

예압에 따른 압전 변환기의 공진 특성

Variation in the Vibration Characteristics of Piezoelectric Transducers due to Pre-Pressure

김대승* · 김진오**

Dae Seung Kim and Jin Oh Kim

Key Words : Piezoelectric Transducer(압전 변환기), Vibration Resonance(공진), Pre-Pressure(예압)

ABSTRACT

This paper presents an analytical approach to describe the variation in the vibration characteristics such as the natural frequency of a piezoelectric transducer under static pre-pressure. The transducer considered in this paper is a bolt-clamped Langevin-type transducer, which consists of a couple of piezoelectric discs, a couple of metal blocks for added mass effect, and a bolt to tighten them. A new analysis model for the transducer has been developed by taking into account the contact area between the piezoelectric ceramic and the metal block. The variation of the resonance frequency due to the pre-pressure has been calculated compared with other results.

1. 서 론

진동수 범위가 수십 kHz 또는 그 이상인 진동을 활용하는 초음파 기술들은 초음파가 전파하는 신호를 계측에 이용하는 센서 기술과 초음파가 전달하는 에너지를 이용하는 역추에이터 기술로 분류될 수 있다.⁽¹⁾ 초음파 에너지를 이용하는 기술은 드릴, 절삭, 용접, 세정, 모터 등의 분야에 활용되어 왔다. 이러한 용도의 초음파 발생에 압전 세라믹으로 구성된 변환기가 주로 사용된다.⁽²⁾

초음파의 에너지를 이용하기 위해서는 압전 변환기의 출력 파위가 커야 하므로 큰 압축-팽창을 반복한다. 그런데 세라믹 재료는 인장에 취약하므로, 취성 파괴를 예방하기 위해서 볼트 체결에 의한 압축 하중을 가한 상태에서 작동되는 변환기를 사용한다. 이러한 변환기를 BLT(Bolt-clamped Langevin-type Transducer)라 부른다. 이러한 BLT의 단면도가 Fig. 1에 보여있다. 세라믹의 고유진동수가 높으므로 이를 낮추기 위해서 압전 세라믹 양쪽에 금속 블록을 결합하여 부가질량 효과를 준다.⁽³⁾

그런데 예압 형태의 압축하중이 변환기의 고유진동수를 변화시킨다.⁽⁴⁾ 따라서 변환기 설계 시에 예압을 고려한 해석이 필요하다. 지금까지 보고된 연구들은 대개 압축 하중이나

입력 전압의 크기에 따른 압전 세라믹의 물성치 변화에 초점이 맞춰져 있다.^(5,6) 그러나 압축 하중의 크기가 작을 때에는 물성치 변화가 별로 나타나지 않으므로, 물성치 변화로써 고유진동수 변화를 설명하는 데에 한계가 있다. 압전 세라믹과 금속 블록의 접촉 면적 변화로 고유진동수 변화를 설명한 이론이 있으나,⁽⁷⁾ 모델링에 사용된 경계조건이 가역성(reciprocity)를 충족시키지 못하므로 불완전하다.

본 논문은 압전 변환기의 예압에 따른 고유진동수 변화를 설명하는 해석 모델을 세우는 것을 목적으로 한다. 우선, 예압에 따른 압전 세라믹의 물성치 변화로는 압전 세라믹과 압전 BLT의 예압에 따른 공진 특성 변화를 설명하기에 한계가 있음을 밝힌다. 그리고 나서, 압전 세라믹과 금속 블록의 접촉 면적을 함수로 하는 새로운 변환기 해석 모델을 제시하여, 예압에 따른 공진특성 변화를 해석하고 그 결과를 실험 결과와 비교하여 검증한다.

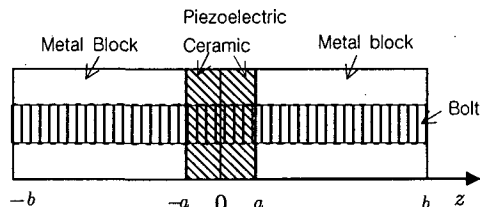


Fig. 1 Structure of a bolt-clamped Langevin-type transducer

* 숭실대학교 대학원 기계공학과
** 숭실대학교 공과대학 기계공학과
E-mail: jokim@ssu.ac.kr
Tel:(02)820-0662, Fax:(02)820-0668

2. 압전 세라믹의 물성치와 공진 특성

2.1 압력에 따른 압전 세라믹의 물성치 변화

압전현상을 나타내는 지배식은 Gibbs의 자유 에너지식을 열역학 1, 2, 법칙에 적용하여 얻는다.⁽²⁾ 전기장과 응력의 방향이 분극(poling) 방향과 z축 방향으로 나란할 때 지배식을 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$D_3 = \epsilon_{33}^T E_3 + d_{33}^d T_3, \quad S_3 = d_{33}^c E_3 + s_{33}^E T_3 \quad (1,2)$$

여기서 E, D, T, S 는 각각 전기장, 전기적 변위, 응력, 변형률이고, ϵ_{33}^T 는 일정한 응력 상태에서의 유전율, s_{33}^E 는 일정한 전기장 상태에서의 유연성, d_{33}^d 는 정압전 변형률 상수이며 d_{33}^c 는 역압전 변형률 상수이다. 식 (1)과 (2)는 Zhang⁽⁸⁾과 Yang⁽⁹⁾의 방법을 설명하는 데에 사용된다.

식 (1)과 (2)를 E_3 와 T_3 에 관한 식으로 다시 쓰면 다음과 같다.

$$T_3 = c_{33}^D S_3 - h_{33} D_3, \quad E_3 = -h_{33} S_3 + \beta_{33}^S D_3 \quad (3,4)$$

여기서 c_{33}^D 는 일정한 전기적 변위 상태에서의 강성이고, h_{33} 은 압전 응력 상수, β_{33}^S 는 일정한 변형률 상태에서의 역유전율이다.

정적인 압력 T_3 를 일정하게 유지시킨 상태에서 교류 전기장 E_3 를 가하여 D_3 를 측정해 식 (1)로부터 ϵ_{33}^T 를 구하고, S_3 을 측정해서 식 (2)로부터 d_{33}^c 를 구한다. 전기장이 0 일 때 압력 T_3 를 가하여 D_3 를 측정해 식 (1)로부터 d_{33}^d 를 구하고, S_3 을 측정해서 식 (2)로부터 s_{33}^E 를 구한다.^(8,9)

Zhang⁽⁸⁾은 압전 세라믹 PZT-5H, PZT-5A, PZT-4를 사용하고, Yang⁽⁹⁾은 EDO사의 압전 세라믹 EC-65와 EC-69를 사용하여 압력을 150 MPa까지 증가시켜 가며 물성치를 관찰하였다.

PZT-5H나 EC-65와 같이 무른 유형의 세라믹은 예압이 50 MPa 정도 되면 압전 효과를 50% 이상 잃게 되므로 BLT에 적합하지 않다. 반면에 PZT-4나 PZT-8 또는 EC-69와 같이 단단한 유형의 세라믹은 비교적 높은 압축 하중을 받더라도 압전 상수는 증가하고 또한 전기-기계 결합 계수가 증가하므로 BLT로 사용하기에 적합하다.^(8,9)

2.2 예압에 따른 압전 세라믹의 공진 특성

두께방향 진동을 하는 압전 세라믹의 구조식은 (3)-(4)와 같다. 이로부터 유도되는 파동 방정식은 다음과 같다.⁽¹⁰⁾

$$\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (5)$$

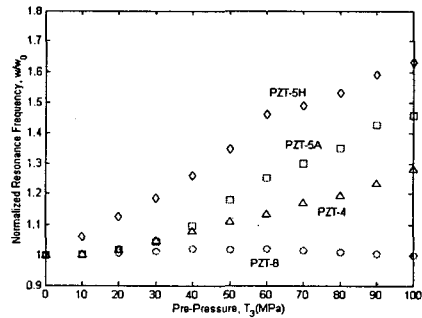
여기서 $u(z, t)$ 는 진동 변위, $c_0 (= [c_{33}^D / \rho]^{1/2})$ 는 종방향

파동의 전파속도이고, ρ 는 밀도이다. 경계조건($T_3 = 0$)을 적용하여 결정된 변위 $U(z)$ 를 구하고, 이를 식 (4)에 대입하여 E_3 를 구한다. 이로부터 전압 $V = \int E_3 dx$ 가 얻어지고, 세라믹의 면적 S 를 통과하는 전류는 $i = j\omega D_3 S$ 로 구해진다. 이로부터 세라믹의 임피던스 $|Z| = |V/i|$ 는 다음과 같이 된다.

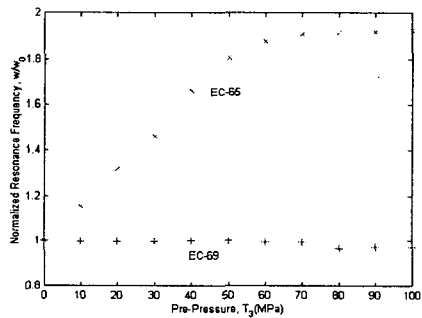
$$|Z| = \left| \frac{1}{j\omega C_0} \left(1 - 2 \frac{h_{33}^2}{\beta_{33}^S a} \frac{1 - \cos pa}{pc_{33}^D \sin pa} \right) \right| \quad (6)$$

여기서 $p = w/c_0$ 이고, $C_0 (= S / [\beta_{33}^S a])$ 는 캐패시턴스이다. 임피던스를 최소로 하는 w 값이 고유 진동수이다.

압력에 따른 압전 세라믹 PZT의 물성치 변화 데이터⁽⁸⁾를 사용해 두께가 $a=6.3$ mm인 압전 세라믹의 공진 주파수를 식 (6)으로부터 그래프를 Fig. 2(a)에 나타내었다. 압력에 따른 압전 세라믹 EC의 물성치 변화 데이터⁽⁹⁾를 사용해 동일한 과정으로 구한 그래프를 Fig. 2(b)에 나타내었다. 무른 유형의 세라믹 EC-65, PZT-5H와 PZT-5A에서는 압력에 따라 공진 주파수의 변화가 큰 반면, 아주 단단한 유형의 세라믹 EC-69 및 PZT-8의 변화는 거의 없다. 그리고 PZT-4는 이들의 중간 정도로 나타난다. 예압에 따른 공진 주파수 증가는 대체로 유연성에 비례함을 알 수 있다.



(a) PZT



(b) EC

Fig. 2 Variation in the resonance frequency of piezoelectric ceramics due to pre-pressure.

3. 압전 변환기의 공진 특성 변화

3.1 압전 변환기의 진동 해석

Fig. 1에 보인 대칭 구조 랑주방향 변환기에서 다섯 개의 경계면에 대한 경계 조건을 설정하여 해를 구하려면 과정이 상당히 복잡해진다. 대칭면의 한 쪽 부분($0 \leq z \leq b$)만을 대상으로, 대칭면이 고정된 경계조건을 설정하여 해를 구한다. 이러한 해석 방법은 비틀림 진동 변환기에 적용된 바 있다.⁽³⁾

압전 세라믹의 지배 방정식은 식 (3), (4)와 같고, 탄성 블록의 지배 방정식은 식 (3)에서 $h_{33} = 0$ 이다. 따라서 압전 세라믹에 대한 해와 금속 블록에 대한 해는 각각 식 (5)의 c_1 에 적절한 물성치를 대입하여 구한다. 변환기의 대칭면이 고정된 상태로 간주할 때, $z=0$ 에서 $U=0$ 이고, $z=a$ 에서 $U=U_m$ 및 $T=T_m$ 이며, $z=b$ 에서 $T_m=0$ 인 경계조건을 적용하여 변위해 $U(z)$ 를 구하고 전기장 $E_3(z)$ 를 구한 후, 임피던스 $|Z|$ 를 유도하면 다음과 같이 된다.

$$|Z| = \left| \frac{1}{wC_0} \left(1 - \frac{h_{33}^2}{\beta_{33}^2 a} \frac{\phi_1}{\phi_1 p c_{33}^D \cot pa - \phi_2 q Y_m} \right) \right| \quad (7)$$

식 (7)에서 임피던스 최소인 지점이 공진 주파수가 되며, 최대인 지점이 반공진 주파수가 된다.

3.2 예압에 따른 압전 변환기의 특성 변화

압전 세라믹은 제작 방법으로 인해 약간 휘어지게 되는데, 이를 조금 과장하면 압전 세라믹과 결합할 때 접촉면적이 단면적보다 작으며, 예압이 가해질 때 면적이 증가하여 변환기 전체 특성이 변화한다.⁽⁷⁾ 이러한 예압으로 인한 접촉면적 변화가 공진 특성에 미치는 영향을 파악한다.

세라믹과 금속 블록 사이의 에너지의 유출입은 접촉면을 통해 이루어진다. 세라믹과 금속 블록의 간극이 수 μm 이내 이므로, Fig. 3처럼 접촉면에 파동의 진행을 방해하는 슬릿이 있는 것처럼 묘사할 수 있다. 파장이 금속 블록이나 세라믹의 직경보다 크다면 슬릿의 효과는 전기 회로처럼 이산 음향 등가 회로의 인덕턴스 L_a 로 등가화 된다.⁽¹¹⁾ 그러나 이러한 슬릿은 더 이상 1차원적 해석을 불가능케 한다. 따라서 슬릿, 즉 간극에 의한 파워 손실을 고려하여 간극 대신 접촉부의 면적과 같은 크기의 단면을 가지는 실린더가 있는 것으로 가정해서 1차원적 해석을 실시한다.

이것을 복소평면 ($z=r+i$)에 나타내면 Fig. 3과 같다.

$z=0$ 에서 세라믹 방향으로의 이산 인덕턴스 L_a 와 금속 블록 방향으로의 이산 인덕턴스 L_a^m 을 유도하고, 총 인덕턴스 L_a^T 를 구하면 다음과 같다.

$$L_a^T = L_a + L_a^m = \frac{4(\rho + \rho_m)}{\pi D} \ln \left(\frac{\alpha}{2} + \frac{1}{2\alpha} \right) \quad (8a)$$

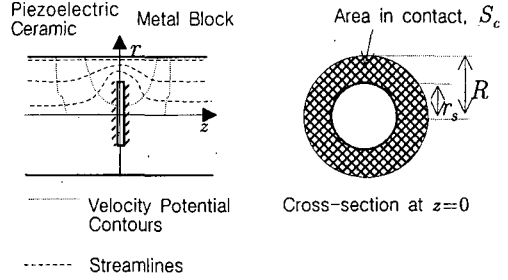


Fig. 3 Two-Dimensional wave propagation at the area in contact

$$\alpha = -\tan \left(\frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{S_s}{S}} \right) + \sec \left(\frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{S_s}{S}} \right) \quad (8b)$$

여기서 S 는 세라믹과 금속블록의 단면적이고 S_s 는 간극의 면적이며 D 는 세라믹과 금속블록의 둘레 길이이다. 이 때 세라믹 방향과 금속블록의 방향으로의 실린더의 길이 l_e 가 같아야 하므로, 이로부터 파워 전달률을 구한다.

그럼 접촉부에 단면이 S_c 이고 길이가 $2l_e$ 인 실린더가 추가된 압전 변환기의 해를 구하는 과정에서 $n = S_c/S$ 이며 특성 방정식이 다음과 같이 얻어진다.

$$(\phi_4 + \cot pa) - n(\phi_4 - \tan pa) = 0 \quad (9)$$

여기서 ϕ_4 는 다음과 같다.

$$\phi_1 = \tan qd \sin qc + \cos qc, \quad \phi_2 = \tan qd \cos qc - \sin qc \quad (10a, b)$$

$$\phi_3 = \frac{n\phi_1 q Y_m \sin qc + \phi_2 q Y_m \cos qc}{n\phi_1 q Y_m \cos qc - \phi_2 q Y_m \sin qc} \quad (10c)$$

$$\phi_4 = \frac{\phi_3 p c_{33}^D \sin pb \sin qb + p c_{33}^D \sin pb \cos qb}{\phi_3 p c_{33}^D \cos pb \sin qb + p c_{33}^D \cos pb \cos qb} + \frac{\phi_3 q Y_m \cos pb \cos qb - q Y_2 \cos pb \sin qb}{-\phi_3 q Y_m \sin pb \cos qb + q Y_m \sin pb \sin qb} \quad (10d)$$

압력에 따른 압전 세라믹 PZT의 물성치 변화 데이터⁽⁷⁾로부터 압전 세라믹의 두께가 $a=6.30 \text{ mm}$ 이고 알루미늄 두께가 40 mm ($b=46.3 \text{ mm}$)인 압전 변환기의 공진 주파수를 식 (9)로부터 구해서 정규화한 그래프를 Fig. 5(a)에 나타내었다. 그리고 압력에 따른 압전 세라믹 EC의 물성치 데이터⁽⁷⁾

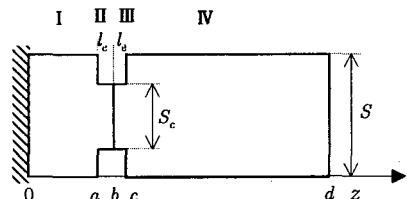
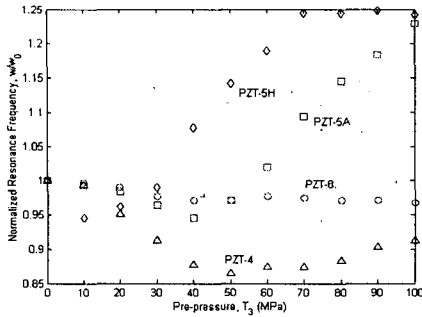


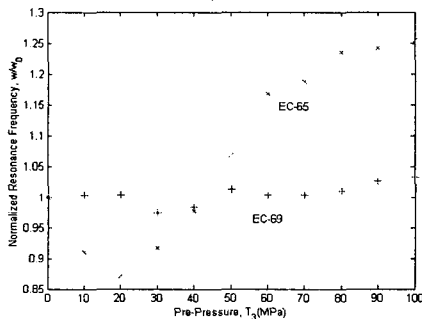
Fig. 4 Two cylinders-added model between the piezoelectric ceramic and the metal block

참고 문헌

- (1) 김진오, "초음파를 이용한 센서 및 액추에이터," 한국 소음진동공학회지, 제10권, 제5호, pp. 723-728, 2000.
- (2) I. J. Busch-Vishniac, *Electromechanical Sensors and Actuators*, Springer-Verlag, New York, 1993, Chapter 6.
- (3) 권오수, 김진오, "랑주방형 압전 비틀림 변환기의 진동특성," 대한기계학회논문집 A, 제25권, 제8호, pp. 1197-1205, 2001.
- (4) F. J. Arnold, S. S. Muhlen, "The resonance frequencies on mechanically pre-stressed ultrasonic piezotransducers," *Ultrasonics*, Vol. 39, pp. 1-5, 2001.
- (5) R. Nishi, "Effects of one-dimensional pressure on the properties of several transducer ceramics," *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 40, No. 2, pp. 486-495, 1996.
- (6) C. H. Xu, J. H. Hu, H. L. W. Chan, "Behavior of a PZT ring under non-uniform mechanical stresses," *Ultrasonics*, Vol. 39, pp. 735-742, 2002.
- (7) F. J. Arnold, S. S. Muhlen, "The mechanical pre-stressing in ultrasonic piezotransducers," *Ultrasonics*, Vol. 39, pp. 7-11, 2001.
- (8) Q. M. Zhang, J. Zhao, K. Uchino, and J. Zheng, "Change of the weak-field properties of $PB(ZrTi)O_3$ piezoceramics with compressive uniaxial stresses and its links to the effect of dopants on the stability of the polarizations in the materials," *Journal of Material Research*, Vol. 12, No. 1, pp. 226-234, 1997.
- (9) G. Yang, W. Ren, S. F. Liu, A. J. Masys, and B. K. Muskherjee, "Effects of uniaxial stress and DC bias field on the piezoelectric, dielectric, and elastic properties of piezoelectric ceramics," *Proceedings of 2000 IEEE Ultrasonic Symposium*, Vol. 2, pp. 1005-1008.
- (10) D. K. Miu, *Mechatronics : Electromechanics and Contromechanics*, Springer-Verlag, New York, 1999, Chapter 6.
- (11) M. Morse and K. Ingard, *Theoretical Acoustics*, Princeton, New Jersey, 1968, Chapter 9.



(a) PZT ceramic



(b) EC ceramic

Fig. 5 Variation in resonance frequency of a piezo-electric transducer due to pressure

로부터 계산된 결과를 Fig. 5(b)에 나타내었다. 무른 유형의 세라믹 EC-65, PZT-5H와 PZT-5A를 사용한 변환기의 압력에 따른 공진 주파수의 변화는 대략 1.25 배로 7 kHz 정도 증가한다. 반면 아주 단단한 유형의 세라믹 EC-69 및 PZT-8을 사용한 변환기의 공진 주파수의 변화는 거의 없고, PZT-4를 사용했을 경우는 50 MPa까지 0.12 배로 3 kHz 정도 감소를 보인다. 예압에 의한 압전 변환기의 공진 주파수의 변화는 금속 블록의 두께로 인해 변화폭이 상당히 적어 보이며, 대체로 압력이 작을 때는 오히려 공진 주파수가 조금 감소한다.

4. 결론

압전 변환기의 예압에 따른 고유진동수 변화를 설명하는 해석 모델을 개발하였다. 예압에 따른 압전 세라믹의 물성치 변화 데이터를 활용하여, 해석 모델에서 유도한 특성 방정식으로부터 변환기의 공진 주파수를 계산하였다. 계산 결과를 예압의 크기에 따른 크기를 표현하여, 압전 세라믹의 유형에 따라 다른 양상으로 변화하는 변환기 공진 주파수를 확인 하였다.