

# 색상 및 곡률기반 정점 재조정을 이용한 메쉬 간략화

최한균\*, 강의철\*, 김현수\*, 이관행\*  
\*광주과학기술원 기전공학과  
e-mail : [korwairs@gist.ac.kr](mailto:korwairs@gist.ac.kr)

## Mesh Simplification using Vertex Replacement based on Color and Curvature

Han-Kyun Choi\*, Eu-Cheol Kang\*, Hyun-Soo Kim\*, Kwan-Heng Lee\*  
\*Dept. of Mechatronics, Gwangju Institute of Science and Technology

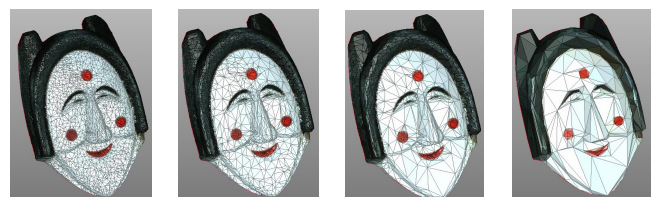
### 요 약

최근 3 차원 스캐닝(Scanning) 기술의 발달로 형상 및 색상 정보 데이터를 동시에 획득할 수 있게 되었다. 특히 한번의 측정으로 다량의 데이터를 확보할 수 있기 때문에 3 차원 데이터의 정합(Registration) 및 병합(Merging) 과정에서 계산량이 증가하게 된다. 또한 정합과 병합 후의 대용량 데이터 자체로는 3 차원 모델의 저장, 전송, 처리 및 렌더링(Rendering) 등의 과정에서 어려움이 있다. 따라서 모델의 기하 정보와 색상, 질감, 곡률 등의 속성 정보를 유지하면서 데이터의 양을 감소시키는 메쉬 간략화 기술이 필요하다. 현재 널리 쓰이는 이차 오차 척도(Quadric Error Metric) 방법으로 메쉬를 극심하게 감소하게 되면 오차가 누적되어 기하 정보 및 속성 정보가 소실된다. 본 연구에서는 이를 방지하기 위해 이차 오차 척도 감소화 과정에서 곡률과 색상 기반의 정점 재조정 방법을 제안한다.

### 1. 서론

3 차원 스캐닝 기술의 발전은 기하정보와 색상 정보의 측정을 가능하게 하였으며, 높은 정밀도와 넓은 영역의 데이터를 측정할 수 있게 하였다. 이렇게 획득된 대용량 3 차원 모델의 경우 Face 의 개수가 수 백만에서 수 천만까지 이른다. 특히 기하 정보 이외에 정점 색상(Vertex Color), 질감 정보(Texture Coordinate), 법선(Normal)과 같은 형상 정보를 포함 하게 되면 데이터의 양은 더욱 증가하게 된다. 데이터의 양의 증가는 시뮬레이션 및 디스플레이, 나아가서 처리 및 모델 형식 변환 등에 어려움을 준다. 메쉬의 간략화는 이러한 대용량 데이터의 조작을 용이하게 할 수 있게 한다. 하지만 이에 따르는 데이터 감소는 기하정보 오차뿐만 아니라 속성 정보의 오차를 발생시켜 원본 모델보다 전체적인 외형에 대한 충실도(Fidelity)를 감소시킨다. 이러한 정밀도 저하를 막기 위한 기존의 기하정보를 고려한 연구는 활발히 이루어졌으나 속성 정보를 고려한 메쉬 간략화 기술은 지금까지는 활발히 이

루어지지 않고 있다. 본 논문은 모델의 기하 정보뿐만 아니라 곡률, 색상과 같은 속성 정보를 유지하며 3 차원 모델을 간략화 시키는 방법(그림 1)을 제안 한다. 이를 위해 메쉬 간략화 과정 중 색상 오차와 모델의 곡률을 측정하여 양방향 필터(Bilateral Filter)로 비용을 계산하고 이를 통한 정점 재조정 방법을 사용한다. 제안된 방법은 질감 및 법선 같은 다른 속성 정보로 쉽게 확장이 가능하다.



(a) Faces : 20,000 (b) Faces : 10,000 (c) Faces : 5,000 (d) Faces : 1,000

(그림 1) 형상 정보와 색상 정보를 고려한  
메쉬 간략화

2. 관련 연구 및 배경

메쉬 간략화 기술은 필요 이상의 다각형을 제거하여 간단한 모델을 만드는 기술로 원본 모델과 감소후의 모델 사이의 충실도가 중요한 문제이며 기존의 많은 연구들이 기하 정보 측면에서 행해졌다[1,5,6]. 그러나 속성 정보가 추가된 모델은 기존의 연구로 충실도를 유지할 수 없었고 이러한 점을 해결하기 위해 기하 정보와 속성 정보를 동시에 고려한 연구가 진행되었다[2, 3].

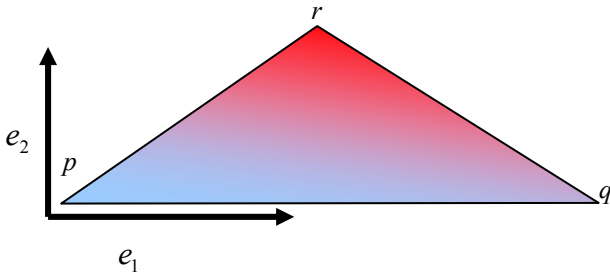
2.1 이차 오차 척도(Quadric Error Metric)

Garland 와 Heckbert 는 1999, 1998 년 각각 이차 오차 척도방법[1]과 질감과 색상을 고려한 확장된 이차 오차 척도[2] 방법을 제안했다. 삼각형은 정점의 집합으로 표현 될 수 있으며, 여기서 획득된 법선 벡터  $n$  을 이용, 3 차원 공간상의 평면으로 확장 할 수 있다. 이 평면과 임의의 정점  $v$  와의 거리는 식 (1), (2)에 의해 표현 될 수 있다.

$$Q^f(v) = (n^T v + d)^2 = v^T (nn^T)v + 2dn^T v + d^2 \quad (1)$$

$$Q^f = (A, b, c) = ((nn^T), (dn), d^2) \quad (2)$$

여기서  $A$  는 3x3 대칭행렬(Symmetric Matrix) 이며  $b$  는 크기가 3 인 열 벡터(Column Vector),  $c$  는 스칼라 값이다.



(그림 2) 삼각형(p, q, r)내에서의 Orthonormal Vector

확장된 이차 오차 척도[2]에서는 기존의 위치 정보  $[x, y, z]^T$ 에 색상 정보  $[x, y, z, r, g, b]^T$ 가 추가 되었다. 이는 3 차원을 6 차원으로 확장한 개념이다. 뿐만 아니라  $n$  차원( $R^n$ )으로 확장이 가능하다. (그림 2)와 같이  $n$  차원의 정규 직교 벡터를 각각  $e_1, e_2$  라 정의하고, Gram-Schmidt 의 직교 정리를 이용하면 식 (3)을 얻을 수 있다.

$$e_1 = \frac{q-p}{\|q-p\|}, \quad e_2 = \frac{r-p - (e_1 \cdot (r-p))e_1}{\|r-p - (e_1 \cdot (r-p))e_1\|} \quad (3)$$

$n$  차원 임의의 정점인  $v$  와  $p$  의 직선 거리 제곱은 식 (4)와 같이 표현 될 수 있다. 여기서  $u = (v-p)$  이다.

$$\|u\|^2 = (u \cdot e_1)^2 + \dots + (u \cdot e_n)^2 \quad (4)$$

(그림 2)의 삼각형을 확장한 평면을  $T$  라 하고 임의의 정점  $v$  와  $T$  의 수직거리를  $D$  라 하면 식 (5)와 같이 표현될 수 있다.

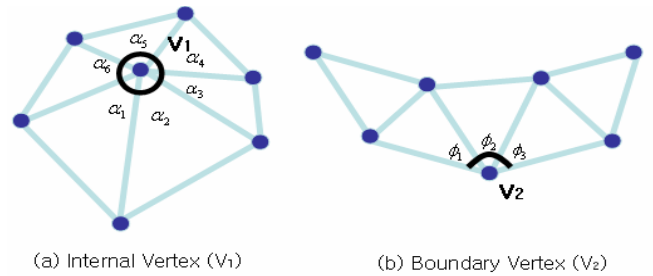
$$D^2 = (u \cdot e_3)^2 = \|u\|^2 - (u \cdot e_1)^2 - (u \cdot e_2)^2 \quad (5)$$

식 (5)를 전개하여 식 (2)와 같이 표현 하면 식 (6)을 얻을 수 있으며, 이 수식은 본 논문에서 모서리 붕괴(Edge Collapse) 비용을 계산한다.

$$\begin{aligned} A &= I - e_1 e_1^T - e_2 e_2^T \\ b &= (p \cdot e_1)e_1 + (p \cdot e_2)e_2 - p \\ c &= p \cdot p - (p \cdot e_1)^2 - (p \cdot e_2)^2 \end{aligned} \quad (6)$$

2.2 곡률(Curvature)과 양방향 필터(Bilateral Filter)

곡률은 3 차원 모델의 형상 정보 특성을 나타내는 지표중의 하나로, 본 논문은 가장 대표적인 곡률 식 중에 하나인 가우시안 곡률(Gaussian Curvature)를 사용하였고, 이는 (그림 3)과 식 (7)과 같이 표현되며 (a)는 내부 정점(Internal Vertex) (b)는 경계 정점(Boundary Vertex)을 의미한다.



(그림 3) 내부 정점 과 경계 정점

$$\begin{aligned} K &= \frac{3(2\pi - \sum_{i=1}^k \alpha_i)}{A} \quad (\text{Internal Vertex}) \\ K &= \frac{3(\pi - \sum_{i=1}^k \phi_i)}{A} \quad (\text{Boundary Vertex}) \end{aligned} \quad (7)$$

$K = \text{Gaussian Curvature}$   
 $k = 1\text{-Ring Neighbor of } V$   
 $A = \text{Area of Mesh}$

양방향 필터는 이미지 프로세싱(Image Processing) 기법 중에 하나로, 이미지 스무딩에 효과적이다[7,8]. 어떤 이미지 입력이  $I$  이면  $p$  픽셀(Pixel)의 출력  $E(p)$  는 주위 픽셀  $q$  와의 공간적 거리(Spatial Distance)와 신호 차이에(Signal Difference) 의해서 결정된다.

$$E(p) = \frac{1}{k(p)} \sum_{q \in \Omega} I(q) f(q-p) g(I(q)-I(p)) \quad (8)$$

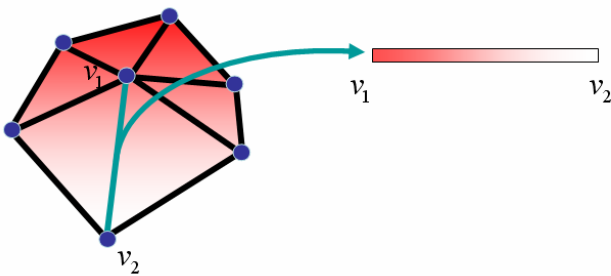
식 (8)에서  $k(p)$ 는 정규화 인자(Normalization Factor)로 식 (9)로 표현될 수 있다.

$$k(p) = \sum_{q \in \Omega} f(q-p)g(I(q)-I(p)) \quad (9)$$

여기서  $f$ 는 공간적 가우시안(Spatial Gaussian),  $g$ 는 가우시안 영향의 가중치(Gaussian Influence Weight)이며  $\Omega$ 는  $p$  인접한 픽셀이다. 이러한 양방향 필터를 이용하여 전혀 다른 차원의 두 값인 곡률과 색상의 가중치를 계산할 수 있다.

**3. 색상 및 곡률 기반 정점 재조정을 이용한 메쉬 간략화**

색상 및 곡률 기반 정점 재조정을 위해서는 우선 색상의 오차에 대한 정의가 필요하다. 메쉬에서의 색상의 오차는 색상 자체의 유클라디안 거리와 모서리 길이에 비례한다. 색상 변화에 대한 개략도는 (그림 4)와 같다.

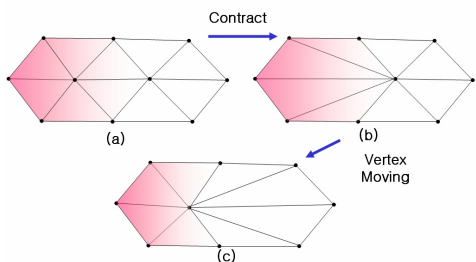


(그림 4) 메쉬 안에서의 색 변화

(그림 4)에 표현된 색상의 변화  $E_{color}$ 는 식 (10)과 같이 표현 할 수 있다.

$$E_{color} = \|v_1 - v_2\| \cdot \|v_1 - v_2\|_{color} \quad (10)$$

메쉬 간략화 방법 중에서 널리 쓰이는 방법은 모서리 붕괴이다. 간략화 과정 중 색상 변화나 곡률 변화가 심한 부분의 모서리는 붕괴 하지 말아야 한다. 그러나 경우에 따라선 이러한 조건을 만족시키지 못하여 전체적인 외형의 충실도를 저하시킨다. 이러한 점을 해결 하기 위해서는 모서리 붕괴 후에, 정점을 곡률과 색상을 고려하여 재조정 해야 한다. 또한 정점의 재조정은 간략화 초기에 발생하는 오차를 적게 할 뿐만 아니라 간략화 과정 중에 발생하는 누적오차 또한 줄이는 효과가 있다.



(그림 5) 모서리 붕괴 후 정점 재조정

메쉬 간략화 과정 중 정점 재조정은 (그림 5)와 같이 표현될 수 있다. 이러한 일련의 과정은 가우시안

스무딩(Gaussian Smoothing) 이론에 기초하고 있으며, 식 (11)에 나타난  $\lambda$ 값은 곡률과 색상을 고려한 양방향 필터에 의해 결정 하였다.

$$\Delta v_i = \frac{1}{d} \sum_{(i,j)} (v_j - v_i) \quad (11)$$

$$v_i = v_i + \lambda \Delta v_i$$

여기서  $v_i$ 는 임의의 정점이며  $v_j$ 는 그에 이웃하는 정점이다. 이러한 일련의 과정을 <표 1>의 Pseudo Code 로 표현 하였다. 모서리 붕괴는 식 (6)에 의하여 계산된 오차에 의해 결정되며 곡률 및 색상의 오차는 식 (7)과 식 (10)이 사용 되고 알고리즘의 전체적 흐름은 식 (8)에 따른다.

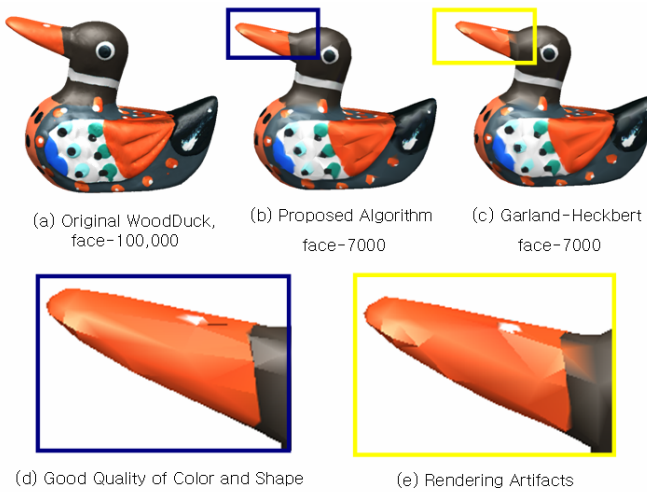
<표 1> 제안된 알고리즘

```

Replacement Vertex v
{q_i} = neighborhood(v)
N = |{q_i}|
sum = 0
normalizer = 0
for i = 0; to N
    t = ( (2π - Φ) / (1/3 A) )_v - ( (2π - Φ) / (1/3 A) )_{q_i}
    h = ||v - q_i|| × ||v - q_i||_{color}
    w_k = σ_k^2 - e^(-t^2 / (2σ_k^2))
    w_c = σ_c^2 - e^(-h^2 / (2σ_c^2))
    sum += λ · (v - q_i) · (w_c · w_k) · c
    normalizer += w_k · w_c · c
end
return
Vertex v* = v + (sum / normalizer)
    
```

**4. 실험 및 결과**

(그림 5)는 직접 측정된 Wood Duck 모델을 10 만개의 다각형에서 7,000 개로 간략화 한 경우이며, 제안된 방법과 [2]방법의 결과를 비교한 것이다. (그림 6)은 같은 방법으로 다각형 5,000 개의 Gist Drum 모델에 대한 결과 비교이다.



(그림 5) Wood Duck 모델의 실험 결과



(그림 6) GIST Drum 모델의 실험 결과

이와 같은 실험을 바탕으로 <표 2>와 같이 간략화 모델과 원본 모델에 대한 이미지 픽셀 상호간의 기하 오차 측정(RMS)를 하였다.

<표 2> 색상 정보에 대한 오차 측정

모델	Face	RMS Color Error	
		Garland's[2]	제안 방법
Wood Duck	10,000	11.5630	13.7884
	7,000	14.2123	14.4710
Gist Drum	10,000	7.4918	7.3759
	5,000	10.5249	10.5170

### 5. 결론 및 향후 연구

제안된 방법은 3 차원 모델의 기하 정보뿐만 아니라 곡률, 색상의 속성 정보를 고려하였다. 상대적으로 속성 정보가 추가되면 복잡도가 증가하여 간략화의 수행의 어려움이 생긴다. 본 논문은 이러한 점을 해결하기 위하여 곡률과 색상을 고려한 양방향 필터를 제안하였다. (그림 5)에서는 모델의 부리 부분, (그림 6)은 모델 눈 부분의 외형적인 충실도가 기존의 연구보다 증가했다. 특히, 곡률과 색상 기반의 정점 재조정에 의하여 보다 매끄럽고 원래 모델의 색상을 유지하는 방향으로 간략화가 진행되었다.

본 논문에서는 정점의 재조정을 위해 내부적으로 메쉬 스무딩 기법을 사용하기 때문에 <표 2>에서 나타나듯이 닫힌 곡면(Closed Surface)에서는 부분적인 모델 축소에 의해서 RMS 오차가 다소 증가 하고 있다. 따라서 향후 연구로 모델의 축소 현상을 방지 하는 연구를 수행할 계획이다.

### 감사의 글

본 연구는 광주과학기술원 실감방송 연구센터를 통한 정보통신부 대학 IT 연구센터(ITRC) 사업의 지원과 광주과학기술원 실감 콘텐츠 연구센터(ICRC)를 통한 과학기술부 특정 연구개발 사업의 지원에 의한 것입니다

### 참고문헌

- [1]Garland and Heckbert. "Surface Simplification using quadric error metric", In *Computer Graphics(SIGGRAPH '97 Proceedings )*, pp. 209-216, 1997.
- [2] Garland and Heckbert. "Simplifying surfaces with color and texture using quadric error metric", in *visualization '98 Proceedings*, IEEE, pp.263-269, 1998.
- [3] H. Hoppe, .New quadric metric for simplifying meshes with appearance attributes., in *Proceedings Visualization '99*, pp. 59.66, 1999.
- [4]Paul S. Heckbert and Michael Garland. " Survey of polygonal surface simplification algorithm" , In *Multi-resolution Surface Modeling Course Note*, ACM SIGGRAPH, 1997.
- [5]Lori Scarlatos and Theo Pavlidis. " Hierarchical triangulation using cartographic coherence" , *CVGIP: Graphical Models and Image Processing*, 54(2): 147-161, 1992.
- [6]Leila De Floriani and Enrico Puppo. " A hierarchical triangle-based model for terrain description" , *Theories and Method of Spatio Temporal Reasoning in Geomorphic Space*, 236-251, Springer-Verlag. 1992.
- [7]Smith, S and Brady, J. "A new approach to low level image processing", *IJCV*, 23, 45-78, 1997.
- [8]Tomasi, C and Manduchi, R. "Bilateral filtering for gray and color images", In *Proc. IEEE Int. conf. on computer vision*, 836-846, 1998.