

절점 해석 기법을 이용한 탄성지지 장비 시스템의 고체음 전달 해석

Structureborne Noise Transfer Analysis Using Pole Parameter Method for Resiliently Mounted Equipment

°최태묵* · 김태석** · 조대승* · 정정훈***

°Tae-Muk Choi*, Tae-Suk Kim**, Dae-Seung Cho*, Jung-Hoon Chung***

Key Words : Structureborne Noise(고체음), Pole Parameter Method(절점 해석 기법), Resiliently Mounted Equipment(탄성지지 장비), Force Transmission Ratio(힘 전달율)

ABSTRACT

Structureborne noise induced by shipboard equipment is one of the most significant noise source of ships and can be effectively reduced by resiliently mounting them. In this paper, the pole parameter method is investigated for estimating the structureborne noise reduction of resiliently mounted equipment. In addition, we suggest how to evaluate pole parameters from dimensional and material information of each component consisting of resiliently mounted equipment. To validate and discuss the proposed method, numerical analysis for single and double resiliently mounted equipment systems using both pole parameter method and FEM have been done.

1. 서 론

선박에 설치되는 디젤엔진, 발전기 및 펌프 등의 기기류에서 발생하는 진동과 이로 인한 고체음은 거주 및 작업 환경을 저해하는 소음을 유발할 수 있다. 따라서, 쾌적한 저소음·고품질 선박을 건조하기 위해서는 선박에 장착되는 장비 시스템으로 인한 고체음을 저감할 수 있는 효율적 대책이 요구된다.

일반적으로 선박 고체음 저감대책은 고체음 유발원인 장비와 전달경로인 선체 구조 및 수음영역인 격실별로 방법을 달리하여 적용할 수 있으며, 이들 저감대책 중 장비로부터 선체로 전달되는 고체음 자체를 저감시키는 것이 근본적이면서도 효과적인 방법으로 평가되고 있다.

진동을 유발하는 장비로부터 선체로 전달되는 고체음을 저감시키는 가장 효율적인 방법은 장비와 이의 지지 선체 구조 사이에 단일 또는 이중 탄성마운트를 설치하는 것이다. 한편, 기존의 탄성마운트 선정 및 배치 방법은 장비 제작사로부터 고가의 비용을 지불하고 탄성 마운트가 장착된

일체형 장비를 구입 및 설치하여 관련 기준을 단순히 만족시키는 수준에 머무르고 있다. 이로 인해 탄성지지된 장비 시스템을 장착하였음에도 불구하고 고체음 저감 성능이 만족스럽지 못하거나 비용 대비 성능이 낮은 경우가 많아 설계 단계에서 장비 시스템으로 인한 고체음 전달 특성을 평가할 수 있는 기술 개발이 요구되고 있다.

이에 본 연구에서는 고체음 전달을 최소화할 수 있는 탄성지지 시스템의 설계 기술 개발에 활용하고자 탄성마운트의 강성과 감쇠 특성 및 이의 설치 방법 등에 따라 달라지는 고체음 전달 특성을 파악할 수 있는 다양한 해석 기법들⁽¹⁻⁶⁾ 중에서 고체음이 전달되는 가장 지배적인 방향에 대해 고주파수 영역까지 정밀한 해석이 가능한 절점 해석 기법⁽⁶⁾을 정식화하고, 이를 프로그램화하였다. 또한, 이를 실질적으로 활용하기 위하여 절점 해석 기법에 입력되는 탄성지지 장비 시스템의 각 부분별 밀도 및 탄성계수 등과 같은 동특성 산정 방법을 정립하였다. 제시된 방법의 타당성은 단일 및 이중 탄성지지 장비 시스템에 대한 수치해석을 수행하여 검토하였다.

2. 절점 해석 기법

2.1 개요

절점 해석 기법은 Fig. 1에 보인 바와 같이 소음을 유발시키는 장비와 탄성마운트 그리고 기초부를 각각 균일

* 부산대학교 조선해양공학과
E-mail : taemuk@yahoo.co.kr
Tel: (051) 510-2732, Fax: (051) 512-8836

** 부산대학교 대학원

*** 한국기계연구원 구조연구부

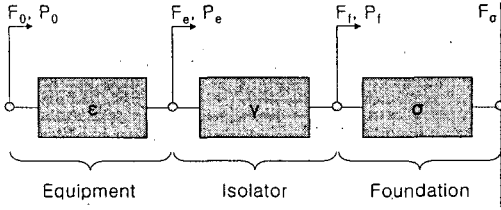


Fig. 1 Pole system model for single resiliently mounted equipment system

특성을 갖는 봉으로 가정하고, 각각의 봉이 절점에 의해 순차적으로 연결된 시스템으로 정의한다. 또한, 이상화된 각 봉의 동특성을 이용하여 장비로부터 기초부로 전달되는 진동속도와 힘을 구하여 기초부에 전달되는 진동값, 즉 고체음을 산정하는 방법이다.

절점 해석 기법은 탄성지지 장비 시스템의 각 부분을 균일단면 연속 봉으로 가정한다. 따라서, 복수개의, 탄성마운트가 설치될 경우, 장비의 무게 중심, 탄성 마운트 배치 위치 및 봉의 길이 방향을 제외한 타 방향에 대한 고체음 전달특성을 고려할 수 없다는 단점이 있다. 하지만, 각 요소를 연속체인 봉으로 고려하므로 탄성지지 장비 시스템의 고체음 전달 특성에 가장 지배적인 요소로 알려진 상하방향 힘 전달률⁽⁷⁾은 물론 가속도 전달률 등을 고주파수 영역까지 정밀하게 평가할 수 있다는 장점이 있다.

2.2 절점 시스템의 기본 구성 요소

Fig. 2에 보인 바와 같이 절점 시스템의 기본 구성요소에 해당하는 2개의 절점으로 연결된 관성, 감쇠 및 강성을 갖는 하나의 봉에서 한 절점에서 입력된 힘 F_m , 진동속도 V_m 과 타 절점으로 전달되는 힘 F_f , 진동속도 V_f 는 다음과 같은 관계식으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} F_m \\ V_m \end{Bmatrix} = [\alpha] \begin{Bmatrix} F_f \\ V_f \end{Bmatrix} \quad (1)$$

$$= \begin{bmatrix} \cos \tau & j\omega m \sin \tau \\ -\tau \sin \tau / j\omega m & \cos \tau \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_f \\ V_f \end{Bmatrix}$$

여기서, m 은 봉의 질량, ω 는 기진 주파수를 나타내며 τ 는

$$\tau = \sqrt{\frac{\rho/E_w}{l+j\delta_{E_w}}} \omega l \quad (2)$$

와 같이 정의된다. 여기서, $j = \sqrt{-1}$, ρ 는 봉의 밀도, E_w 와 δ_{E_w} 는 각각 주파수에 따라 달라지는 봉의 탄성 계수와 손실 계수(loss factor)이고, l 은 봉의 길이를 나타낸다.

한편, 동특성 전달 행렬 $[\alpha]$ 를 무차원화하기 위하여 임의의 기준 질량 m_r 과 입력 진동속도 V 및 기진주파수 ω 를 이용하여 관성력 P 를

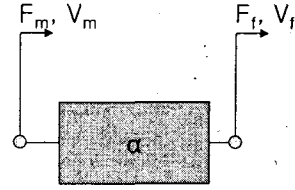


Fig. 2 Conceptual drawing of pole system model

$$P = j\omega m_r V = m_r a \quad (3)$$

와 같이 정의하면 식 (1)은

$$\begin{Bmatrix} F_m \\ P_m \end{Bmatrix} = [\beta] \begin{Bmatrix} F_f \\ P_f \end{Bmatrix} \quad (4)$$

$$= \begin{bmatrix} \cos \tau & (m/m_r) \sin \tau \\ -\tau \sin \tau / (m/m_r) & \cos \tau \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_f \\ P_f \end{Bmatrix}$$

와 같이 정리할 수 있다. 따라서, 인접 절점에 전달되는 힘 F_f 는 상기 식으로부터 구할 수 있다.

한편, 본 해석 방법은 탄성지지 시스템을 구성하는 모든 요소를 봉으로 가정하기 때문에 봉의 기본 고유원진동수 ω_r 을 이용하여 양단 경계조건에 따라 τ 를 나타내면

$$\text{양단 자유, 양단 고정: } \tau = \frac{\pi}{\sqrt{l+j\delta_{E_w}}} \frac{\omega}{\omega_r} \quad (5)$$

$$\text{일단 자유-타단 고정: } \tau = \frac{2\pi}{\sqrt{l+j\delta_{E_w}}} \frac{\omega}{\omega_r}$$

와 같이 나타낼 수 있다. 이때, 봉의 기본 고유원진동수 ω_r 은 양단 경계조건에 따라 다음과 같이 산정된다.

$$\text{양단 자유, 양단 고정: } \omega_r = \frac{\pi}{\sqrt{l} \rho/E_w} \quad (6)$$

$$\text{일단 자유-타단 고정: } \omega_r = \frac{2\pi}{\sqrt{l} \rho/E_w}$$

상기 해석에 있어서 봉의 길이 방향을 제외한 다른 방향으로의 자유도는 모두 구속된 것으로 가정한다.

2.3 단일 탄성지지 시스템

단일 탄성지지 시스템은 Fig. 1에 보인 바와 같이 장비와 탄성마운트 및 기초부를 각각 나타내는 3개의 봉과 이들 봉들 간의 연결을 정의하는 4개의 절점을 갖는 시스템으로 나타낼 수 있다.

이때, 각 봉의 양단 절점에 작용하는 힘과 관성력의 관계는 식 (4)와 동일한 방법으로 정의될 수 있다. 한편, 기초부의 동특성은 봉의 동특성으로 반영되므로 Fig. 1의 우단 절점에서의 진동속도는 영에 해당한다. 따라서, 장비, 탄성마운트 및 기초부 간의 힘과 관성력 전달 관계식은 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} F_0 \\ P_0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \epsilon_{11} & \epsilon_{12} \\ \epsilon_{21} & \epsilon_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_e \\ P_e \end{Bmatrix} \quad (7)$$

$$\begin{Bmatrix} F_e \\ P_e \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_f \\ P_f \end{Bmatrix} \quad (8)$$

$$\begin{Bmatrix} F_f \\ P_f \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_d \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (9)$$

따라서, 장비로부터 유입되는 힘 F_0 와 기초부에 작용하는 힘 F_f 의 비, 즉 힘 전달율(force transmission ratio) TR 은 상기 관계식으로부터 다음과 같이 구할 수 있다.

$$TR = \frac{F_f}{F_0} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{\zeta_f P_f}{\epsilon_{11}(\gamma_{11} F_f + \gamma_{12} P_f) + \epsilon_{12}(\gamma_{21} F_f + \gamma_{22} P_f)} \\ &= \frac{\zeta_f P_f}{\epsilon_{11}(\gamma_{11} \zeta_f P_f + \gamma_{12} P_f) + \epsilon_{12}(\gamma_{21} \zeta_f P_f + \gamma_{22} P_f)} \\ &= \frac{\zeta_f}{\epsilon_{11}(\gamma_{11} \zeta_f + \gamma_{12}) + \epsilon_{12}(\gamma_{21} \zeta_f + \gamma_{22})} \end{aligned}$$

여기서, ζ_f 는 σ_{11}/σ_{21} 이다.

2.4 이중 탄성지지 시스템

절점 해석 기법에서는 이중 탄성지지 시스템을 Fig. 3에 보인 바와 같이 강체 질량 양단에 탄성마운트가 이중으로 설치되어 있는 경우로 모델링할 수 있다. 이때, 강체 질량의 동특성 전달 행렬 $[M_a]$ 는

$$\begin{Bmatrix} F_{a1} \\ P_{a1} \end{Bmatrix} = [M_a] \begin{Bmatrix} F_{a2} \\ P_{a2} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & m_a/m_r \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_{a2} \\ P_{a2} \end{Bmatrix} \quad (11)$$

와 같이 정의된다.^{6,8)} 여기서, m_a 는 탄성마운트 사이에 위치한 강체 질량, m_r 는 기준 질량을 나타낸다. 따라서, 강체 질량 양쪽에 위치하고 있는 탄성마운트와 강체 질량을 동시에 고려한 동특성 전달 행렬 $[\gamma]_{total}$ 은

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} F_e \\ P_e \end{Bmatrix} &= [\gamma]_{total} \begin{Bmatrix} F_f \\ P_f \end{Bmatrix} \\ &= [\gamma]_1 [M_a] [\gamma]_2 \begin{Bmatrix} F_f \\ P_f \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (12)$$

와 같이 정의할 수 있다. 여기서, $[\gamma]_1$, $[\gamma]_2$ 는 강체 질량 양쪽에 위치하고 있는 탄성마운트의 동특성 전달 행렬을 각각 나타낸다. 따라서, 식 (8) 대신에 식 (12)을 이용하면 이중 탄성지지 장비 시스템의 힘 전달을 TR 을 다음과 같이 구할 수 있다.

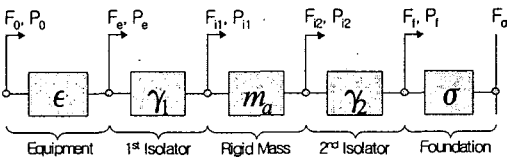


Fig. 3 Pole system model for double resiliently mounted equipment system

$$TR = \frac{\zeta_f}{\epsilon_{11}(\gamma_{11} \zeta_f + \gamma_{12}) + \epsilon_{12}(\gamma_{21} \zeta_f + \gamma_{22})} \quad (13)$$

3. 절점 파라미터 산정

절점 해석 기법을 이용하여 탄성지지 장비 시스템의 고체 음 전달 특성을 평가하기 위해서는 식 (2)에 나타난 바와 같이 등가 봉의 밀도, 길이 및 탄성계수 평가가 요구된다. 본 절에서는 상기 파라미터의 평가 방법을 제시하였다.

3.1 장비 등가 봉

장비를 등가 봉으로 모델링하기 위해서는 등가 봉의 길이 l_m , 밀도 ρ_m 및 탄성계수 E_m 이 필요하다. 이를 위하여 등가 봉의 길이 l_m 은 장비의 무게 중심 기준 중, 수평 및 상하방향 질량관성모멘트 I_x , I_y 및 I_z 가 해당 장비를 직육면체로 가정한 경우의 질량관성모멘트와 같다는 조건을 이용하여 산정하였다. 즉, 장비 등가 봉의 길이 l_m 을

$$I_x = \frac{1}{12} M_m (y^2 + l_m^2) \quad (14)$$

$$I_y = \frac{1}{12} M_m (x^2 + l_m^2)$$

$$I_z = \frac{1}{12} M_m (y^2 + x^2)$$

의 관계식으로부터 장비 등가 직육면체의 종 및 수평 방향 길이 x , y 와 함께 산정하였다. 여기서, M_m 은 장비의 질량을 나타낸다. 또한, 장비 등가 봉의 밀도 ρ_m 은

$$\rho_m = \frac{M_m}{x \cdot y \cdot l_m} \quad (15)$$

와 같이 평가하였다. 한편, 장비 등가 봉의 탄성계수 E_m 은 장비를 구성하는 주재료의 탄성계수값을 적용하였다.

3.2 탄성마운트 등가 봉

탄성마운트 등가 봉 길이 l_i 는 실제 탄성마운트의 길이와 동일하다고 평가할 수 있다. 이때, 등가 봉 요소의 밀도 ρ_i 는 실제 탄성마운트의 개당 단면적 A_i 와 수직방향 길이 l_i 및 질량 M_i 를 이용하여

$$\rho_i = \frac{A_i l_i}{M_i} \quad (16)$$

와 같이 평가할 수 있다. 한편, 탄성마운트 등가 봉 요소의 탄성계수 E_i 는 양단 자유인 등가 봉 요소의 기본 고유원진 동수 ω_i 가 저주파수 영역에서

$$\omega_i = \frac{\pi}{l_i \sqrt{\rho_i / E_i}} \approx 2\pi \sqrt{K_{i,eq} / 4M_{i,eq}} \quad (17)$$

와 같다는 조건^{6,9)}을 이용하여 평가하였다. 여기서, $K_{i,eq}$ 와 $M_{i,eq}$ 는 전체 탄성마운트의 수직방향 등가 강성 및 질량으

로서 개당 강성 K_b 와 질량 M_b 를 이용해서 다음과 같이 산정하였다.

$$K_{i,eq} = \sum_{p=1}^n K_p \quad (18)$$

$$M_{i,eq} = \sum_{p=1}^n M_p$$

여기서, n 은 탄성마운트의 개수를 나타낸다. 따라서, 상기 $K_{i,eq}$ 와 $M_{i,eq}$ 를 식 (17)에 대입하여 탄성계수 E_i 를 다음과 같이 평가하였다.

$$E_i = \frac{K_{i,eq}}{M_{i,eq}} l_i^2 \rho_i \quad (19)$$

3.3 기초부 등가 봉

기초부를 탄성체로 고려할 경우, 자유-고정지지 등가 봉으로 간주할 수 있으며, 이의 등가 수직방향 길이 l_b 밀도 ρ_b 및 탄성계수 E_b 는 기초부의 질량, 질량관성모멘트 및 탄성계수를 이용하여 장비부와 동일한 방법으로 평가할 수 있다.

그러나, 기초부의 경우 경계 영역이 명확하지 않아 유효 질량과 질량관성모멘트 산정이 용이치 않다. 한편, 각 부분의 동특성을 고려하여 탄성지지 장비 시스템 전체의 고체음 전달 특성을 평가하는 절점 해석 기법의 특성상, 상기 기초부 동특성을 부정확하게 입력하는 경우 고체음 전달 특성 해석 결과의 정확도가 크게 저하된다. 따라서, 기초부의 유효 질량과 질량관성모멘트 평가가 곤란한 경우에는 기초부를 배제하고 해석하는 것이 보다 신뢰성있는 해석결과를 구할 수 있을 것으로 사료된다.

4. 수치 해석 및 고찰

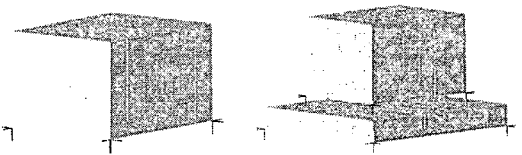
절점 해석 기법을 이용한 탄성지지 장비 시스템의 고체음 전달 특성을 평가하기 위하여 Fig. 4에 보인 바와 같이 장비와 4개의 탄성마운트로 구성된 단일 탄성지지 장비 시스템과 장비, 각각 4개의 상·하부 탄성마운트 및 중간삽입 강체로 구성된 이중 탄성지지 장비 시스템에 대한 수치해석을 수행하였다. 이때, 기초부는 무한 강체로 간주하여 모델링에 포함하지 않았다.

해석 대상 장비 시스템의 제원은 Table 1에 나타내었으며, 수치해석은 상하방향 힘 전달율을 0.1~1,000 Hz까지 0.1 Hz 간격으로 수행하였다.

마운트부와 장비 등가 봉의 손실계수가 전 주파수 대역에서 0.01인 경우에 단일 및 이중 탄성지지원 장비 시스템에 대한 상하방향 힘 전달을 해석결과는 Fig. 5와 Fig. 6에 각각 나타내었다. 이에는 비교·검토 목적으로 범용 유한요소 해석 프로그램인 MSC/Nastran⁽¹⁰⁾을 이용하여 장비를 등가의 관성을 갖는 강체 요소, 마운트를 선형 스프링 요소로 모델링

Table 1 Specification of resiliently mounted system

Item		Long. Dir.	Hori. Dir.	Ver. Dir.
Equipment	Mass moment of inertia($kg \cdot m^2$)	4.20	6.10	6.82
	Mass(kg)	162		
	Dimension(m)	0.56	0.43	0.36
Intermediate plate	Mass moment of inertia($kg \cdot m^2$)	3.38	4.39	7.63
	Mass(kg)	81		
	Dimension(m)	0.80	0.70	0.10
Resilient mount	Stiffness per unit(N/m)	30,000	30,000	63,000
	Height(m)	0.05		



(a) Single

(b) Double

Fig. 4 Numerical model of single and double resiliently mounted systems

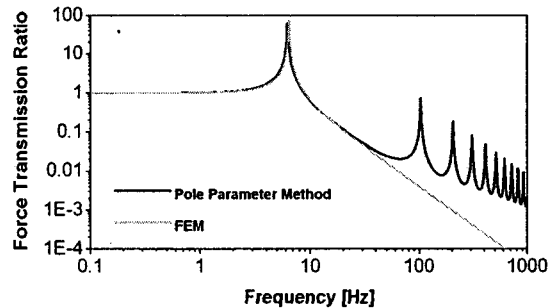


Fig. 5 Comparison of force transmission ratios between pole parameter method and FEM for single resiliently mounted system

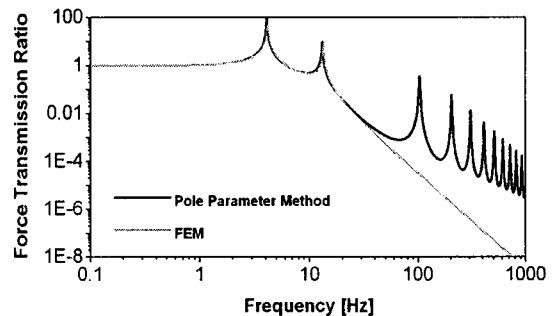


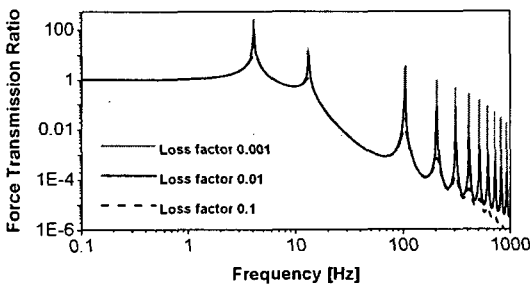
Fig. 6 Comparison of force transmission ratios between pole parameter method and FEM for double resiliently mounted system

하여 해석한 결과도 함께 나타내었다.

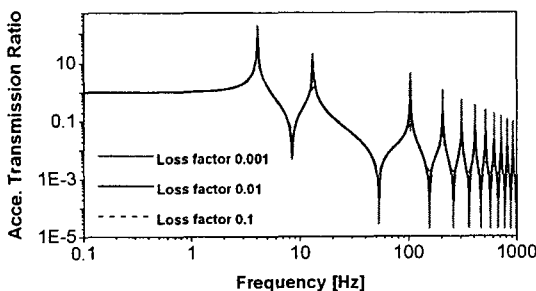
이로부터 절점 해석 기법에 의한 힘 전달을 해석 결과는 단일 탄성지지인 경우 기본 고유진동수, 이중 탄성지지인 경우 2차 고유진동수까지의 주파수 영역에서 유한요소법에 의한 해석 결과와 부합성이 매우 높으나 그 이상의 주파수 영역에서는 양자간의 결과 차이가 매우 큼을 확인할 수 있다. 이는 유한요소법의 경우 탄성지지 장비 시스템의 고차 진동 특성을 반영하기 어려운 반면에 절점 해석 기법은 각 구성 요소를 탄성체인 연속 봉으로 고려하여 이를 정밀하게 반영할 수 있기 때문인 것으로 판단한다.

한편, 이중 탄성지지 장비 시스템은 단일 탄성지지인 경우와 비교하여 저주파수 영역에서 이중 탄성지지로 인한 추가적인 공진점이 나타나나 그 이상의 주파수 영역에선 힘 전달율이 상대적으로 크게 감소하는 것을 확인할 수 있다. 따라서, 장비의 기진주파수보다 낮은 주파수 영역에 이중 탄성지지 시스템의 1차 및 2차 고유진동수가 위치하도록 설계하면 단일 탄성지지 시스템에 비해 보다 효율적인 고체음 저감 성능을 나타낼 것으로 판단한다.

Fig. 7에는 이중 탄성지지 장비 시스템의 손실계수가 0.1, 0.01 및 0.001인 경우에 장비로부터 기초부로의 힘 및 가속도 전달을 해석 결과를 예시하였는데 손실계수가 높을수록 장비로부터 기초부로 전달되는 힘과 가속도가 작아져서 고체음 저감에 유리함을 확인할 수 있다.



(a) Force transmission ratio



(b) Acceleration transmission ratio

Fig. 7 Comparison of force and acceleration transmission ratios according to the variation of loss factor in double resiliently mounted system

5. 결론

본 연구에서는 탄성지지 장비 시스템의 고체음 전달 특성을 평가하기 위하여 절점 해석 기법을 정식화하고 탄성지지 장비 시스템의 각 부분별 형상정보와 재료 정보를 이용하여 해석에 요구되는 파라미터를 산정하는 기법을 제시하였다. 제시된 방법은 탄성지지 장비 시스템의 고체음 전달 특성에 가장 지배적인 영향을 미치는 병진운동 방향의 힘 전달율을 고주파수 영역까지 정밀하게 평가할 수 있어 탄성지지 장비 시스템의 설계 및 고체음 저감 성능 평가에 유용하게 활용될 수 있을 것으로 기대한다.

한편, 보다 엄밀한 탄성지지 장비 시스템의 고체음 저감 성능 해석을 위해서는 장비부와 탄성마운트부의 동특성은 물론 이들 간의 기하학적인 배치 효과를 고려할 수 있는 해석 방법에 대한 추가적인 연구가 필요하다고 판단한다.

참고 문헌

- (1) 조대승 등, 2004, "환경용 장비의 고체음 최소화를 위한 탄성마운트의 최적 설계기법 연구", CT Report No. 2004-005, (주)크리에이텍.
- (2) Christopher, P. R., 1952, "A Survey of Isolation Mountings for Ship's Machinery", BSRA Report No. 106.
- (3) Kim, S. and Singh, R., 2001, "Vibration Transmission through an Isolator Modelled by Continuous System Theory", Journal of Sound and Vibration, Vol. 245, No. 5, pp. 925-953.
- (4) Mogilevsky, M. I., 1993, "Point Impedances of Rectangular Plates and Vibration Isolation of Machines", Journal of Sound and Vibration, Vol. 161, No. 2, pp. 213-225.
- (5) Douglas, A. S., Lane, R. M. and Mark, A. N., 1994, "Multidimensional Mount Effectiveness for Vibration Isolation", Journal of Aircraft, Vol. 31, No. 1, pp. 188-196.
- (6) Thomas, F. D., 1975, "Evaluation of Isolation Mounts in Reducing Structureborne Noise", J. Shock and Vibration Conference.
- (7) Denys, J. M., 1998, Passive Vibration Control, John Wiley & Sons, Inc., New York.
- (8) Ungar, E. E. and Dietric, C. W., 1966, "High Frequency Vibration Isolation", Journal of Sound and Vibration, Vol. 4, No. 2, pp. 224 - 241.
- (9) Snowdon, J. C., 1968, Vibration and Shock in Damped Mechanical Systems, John Wiley & Sons, Inc., New York.
- (10) MSC/Nastran User's Manual, Version 2001.