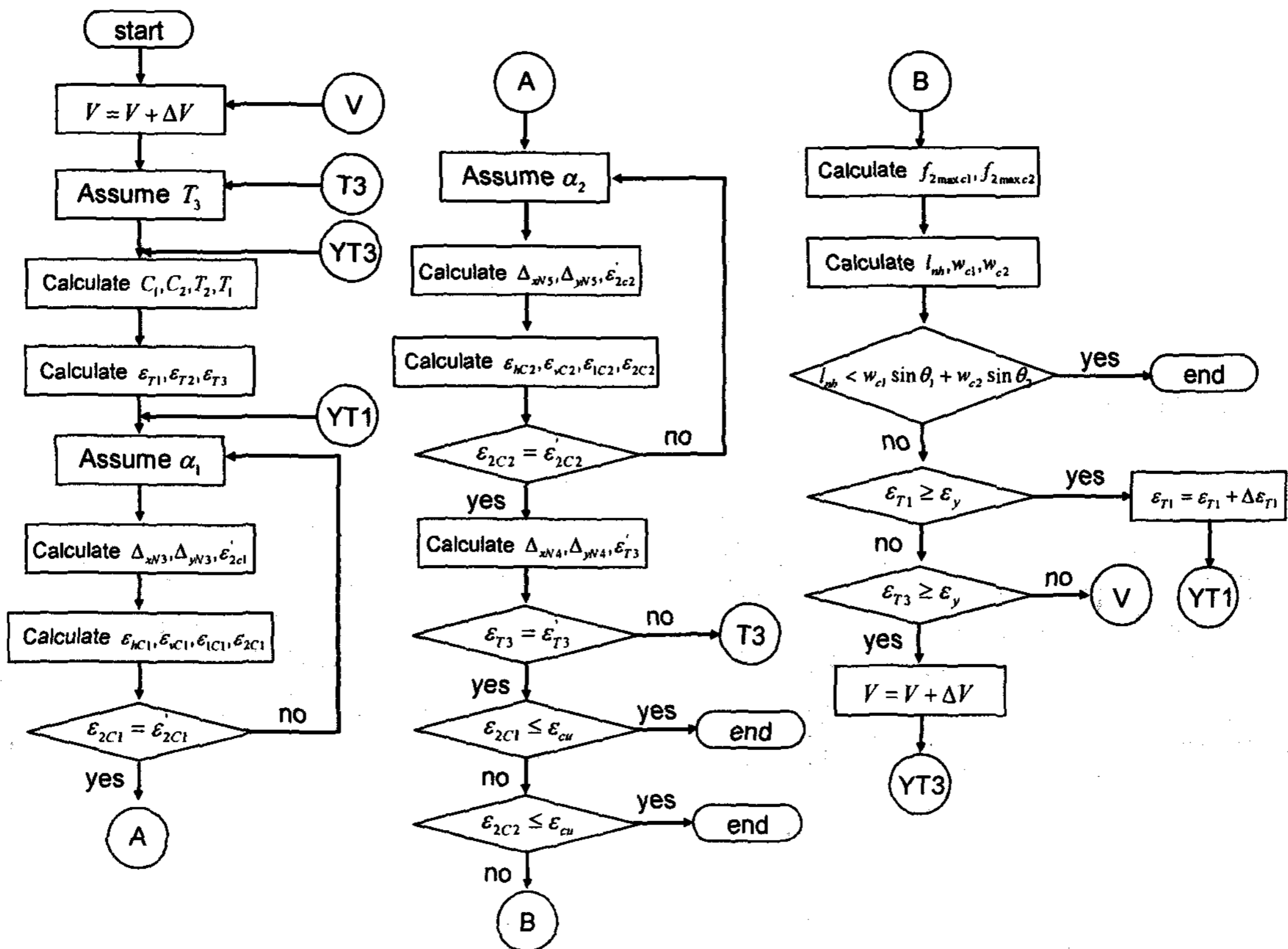


그림 5 해석 절차

8. 검증 및 고찰

앞에서 제안한 변형 모델과 타 논문의 실험 결과와 비교하였다. 아래의 그림과 같이 일반적인 배근 형태를 가진 연결보의 반복 하중 실험한 자료와 비교하였다. 각 시험체의 재료 성능과 단면 성능 자료는 표 1과 같고 실험 결과와 제시한 모델에 의한 결과의 비교는 표 2와 같다. 제안한 변형 모델이 실험 결과와 비교적 잘 일치하는 것을 알 수 있다. 전단 강도의 경우 오차 범위 10% 이내로 비교적 정확한 예측을 하고 있고 극한 변형의 경우는 시험체 315와 CB-1B를 제외하면 비교적 정확한 예측을 한 것을 알 수 있다.

철근 콘크리트 연결보의 극한 변형의 경우 변형 증가에 따른 아치 스트럿의 강도 저하와 극한 압축 변형에 의해 결정되었다. 실험결과를 보면 강도 저하 이후에도 다소의 강도를 유지하면서 거동하는 것을 알 수 있는데 이는 콘크리트 균열과 부착-미끄러짐 효과에 의한 변형에 의한 것으로 추정된다.

표 1 검증 실험 자료

author	Specimen	l (mm)	d (mm)	b_b (mm)	f'_c (MPa)	ρ_h (%)	ρ_v (%)	f_{yh} (MPa)	f_{yv} (MPa)
Pauly	315	1016	714	152	37.89	1.58	2.43	315.2	315.2
	391	1016	917	152	31.49	0.85	0.88	315.2	315.2
Tassios	CB-1A	500	500	130	32.80	0.69	0.93	484.0	296.0
	CB-1B	500	300	130	33.00	1.16	0.93	484.0	296.0
Galano	P01	600	400	150	48.9	0.524	0.84	567.0	567.0
	P02	600	400	150	44.5	0.524	0.84	567.0	567.0

표 2 실험 결과 비교

author	Specimen	V_u^{test} (kN)	$V_u^{prop.}$ (kN)	$\frac{V_u^{prop.}}{V_u^{test}}$	Δ_y^{test} (mm)	$\Delta_y^{prop.}$ (mm)	$\frac{\Delta_y^{prop.}}{\Delta_y^{test}}$	Δ_u^{test} (mm)	$\Delta_u^{prop.}$ (mm)	$\frac{\Delta_u^{prop.}}{\Delta_u^{test}}$
Pauly	315	774.3	759	1.02	6.3	4.2	1.50	12.2	20.5	0.60
	391	776.2	674	1.15	-	-	-	-	-	-
Tassios	CB-1A	212.0	217	0.98	8.2	8.8	0.93	15.7	13.2	1.19
	CB-1B	124.0	114	1.09	7.2	6.2	1.16	20.5	14.4	1.42
Galano	P01	223.9	237.6	0.94	6.1	5.1	1.20	31.3	29.1	1.08
	P02	220.1	237.6	0.93	5.8	5.1	1.14	26.2	29.1	0.90

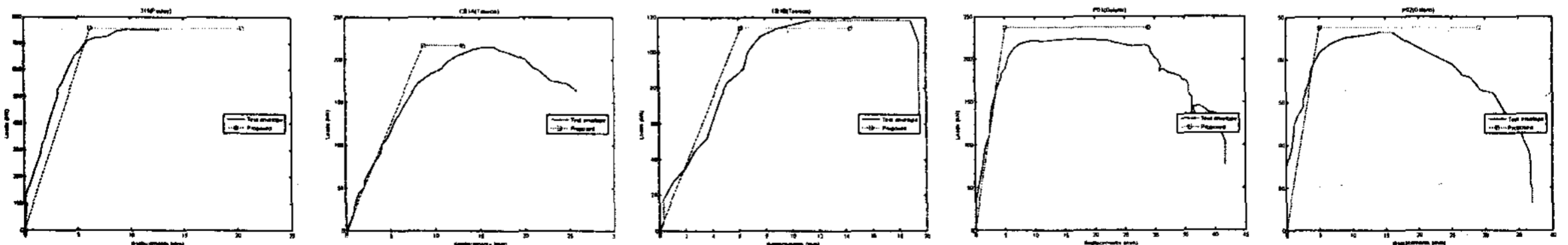


그림 6 실험 결과 비교

9. 결론

본 연구에서는 스트럿-타이 모델을 이용하여 전단지배부재의 하중-변위관계를 제시하였다. 그 결과 다음과 결론을 얻을 수 있었다.

- (1) 제안한 변형모델이 철근 콘크리트 연결보의 재하 실험 결과와 비교적 잘 일치하는 것을 알 수 있었다.
- (2) 연결보의 경우 휨 철근의 항복이 부재의 항복 변위와 항복 강도를 결정하는 것을 알 수 있다.
- (3) 부재의 변형은 아치 작용의 대각 콘크리트 스트럿의 압축 강도를 감소시켜서 전단 강도를 저하시키는 것을 확인하였다.
- (4) 변형에 따른 콘크리트 스트럿의 강도 저하와 과도한 압축 변형에 의해 극한 변형이 결정되는 것을 알 수 있다.
- (5) 콘크리트의 균열과 철근의 부착저하가 변형에 미치는 영향에 대한 추가 연구가 필요할 것으로 사료된다.

감사의 글

본 연구는 한국과학재단 지원, 지진공학센터(KEERC)와 특정기초연구개발사업의 연구비 지원에 의하여 이루어 졌음을 밝히며 이에 감사드립니다.

참고문헌

1. ACI Committee 318, *Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary (ACI 318-02/318R-02)*, American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan, pp. 329-330.
2. Luciano, G., and Andrea, V., "Seismic Behavior of Short Coupling Beams with Different Reinforcement Layouts," *ACI structural Journal*, V. 97, NO. 6, 2000, pp. 876-885
3. Macgregor, J. G., *Reinforced Concrete*, Prentice Hall, 1997, pp. 788-794
4. Park, R., and Paulay, T., *Reinforced Concrete Structures*, John Wiley and Sons, 1972, pp. 637-660
5. Paulay, T., "Coupling Beams of Reinforced Concrete Shear Walls," *Journal of the structural Division*, American Society of Civil Engineers, V. 97, NO. ST3, 1971, pp. 843-862.
6. Vecchio, F. J., and Collins, M. P., "The Modified Compression-Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear," *ACI structural Journal*, V. 83, NO. 2, 1986, pp. 219-231
7. Theodosios, P. T., Marina, M., and Antonios, B., "On the Behavior and Ductility of Reinforced Concrete Coupling Beams of Shear Walls," *ACI structural Journal*, V. 93, NO. 6, 1996, pp. 711-720