

## 2상 매질에서 파동전달 모사를 위한 무한요소

# An Infinite Element for Simulating Wave Propagation in Two-Phase Medium

김재민\*

Kim, Jae-Min

---

### ABSTRACT

This paper presents a new infinite element for modeling far-field of wave propagation problem in a fluid-saturated two-phase medium. The infinite element can simulate arbitrary number of multiple wave components, while wave components in infinite element developed by other researchers was limited to two compressional waves. The accuracy and effectiveness of the proposed method have demonstrated using 1-D and 2-D wave propagation problems.

---

### 1. 서론

간극유체와 고체골격으로 이루어진 포화된 2상 매질에 동적하중이 작용될 때의 거동을 이해하려는 연구는 50여년 전부터 다양하게 수행되어 왔다. 현재 가장 많이 사용되는 이론은 탄성거동을 하는 고체골격(solid skeleton)에 유체가 포화되어 있고 매질 내에서 유체의 흐름은 포아셀유동이라고 가정하는 Biot 이론<sup>(1)</sup>이다. 이 연구에서도 이 이론에 따라 동적해석을 수행하였다.

지반공학분야에서는 오래 전부터 지반을 2상 또는 3상 매질로 근사하고 관성력 성분을 무시하여 압밀해석, 사면안정해석 등에 위 이론을 적용하여 왔다. 그리고 지진공학분야에도 유한요소법(FEM)과 같은 수치해석기법을 활용하여 지진시 과잉간극수압 예측등에 활용되고 있다.<sup>(2)</sup> 아울러 포화지반에서 무한영역으로 파동전달특성을 효과적으로 묘사하기 위하여 유한요소법과 연계한 IEM(Infinite Element Method),<sup>(3),(4)</sup> TLM(Thin Layer Method),<sup>(5),(6)</sup> BEM,<sup>(7)</sup> ABC (Artificial Boundary Condition) 기법<sup>(8)</sup> 등이 개발되어 왔다.

이 연구에서는 IEM 기법을 사용하여 포화된 원역지반을 모델링할 때 효과적으로 사용될 수 있는 무한요소를 제안하고 이의 정확성과 효율성을 검증하였다. FE-IE 방법에 의한 포화지반-구조물 상호작용의 모델링 개요는 그림 1과 같이 나타낼 수 있다.

---

\* 정희원 · 여수대학교 건설환경공학부, 부교수

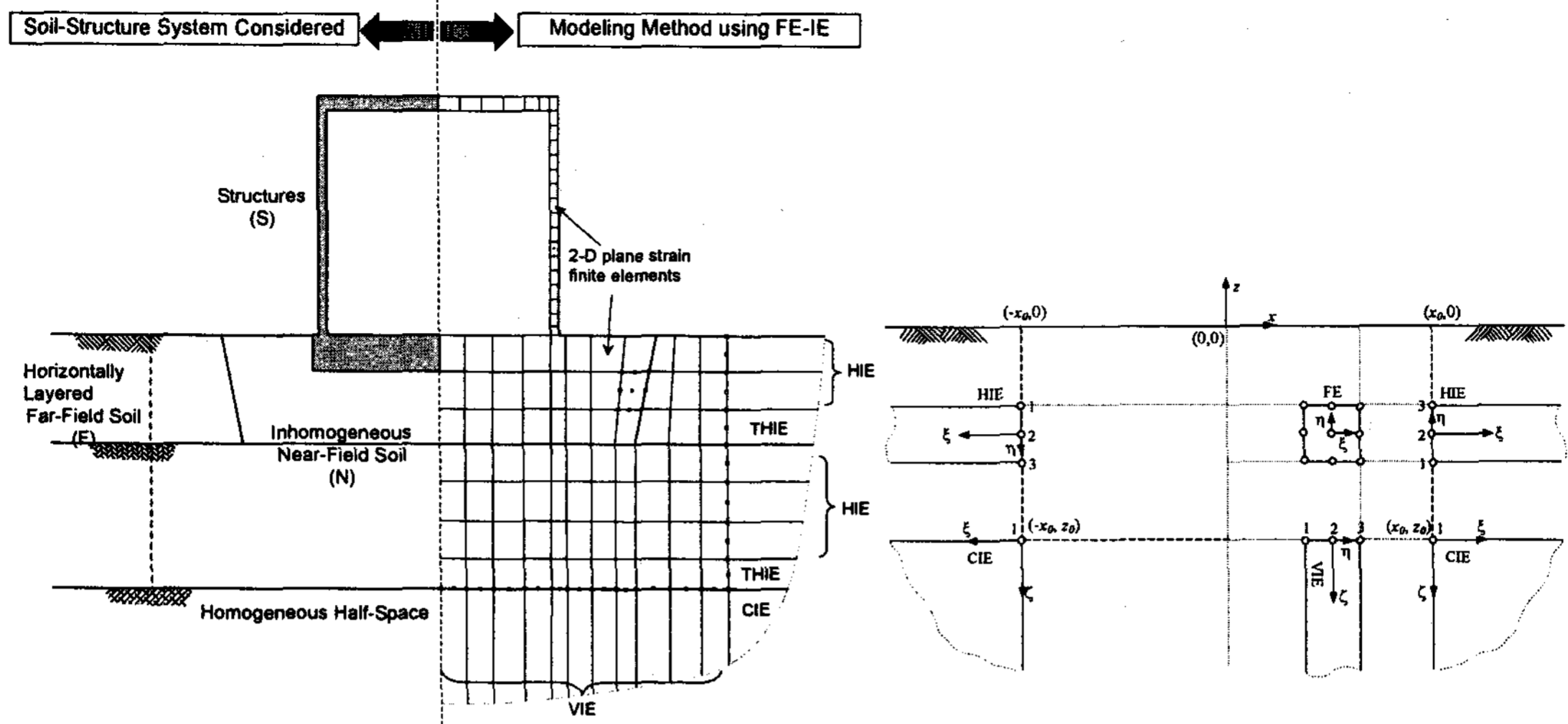


그림 1. 무한영역이 포함된 2상 지반-구조물 상호작용문제의 FE-IE 모델링 방법

## 2. 유한요소-무한요소 해석법에 의한 운동방정식

### 2.1 지배방정식

고체-유체 2상 혼합체와 간극유체에서 모멘텀평형방정식은 각각 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$[\partial]^T \{\sigma\} = \rho \{\ddot{u}\} + \rho_f \{\ddot{w}\}, \quad -\{\nabla\} p = \rho_f \{\ddot{u}\} + \frac{\rho_f}{n} \{\ddot{w}\} + \frac{1}{k} \{\dot{w}\} \quad (1)$$

여기서  $\{\sigma\}$  = 전응력벡터,  $\{u\}$  = 고체골격 변위벡터,  $\{w\}$  = 간극유체 상대변위벡터 ( $= n(\{U\} - \{u\})$ ),  $n$  = 간극비,  $\{U\}$  = 간극유체 절대변위,  $\rho = (1-n)\rho_s + n\rho_f$ ,  $\rho_s$  = 고체재료 질량밀도,  $\rho_f$  = 간극유체 질량밀도,  $k = k' / (\rho_f g)$ ,  $k'$  = 투수계수이며,  $[\partial]$ 는 미분연산자로서 변위와 변형도 사이의 관계를 나타낸다. 즉, 고체골격의 변형도벡터는  $\{\varepsilon''\} = [\partial]\{u\}$ 이며 간극유체 상대변위의 변형도벡터는  $\{\varepsilon''\} = [\partial]\{w\}$ 이다.

한편, 고체-유체 혼합체의 질량평형방정식으로부터 다음과 같은 구성관계를 얻을 수 있다.

$$p = -Q\zeta'' - \alpha Q\zeta'' \quad (2)$$

여기서  $\zeta'' = \{\nabla\}^T \{u\} = \{m\}^T \{\varepsilon''\}$ ,  $\zeta'' = \{\nabla\}^T \{w\} = \{m\}^T \{\varepsilon''\}$ 이며 계수  $Q$ 는 간극유체의 압축성을 나타내는 계수로서  $Q = K_f / [n + (\alpha - n)K_f / K_g]$ 이다. 이때  $K_f$ 는 간극유체의 체적탄성계수이다.

전응력벡터를 다음과 같이 유효응력과 간극유체압으로 분리하여 나타내면 고체골격에서 응력과 변형도 사이의 관계를 정의할 수 있다.

$$\{\sigma\} = \{\sigma''\} - \alpha \{m\} p, \quad \{\sigma''\} = [D''] \{\varepsilon''\} \quad (3)$$

여기서  $\{\sigma''\}$  = 유효응력벡터,  $[D'']$  = 고체골격 탄성행렬, 2차원 문제에서  $\{m\} = \langle 1 \ 1 \ 0 \rangle^T$ ,  $\alpha = 1 - K_f / K_g$ 이고,  $K_s = \lambda_s + \frac{2}{3}\mu_s$ 로서 고체골격만의 체적탄성계수이며  $K_g$ 는 고체 자체의 체적탄성계수이다.

## 2.2 포화된 2상 매질에서 파동전달 특성

### 2.2.1 물체파 (P-파 및 S-파)

식 (1)~(3)에서 압력함수를 소거하면 다음과 같이 u-w 변수에 대한 파동방정식이 된다.

$$(\lambda_c + 2G_s)\{\nabla\}\{\nabla\}^T\{u\} - \mu_s\{\nabla\}\times\{\nabla\}\times\{u\} + \alpha Q\{\nabla\}\{\nabla\}^T\{w\} = \rho\{\ddot{u}\} + \rho_f\{\ddot{w}\} \quad (4)$$

$$\alpha Q\{\nabla\}\{\nabla\}^T\{u\} + Q\{\nabla\}\{\nabla\}^T\{w\} = \rho_f\{\ddot{u}\} + \frac{\rho_f}{n}\{\ddot{w}\} + \frac{1}{k}\{\dot{w}\} \quad (5)$$

여기서  $\{\nabla\}^T = [\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial z}]$ 이고,  $\lambda_c = \lambda_s + \alpha^2 Q$ 로서 비배수조건에 대한 혼합체의 Lamé 상수이며  $\lambda_s$ 와  $G_s$ 는 고체골격의 Lamé 상수이다. 이제, 2차원 문제인 경우, 고체와 간극유체의 변위벡터는 Helmholtz 분해기법을 사용하여 식 (6)과 같이 스칼라 포텐셜함수로 나타내고, 이를 식 (4)와 (5)에 대입하면 주파수영역에서 다음과 같이 각 포텐셜함수로 분해된 고유치문제를 얻게 된다.

$$\{u\} = \{\nabla\}\phi_u + \{\nabla\}\times\psi_u\{e_z\}, \quad \{w\} = \{\nabla\}\phi_w + \{\nabla\}\times\psi_w\{e_z\} \quad (6)$$

$$[k_p^2[\mathcal{K}_p] + i\omega[\mathcal{E}] - \omega^2[\mathcal{M}]] \begin{Bmatrix} \Phi^u \\ \Phi^w \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad [k_s^2[\mathcal{K}_s] + i\omega[\mathcal{E}] - \omega^2[\mathcal{M}]] \begin{Bmatrix} \Psi^u \\ \Psi^w \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (7a,b)$$

여기서  $[\mathcal{K}_p] = \begin{bmatrix} \lambda_c + 2G_s & \alpha Q \\ \alpha Q & Q \end{bmatrix}$ ,  $[\mathcal{K}_s] = \begin{bmatrix} G_s & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ ,  $[\mathcal{E}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1/k \end{bmatrix}$ ,  $[\mathcal{M}] = \begin{bmatrix} \rho & \rho_f \\ \rho_f & \rho_f/n \end{bmatrix}$ 이다. 식 (7)이 의미 있는 결과를 가지려면 다음과 같은 관계가 성립하여야 한다.

$$\det[k_p^2[\mathcal{K}_p] + i\omega[\mathcal{E}] - \omega^2[\mathcal{M}]] = 0, \quad \det[k_s^2[\mathcal{K}_s] + i\omega[\mathcal{E}] - \omega^2[\mathcal{M}]] = 0 \quad (8a,b)$$

식 (8a)의 해는 서로 다른 두 개가 존재하며 이를  $k_{p1}$ 과  $k_{p2}$ 로 표기하고 각각 P1-파와 P2-파로 부른다. 그리고 (8b)의 해는  $k_s$  한 개가 존재하며 S-파로 부른다. 따라서 식 (8)로부터 구한 고체-유체 혼합체의 압축파속도( $V_p$ )와 전단파속도( $V_s$ )는 다음과 같다.<sup>(8)</sup>

$$V_{p1}(\omega) = \sqrt{(\lambda_s + 2G_s)/\rho_1(\omega)}, \quad V_{p2}(\omega) = \sqrt{(\lambda_s + 2G_s)/\rho_2(\omega)}, \quad V_s(\omega) = \sqrt{G_s/\rho_3(\omega)} \quad (9)$$

여기서  $\rho_1$ ,  $\rho_2$ ,  $\rho_3$ 은 주파수종속 유효질량이다. 위 혼합체에 대한 압축파속도와 전단파속도는 고체골격의 압축파속도  $C_p = \sqrt{(\lambda_s + 2G_s)/\rho}$  및 전단파속도  $C_s = \sqrt{G_s/\rho}$ 와는 다른 값이다.

투수계수( $k'$ )가 작은 값일 경우에 식 (9)의 탄성과 전달속도는 다음과 같이 근사할 수 있다.

$$V_{p1} \cong \sqrt{(\lambda_c + 2G_s)/\rho}, \quad V_{p2} \cong \sqrt{i\omega k Q(\lambda_s + 2G_s)/(\lambda_c + 2G_s)}, \quad V_s \cong \sqrt{G_s/\rho} \quad \text{for small } k' \quad (10)$$

따라서 P1-파의 전달속도와 전단파전달속도는 비배수 단상지반에 대한 값과 동일하다. 그러나 P2-파는 주파수종속성을 가지며 투수계수에 비례한다. 이 파는 간극유체의 확산(diffusion)을 통해 에너지를 소산시키므로 거리에 따라 진폭이 대단히 빨리 감소하는 특성이 있다. 결과적으로 투수계수가 매우 작을 경우 혼합체는 비배수 단상지반과 동일한 거동을 하게 된다.

### 2.2.2 표면파

균질 반무한 또는 평행층상 반무한 지반과 같이 자유면(즉, 지표면)을 가진 지층에서는 구조물의 고유진동모드와 같은 고유진동형상이 있고 이에 상응하는 수평방향 파동전달속도를 가지며 이를 표면파라고 부른다. 일반적으로 표면파의 전달속도는 단상지반인 경우에도 주파수종속성을 가

지며 초월방정식<sup>(7),(9)</sup> 또는 수치적인 방법<sup>(5),(6)</sup>을 사용하여 구할 수 있다. 표면파에 의한 지반에서의 변위는 일반적으로 다음과 같이 나타난다.

$$\{u\}, \{w\} \in \left\{ \exp(-ik_n x) \exp(\pm \mu_{p1n} z), \exp(-ik_n x) \exp(\pm \mu_{p2n} z), \exp(-ik_n x) \exp(\pm \mu_{sn} z) \right\}_{n=1}^{\infty} \quad (11)$$

여기서  $k_n$ 는 표면파의 파수(wave number)로서 주파수종속성이 있으며  $\mu_{p1n} = \sqrt{k_n^2 - k_{p1}^2}$ ,  $\mu_{p2n} = \sqrt{k_n^2 - k_{p2}^2}$ ,  $\mu_{sn} = \sqrt{k_n^2 - k_s^2}$ 이다.

### 2.3 유한요소 정식화

유한요소법에 의한 u-w 모델 2상지반의 운동방정식은 다음과 같다.<sup>(2)</sup>

$$\begin{bmatrix} [M_{uu}] & [M_{uw}] \\ [M_{uw}]^T & [M_{ww}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\delta^u\} \\ \{\delta^w\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [0] & [0] \\ [0] & [C_{ww}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\delta^u\} \\ \{\delta^w\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [K_{uu}^*] + [K_{uu}] & [K_{uw}] \\ [K_{uw}]^T & [K_{ww}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\delta^u\} \\ \{\delta^w\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{\bar{f}_u\} \\ \{\bar{f}_w\} \end{Bmatrix} \quad (12)$$

여기서 계수행렬은 다음과 같다.

$$[M_{uu}] = \rho \int_{\Omega} [N_u]^T [N_u] d\Omega, \quad [M_{uw}] = \rho_f \int_{\Omega} [N_u]^T [N_w] d\Omega, \quad [M_{ww}] = \frac{\rho_f}{n} \int_{\Omega} [N_w]^T [N_w] d\Omega, \quad [C_{ww}] = \frac{1}{k} \int_{\Omega} [N_w]^T [N_w] d\Omega \quad (13)$$

$$[K_{uu}^*] = \int_{\Omega} [B_u]^T [D^*] [B_u] d\Omega, \quad [K_{uu}] = \alpha^2 Q \int_{\Omega} [B_u]^T \{m\} \{m\}^T [B_u] d\Omega, \quad [K_{uw}] = \alpha Q \int_{\Omega} [B_u]^T \{m\} \{m\}^T [B_w] d\Omega \quad (14)$$

$$[K_{ww}] = Q \int_{\Omega} [B_w]^T \{m\} \{m\}^T [B_w] d\Omega, \quad \{\bar{f}_u\} = \int_{\Gamma} [N_u]^T \{\hat{t}\} d\Gamma, \quad \{\bar{f}_w\} = -\hat{p} \int_{\Gamma} [N_w]^T \{n\} d\Gamma \quad (15)$$

여기서  $[B_u] = [\partial][N_u]$ ,  $[B_w] = [\partial][N_w]$ ,  $[N_u]$ 와  $[N_w]$ 는 각각 u와 w에 대한 유한요소 형상함수이고,  $\{\hat{t}\}$ 와  $\hat{p}$ 는 각각 경계면에 작용하는 응력과 압력이며,  $\{n\}$ 은 경계면에서 법선벡터이다.

식 (13)~(15)에 나타난 계수행렬은 Gauss-Legendre 구적법과 같은 수치적분법을 적용하여 계산하게 된다. 그리고 간극유체 거동과 관련되는 강성행렬( $[K_{uu}]$ ,  $[K_{uw}]$ ,  $[K_{ww}]$ )에 대해서는 감차적분을 사용하는 것이 효과적이다.

### 2.4 무한요소 정식화

이 연구에서 제안하는 무한요소의 기하사상은 유한요소와 접하는 경계에서 유한요소와 동일하며 무한대 방향으로 사상은 다음과 같다.

$$x = x_0(1+\xi), \quad z = z_0 - \zeta, \quad \xi \in [0, \infty), \quad \zeta \in [0, \infty) \quad (16)$$

여기서  $x_0$ 와  $z_0$ 는 내부 근역의 유한요소 모델의 크기를 나타내는 값으로 그림 1에 도시하였다. 그리고 주파수영역에서 변위는 다음과 같이 근사하였다.

$$\{u(x, z, \omega)\} = \sum_j \sum_m^{NM_j, NM_m} N_{jm}(x, z) \{q_{jm}^u(\omega)\} \quad \text{또는} \quad \{u(x, z, \omega)\} = [N_q(x, z)] \{q^u(\omega)\} \quad (17a)$$

$$\{w(x, z, \omega)\} = \sum_j \sum_m^{NM_j, NM_m} N_{jm}(x, z) \{q_{jm}^w(\omega)\} \quad \text{또는} \quad \{w(x, z, \omega)\} = [N_q(x, z)] \{q^w(\omega)\} \quad (17b)$$

여기서  $N_{jm}(x, z, \omega)$ 는 일반좌표계 형상함수로서 수평무한요소(HIE), 수직무한요소(VIE), 모서리무한요소(CIE) 별로 다음과 같이 근사하였다.

$$N_{jm}^{HIE} = L_j(\eta) f_m(\xi, \omega), \quad N_{jm}^{VIE} = L_j(\eta) g_m(\zeta, \omega), \quad N_{jm}^{CIE} = f_j(\xi, \omega) g_m(\zeta, \omega) \quad (18)$$

여기서  $L_j(\eta)$ 는 Lagrange 보간함수이며  $f_m(\xi, \omega)$ 과  $g_m(\zeta, \omega)$ 은 각각 수평방향( $\pm x$ 축)과 수직방향( $-z$ 축)에 대한 주파수종속 파동전달함수로서 다음과 같다.

$$f_m(\xi, \omega) \in \left\{ \exp(-ik_{p1}x_0\xi), \exp(-ik_{p2}x_0\xi), \exp(-ik_sx_0\xi), \left\{ \exp(-ik_nx_0\xi) \right\}_{n=1}^{N_{surf}} \right\} \quad (19a)$$

$$g_m(\zeta, \omega) \in \left\{ \exp(-ik_{p1}\zeta), \exp(-ik_{p2}\zeta), \exp(-ik_s\zeta), \left\{ \exp(-\mu_{pn}\zeta), \exp(-\mu_{sn}\zeta) \right\}_{n=1}^{N_{surf}} \right\} \quad (19b)$$

여기서  $N_{surf}$ 는 변위 근사에 사용된 표면파의 개수로서 통상 5개 이내 이다.

식 (17)과 같이 형상함수를 구성하면 식 (13)~(15)의 계수행렬을 계산하기 편리한 장점이 있는 반면, 미지벡터가 물리적인 의미가 없는 일반좌표계이므로 유한요소와 무한요소 또는 무한요소와 무한요소 사이의 적합조건을 적용할 수 없다. 따라서 이 연구에서는 적합조건을 적용할 수 있도록 식 (17)의 형상함수를 다음과 같이 다시 구성하였다.

$$\{u(x, z, \omega)\} = [N_u(x, z)]\{\delta^u(\omega)\}, \quad \{w(x, z, \omega)\} = [N_w(x, z)]\{\delta^w(\omega)\} \quad (20)$$

여기서  $\{\delta^u(\omega)\}$ 와  $\{\delta^w(\omega)\}$ 는 물리적인 의미를 가지는 미지벡터로서 그림 2와 같이 절점변위, 경계면변위, 내부변위로 구분하였다. 식 (17)의 형상함수행렬과 식 (20)의 형상함수행렬 사이의 관계는  $[N_u(x, z)] = [N_q(x, z)][T]$ 로 나타낼 수 있으며  $[T]$ 는 상수행렬이다.<sup>(10)</sup>

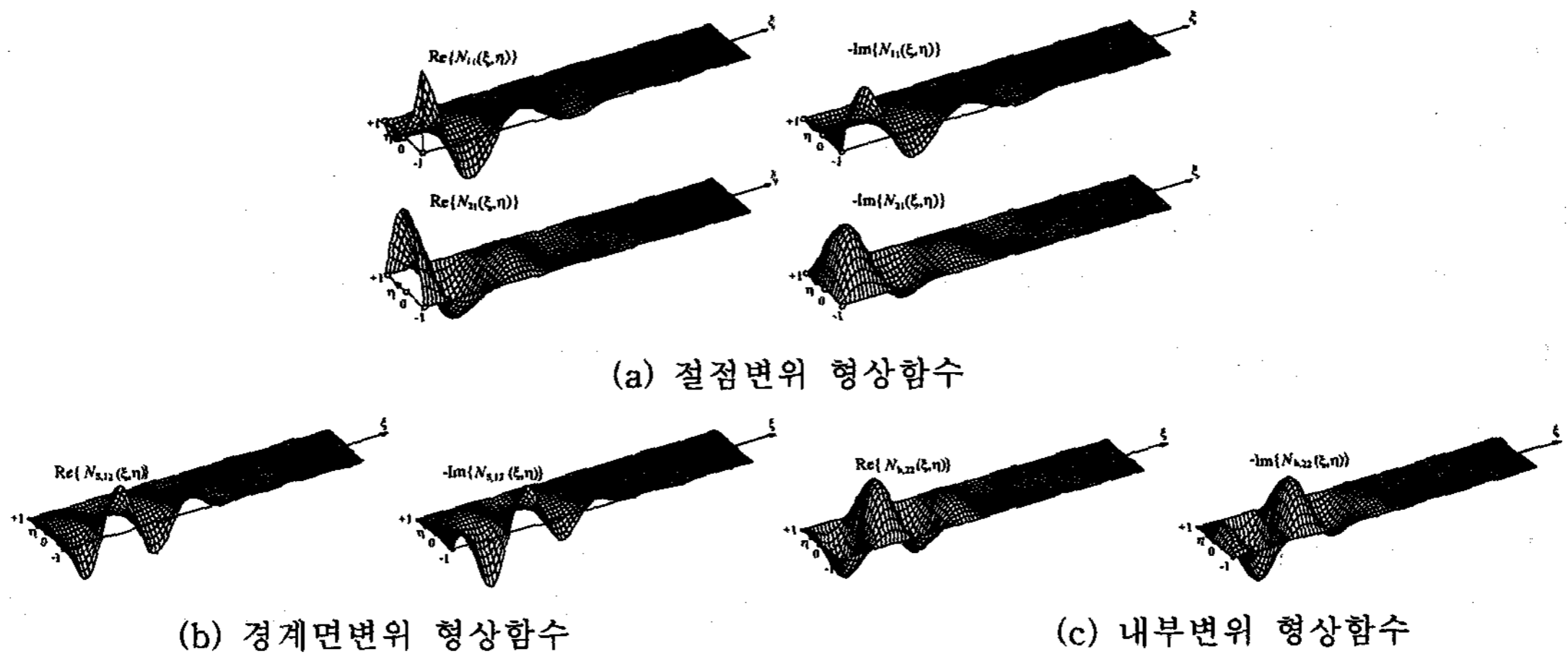


그림 2. 무한요소의 변위성분별 형상함수 예

이제, 전체 행렬식을 구성하기 위한 요소강성행렬  $[K_{ss}]$ 는  $[K_{ss}] = [T]^T [K_{qq}] [T]$ 와 같이 나타낼 수 있다. 다른 계수행렬도 동일한 형태의 변환으로 표현할 수 있다. 많은 개수의 파동을 포함할 경우  $[K_{ss}]$ 를 직접 계산하는 것은 그 과정이 복잡할 뿐만 아니라 적분결과도 불안정한 반면,  $[K_{qq}]$ 는 간단하면서도 정확한 적분을 수행할 수 있으므로, 위와 같은 형상함수 변환은 대단히 효과적이다.  $[K_{qq}]$ 와 같은 일반좌표계에서 계수행렬을 계산하기 위해서는 무한영역에 대한 적분이 필요하다. 이 연구에서는 무한영역이 포함된 적분식을 해석적인 적분 또는 Gauss-Laguerre 구적법을 사용하여 수행하였다.

### 3. 검증 예제

#### 3.1 일차원 문제

제안된 무한요소의 검증을 위하여 그림 3과 같은 일차원 파동전달 문제를 해석하고, 해석결과를 이론해와 비교하여 그림4에 도시하였다. 해석결과 제안된 무한요소는 대단히 효과적임을 알 수 있었다. 아울러 간극유체의 거동은 원역에서 경계조건에 영향을 받지 않음을 알 수 있었다.

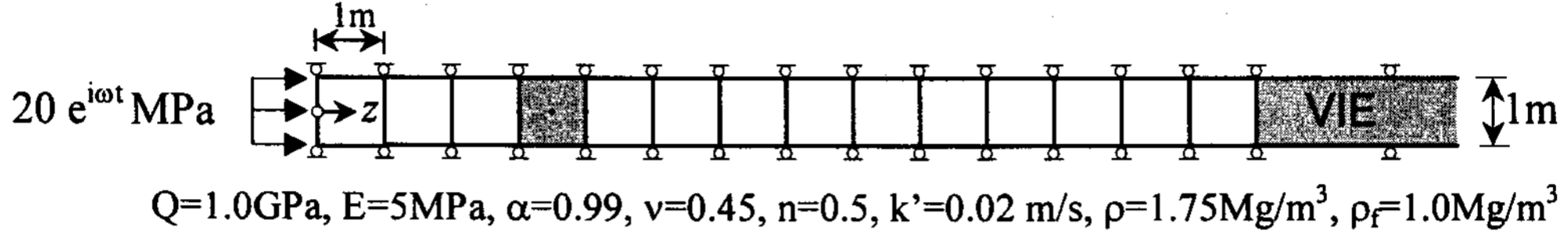


그림 3. 일차원 검증 예제 및 FE-IE 해석모델

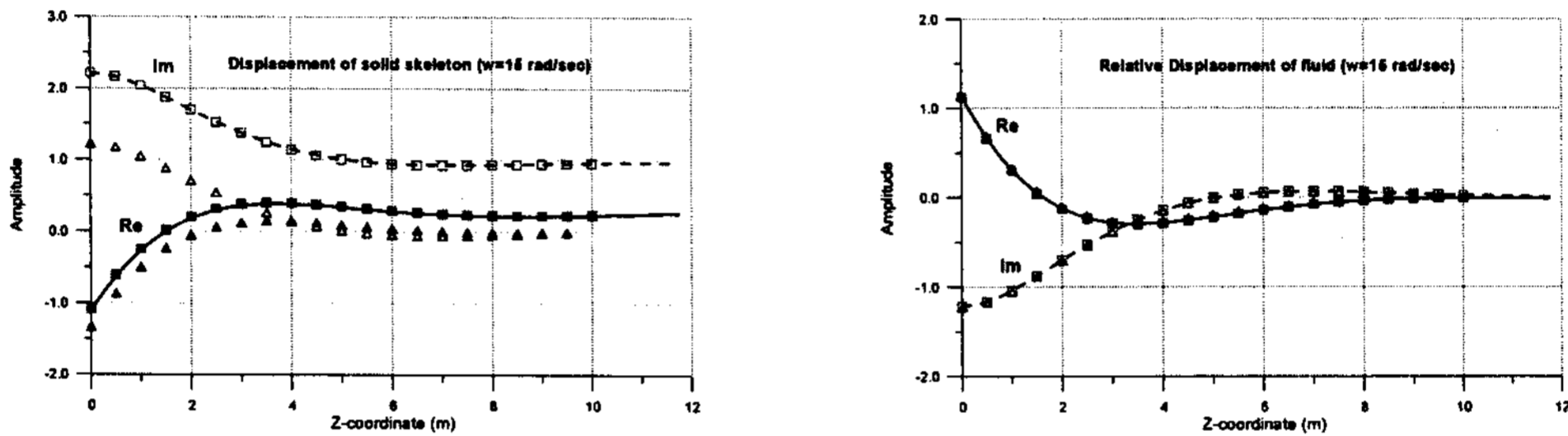


그림 4. 일차원문제에서 고체골격과 유체의 변위응답 비교 ( $\omega=15$  rad/sec)  
(이론해: —, ..... ) (FE 방법:  $\Delta$ ,  $\blacktriangle$ ) (FE-IE 방법:  $\blacksquare$ ,  $\square$  = P1 및 P2 파 사용)

#### 3.2 이차원 문제

이차원문제에서 제안된 무한요소의 특성을 분석하기 위하여 그림 5와 같은 문제를 해석하였다. 무한요소가 설치되는 위치  $x_0$ 값과 무한요소에 사용된 파동의 수가 해에 어떤 영향을 미치는지 분석하여 그림 6과 그림 7에 정리하였다. 이 논문에서는 무한요소의 형상함수로 물체파 만을 사용하였다. 이때 정해는  $x_0/B=500$ 인 유한요소 해이다. 분석결과, 파동함수를 많이 사용할수록 해의 정확성이 향상되며 근역 유한요소모델의 크기도 줄일 수 있었다. 따라서 표면파를 추가적으로 사용할 경우, 해의 개선효과가 크게 개선될 것으로 예상하고 이에 대한 연구를 수행 중에 있다.

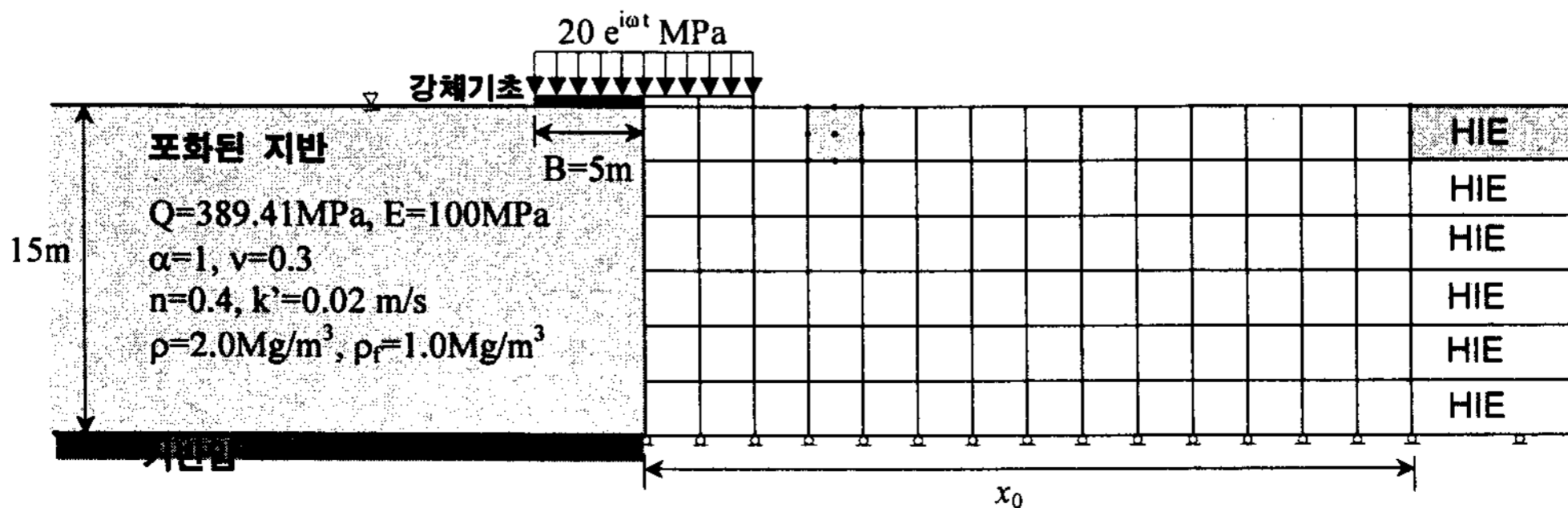


그림 5. 이차원 검증 예제 및 FE-IE 해석모델

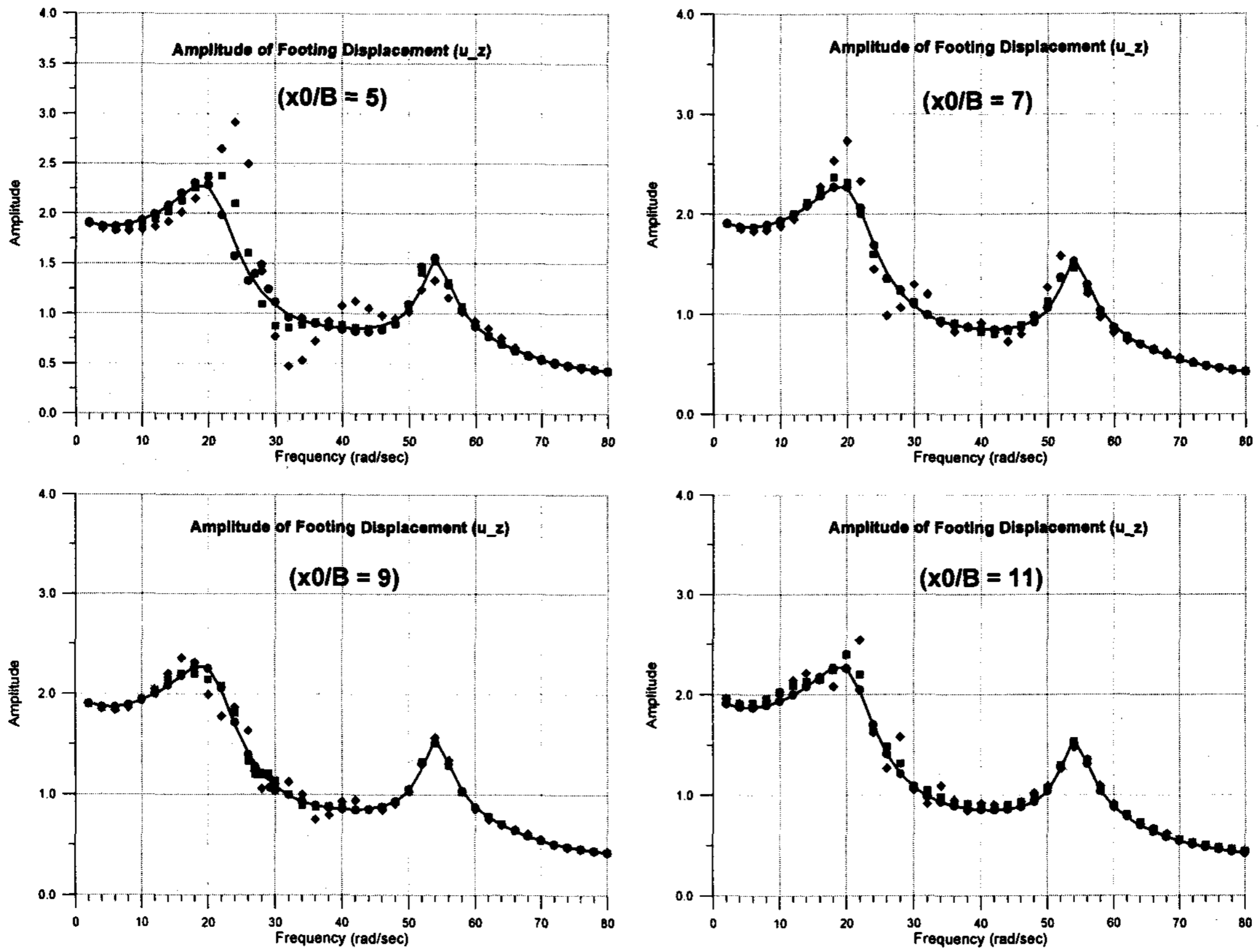


그림 6. 무한요소 위치와 사용된 파의 개수에 따른 강체 기초 수직운동의 컴플라이언스  
(정해: —) (FE-IE :  $\blacklozenge$  = 1개 파 사용,  $\blacksquare$  = 2개 파 사용,  $\bullet$  = 3개 파 사용)

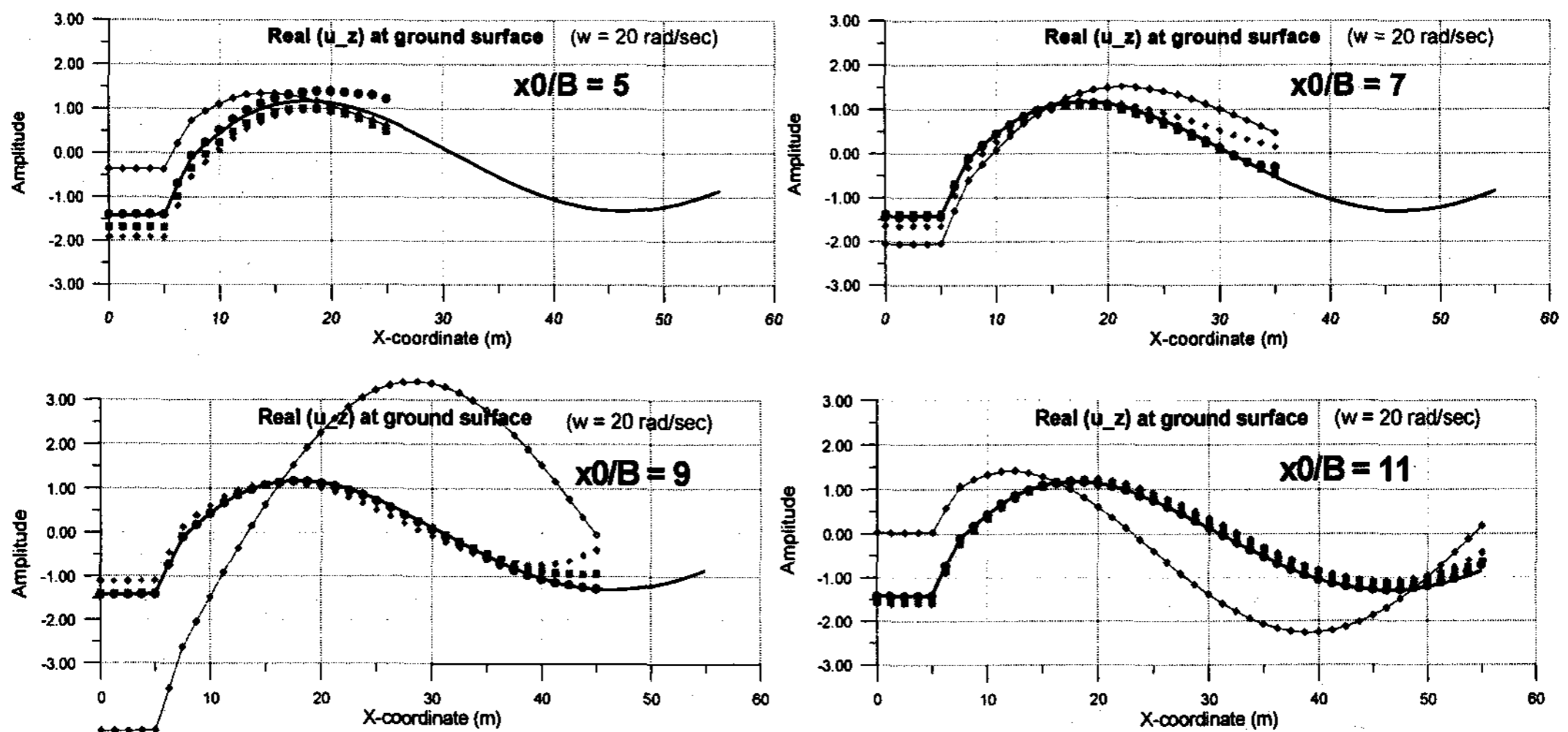


그림 7. 무한요소 위치와 사용된 파의 개수에 따른 지표면 고체골격 수직변위의 공간적 분포  
(정해: —) (FE only :  $\diamond$ ) (FE-IE :  $\blacklozenge$  = 1개 파 사용,  $\blacksquare$  = 2개 파 사용,  $\bullet$  = 3개 파 사용)

#### 4. 결론

이 연구에서는 포화된 2상 매질에서 파동전달을 묘사할 수 있는 주파수영역 동적무한요소를 제안하였다. 제안된 무한요소는 임의 개수의 파동함수를 변위근사 형상함수에 포함시킬 수 있는 장점이 있다. 일차원문제와 이차원문제에 대한 해석을 수행하고 이를 이론해 및 유한요소법에 의한 정해와 비교한 결과, 이 논문에서 제안한 무한요소가 정확하고 효과적임을 알 수 있었다.

#### 감사의 글

이 연구는 한국과학재단 목적기초연구(과제번호: R01-2003-000-10635-0)지원으로 수행되었습니다.

#### 참고문헌

1. Biot, M.A., "Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid: II. Higher frequency range", *J. Acous. Soc. Am.*, Vol. 28, No. 2, 1956, pp. 179-191.
2. Zienkiewicz, O.C. and Shiomi, T., "Dynamic behaviour of saturated porous media; The generalized Biot formulation and its numerical solution", *Int. J. Num. and Anal. Meth. Eng.*, Vol. 8, 1984, pp. 71-96.
3. Khalili, N, Valliappan, S., Yazdi, J.T., and Yazdchi, M., "1D infinite element for dynamic problems in saturated porous media", *Comm. Num. Meth. Eng.*, Vol. 13, 1997, pp. 727-738.
4. Khalili, N, Yazdchi, M., and Valliappan, S., "Wave propagation analysis of two-phase saturated media using coupled finite-infinite element method", *Soil Dyn. Earth. Eng.*, Vol. 18, 1999, pp. 533-553.
5. Nogami, T. and Kazama, M., "Dynamic response analysis of submerged soil by thin layer element method", *Soil Dyn. Earth. Eng.*, Vol. 11, 1992, 17-26.
6. Bougacha, S., Tassoulas, J.L., and Roesset, J.M., "Analysis of foundations on fluid-filled poroelastic stratum", *J. Eng. Mech., ASCE*, Vol. 119, No. 8, 1993, pp. 1632-1648.
7. Senjuntichai, T., "Green's function for multi-layered poroelastic medium and an indirect boundary element method", *Ph.D. Dissertation*, Dept. of Civil & Geological Eng., U. of Manitoba, Canada, 1994.
8. Akiyoshi, T., Sun, X. and Fuchida, K., "General absorbing boundary conditions for dynamic analysis of fluid-saturated porous media", *Soil Dyn. Earth. Eng.*, Vol. 17, 1996, pp. 397-406.
9. Sharma, M.D., "Dispersion in oceanic crust during earthquake preparation", *Int. J. Solids Str.*, 1999, Vol. 36, pp. 3469-3482.
10. Yun, C-B., Kim, J-M. and Hyun, C-H., "Axisymmetric elastodynamic infinite elements for multi-layered half-space", *Int. J. Num. Meth. Eng.*, Vol.38, 1995, pp. 3723-3743.