

파워흐름해석법을 이용한 자동차 구조물의 진동/소음 예측 프로그램 개발

Development of Vibration and Noise Prediction Softwares for Vehicle Structures Using Power Flow Analysis

이호원* · 홍석윤** · 서성훈*** · 권현웅*** · 박영호***

Ho-Won Lee, Suk-Yoon Hong, Young-Ho Park, Hyun-Wung Kwon and Sung-Hoon Seo

Key Words : Power Flow Analysis, PPFEM, PFBEM, Noise, Vibration, Medium-to-high Frequency.

ABSTRACT

Power Flow Analysis(PFA) is used as the promising tools for the vibration and noise predictions of complex structures in medium-to-high frequency ranges. When the noise and vibration of a complex structure are analyzed, Power Flow Finite Element Method combining PFA with FEM is efficient in vibration analysis, and Power Flow Boundary element Method combining PFA with BEM is useful in noise analysis. PPFEM software, PFADS has been developed for the vibration analysis of coupled system structures. Also, NASPFA, the noise analysis software based on PFBEM, has been developed. Through the several upgrades, the current version PFADS R3 and NASPFA R2 are used for the vibration and noise analysis of system structures in medium-to-high frequency ranges. In this paper, the structure and function of each software are explained, and the vibration and noise levels of vehicle structures predicted by each software are shown.

1. 서론

가청주파수 대역에서 복합구조물의 진동현상은 그 자체만의 문제와 더불어 소음발생의 주요 원인이 되기 때문에 이에 대한 해석은 대단히 중요하다. 자동차나 선박과 같은 제반 동적 구조물은 구조물 내부에 위치한 엔진 등의 기계류로부터 발생한 진동에너지가 구조물을 구성하는 각종 구조요소들을 통해서 전달되고 다시 소리에너지의 형태로 변환되어 구조물이 접하고 있는 매질로 방사된다. 이러한 진동/소음현상은 일반적으로 광범위한 주파수 대역에 걸쳐 나타나지만 모든 주파수 영역에서의 문제를 하나의 해석기법으로 다룰 수 없는 근본적인 어려움이 있다.

저주파대역의 진동/소음해석에는 기존의 결정론적인 해석기법인 유한요소법(FEM)이나 경계요소법(BEM)이 사용되고 있다. 그러나 이러한 수치기법들은 관심 주파수가 증가하면서 서요소의 크기를 작게 하여 많은 수의 요소를 필요로 하게

나 고차의 내삽 함수(interpolation function)를 적용해야하고, 그 결과 역시 정확성이 떨어지고 신뢰할 수 없는 값을 주는 경우가 많다. 따라서 기존의 수치기법은 비용이나 효율성에 있어서 고주파 해석에 적합하지 않다 할 수 있다. 한편 최근에는 고주파에 대한 진동/소음해석을 위해 통계적에너지해석법(SEA)이 개발되어 사용되고 있는데, 이는 주파수가 낮아지면 하부구조물(subsystem)이 커져야 하고 하나의 하부구조물은 단 하나의 에너지 값만을 갖는 등 사용자들이 필요로 하는 자세한 정보를 주지 못하고 모델링에 따라 상이한 결과를 보여주는 단점이 있다.

이러한 기존 해석기법들의 한계점을 극복하기 위한 대안으로 파워흐름해석법(PFA)이 연구되고 있는데, 이는 Belov 등에 의해 처음 제안되었다. 파워흐름해석법은 에너지밀도를 변수로 하는 2차 편미분 방정식을 기반으로 하며 고주파 영역에서 구조물의 진동 및 음향 에너지 밀도의 평균적 분포와 에너지 전달 경로의 예측에 효과적으로 적용될 수 있고 중주파수 영역에도 적용 가능하다. 또한 다양한 수치기법들과 접목하여 복잡한 구조물의 진동 및 소음해석에 사용될 수 있다. 파워흐름해석법에 유한요소법을 적용한 파워흐름유한요소법(Power Flow finite Element Method, PPFEM)은 복합구조물의 중고주파 진동해석을 수행할 수 있으며, 유한요소모델을 사용하기 때문에 중저주파수 대역의 진동해석을

* 서울대학교 조선해양공학과 대학원
E-mail : l2h5w0@snu.ac.kr
Tel : (02)880-7331, Fax : (02)888-9298

** 서울대학교 조선해양공학과

*** 서울대학교 조선해양공학과 대학원

위한 기본 모델을 그대로 사용할 수 있으며 일관된 해석결과를 주는 장점이 있다. 또한 에너지지배방정식에 경계요소기법을 적용한 파워흐름경계요소법(Power Flow Boundary Element Method, PFBEM)은 복합구조물의 중고주파 소음 해석에 활용될 수 있으며, 파워흐름유한요소법과 비슷하게 기존의 경계요소모델을 이용할 수 있는 장점을 가지고 있다.

서울대학교 선박소음진동연구실(Ship Noise & Vibration Laboratory, SNOVIL)에서는 지난 1999년에 파워흐름유한요소법에 기반을 둔 진동해석 프로그램인 PFADS R1을 개발하였으며, 몇 번의 프로그램 개선작업을 통해 PFADS R3까지 개발이 완료되었다. 또한 파워흐름경계요소법에 기초한 중고주파 소음해석 프로그램인 NASPFA R1이 지난 2002년에 개발되었고, 최근에는 NASPFA R2가 완성되어 다양한 소음해석 문제에 적용되고 있다.

Fig. 1과 Fig. 2는 각각 최근에 개발된 PFADS R3와 NASPFA R2의 GUI 메인 프레임을 보여주고 있다. 본 논문에서는 PFADS R3와 NASPFA R2의 기본적인 구조와 기능, 그리고 이를 자동차 구조물에 적용시킨 결과를 위주로 설명하였다.

2.1 Translator와 Model Converter

보통 상용 유한요소모델은 구조요소간의 경계에서 변위의 접합조건만을 만족시키면 되지만 파워흐름유한요소법에서는 노드점에서 에너지밀도가 불연속이기 때문에 상용 유한요소 모델은 그대로 사용할 수가 없다. 따라서 실제 보이지는 않지만 에너지밀도의 감쇠를 표현할 수 있는 연결요소(joint element)가 필요하고 이 요소가 유한요소모델(FE model)과 파워흐름유한요소모델(PFFE model)을 구별하는 가장 큰 특징이다.

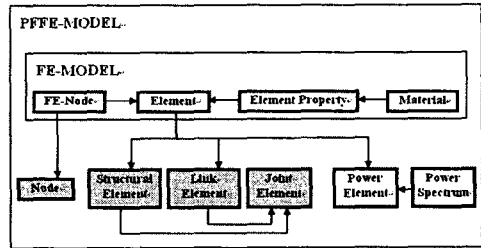


Fig. 3 Data Structures of PFFE model

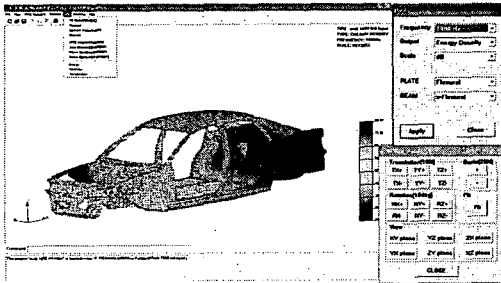


Fig.1 GUI layout of PFADS R3

ELEMENT	SHAPE	DOF	MATERIAL	CROSS SECTION
PLATE		Flexural wave, Longitudinal wave, Shear wave	Density, Elastic Modulus, Poisson ratio, Damping coeff.	Thickness
PLATE		Flexural wave, Longitudinal wave, Shear wave	Density, Elastic Modulus, Poisson ratio, Damping coeff.	Thickness
BEAM		X-dir. flexural wave, Z-dir. flexural wave, Longitudinal wave, Torsional wave	Density, Elastic Modulus, Poisson ratio, Damping coeff.	Area, I _{xx} , I _{yy} , I _{zz}
ROD		Longitudinal wave	Density, Elastic Modulus, Poisson ratio, Damping coeff.	Area

Fig. 4 Structural Elements in PFADS R3

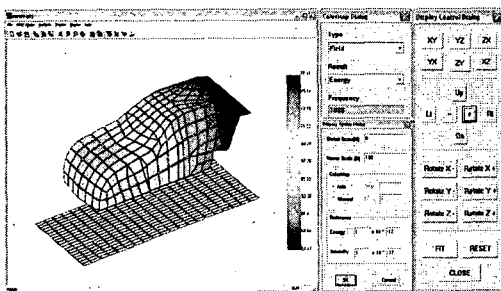


Fig.2 GUI layout of NASPFA R2

2. PFADS R3의 구조와 기능

PFADS R3는 파워흐름해석법의 특성상 상용 유한요소프로그램과는 여러 다른 점들이 있는데, 그 특성과 구조는 다음과 같다.

따라서 PFADS에서 유한요소모델은 수치해석을 위해 기하학적 정보만을 주는 역할을 하고 FE 노드와 물성치, 요소 특성치, 요소정보 등, 총 4가지로 구성되어 있다. 여기서 Fig. 3는 PFFE 모델의 데이터 구조를 보여준다. PFADS R3의 파워흐름유한요소모델은 유한요소모델과는 달리 구조요소(structural element)와 연계요소(link element), 연결요소(joint element)로 이루어져 있다. 이 중에 구조요소는 에너지지배방정식으로 표현할 수 있는 감쇠탄성연속체를 의미하며, PFADS R3에서는 평판(plate)과 보(beam), 봉(rod) 구조요소를 지원한다. Fig. 4는 PFADS R3에서 지원하는 구조요소의 특성을 보여준다. 연계요소는 이번 버전에서 도입된 새로운 요소로 비구조요소인 부쉬요소(bush element), 강보요소(rigid bar element)와 원래 구조요소지만 파워흐름유한요소모델에서 연계요소로 변환되는 보강보와 보강봉 요소로 구성되어 있다. 이 연계요소는 해석과정에서는 아래에서 언급할 연결요소에서만 사용된다. 연결요소는 유한요소모델에서 얻어진 구조요소와 연계요소와는 달리 본 프로그램 내에서 새롭게 생성되는 요소로서 위의 요소들 간의 파워의

전달을 표현하는 역할을 하는 가상요소이다. PFADS R3는 Fig. 5과 Fig. 6 같이 다양한 형태의 연계요소와 연결요소를 지원하고 있다.

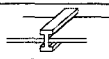
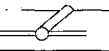
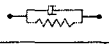

ELEMENT	SHAPE	CHARACTERISTICS	MATERIAL
LE-BEAM		Beam Stiffener	Density Elastic Modulus Poisson ratio Damping coeff.
LE-ROD		ROD Stiffener	Density Elastic Modulus Poisson ratio Damping coeff.
LE-BUSH		BUSH element (Damper and Spring)	Spring Coefficients Damping Coefficients
LE-RBAR		RBAR element with rigid bar	No Material Properties

Fig. 5 Link Element in PFADS R3






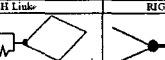

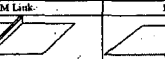
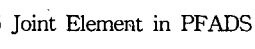
JOINT TYPE	JOINT SHAPE		
	BEAM/BEAM	PLATE/PLATE	PLATE/BEAM
POINT JUNCTION			
LINE JUNCTION			
POINT JUNCTION with LINK ELEMENT			
			
LINE JUNCTION with LINK ELEMENT			

Fig. 6 Joint Element in PFADS R3

파워흐름유한요소모델은 이러한 연결요소 때문에 유한요소모델보다는 더 많은 노드를 갖게 된다. 이밖에도 파워요소(power element)와 파워스펙트럼(power spectrum)이 필요한데 파워요소는 파워스펙트럼을 가지고 있는 유한요소를 의미하며, 파워스펙트럼은 주파수에 따른 입력파워를 나타낸다.

PFADS에서는 이와 같은 파워흐름유한요소모델을 쉽게 얻을 수 있는 기능을 지원하는데, 이 모듈이 translator 모듈과 model convertor 모듈이다. Translator 모듈은 다른 상용 유한요소 프로그램의 벌크 파일(bulk file)로부터 PFADS 유한요소모델(FE model)을 생성시키는 역할을 하며, Model convertor 모듈은 translator에 의하여 생성된 유한요소모델을 파워흐름유한요소모델(PFFE model)로 자동적으로 변환해 준다. 이러한 두 모듈을 이용하여 사용자는 손쉽게 파워흐름해석을 위한 모델을 얻게 된다. Fig. 7은 translator와 model convertor의 기능을 보여준다.

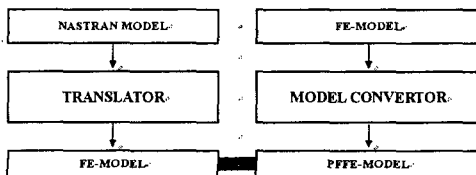


Fig. 7 Function of Translator and Model convertor

2.2 Solver

일반적으로 구조요소의 에너지 전파를 위한 에너지지배방정식은 다음과 같은 2차의 편미분방정식으로 표현된다.

$$-\frac{C_g^2}{\eta\omega} \nabla^2 \langle e \rangle + \eta\omega \langle e \rangle = \Pi \quad (1)$$

여기서 ω 는 각주파수, η 는 구조손실계수, $\langle e \rangle$ 는 시간공간 평균된 에너지밀도이며, C_g 는 에너지전달속도이다. 또한 시공간 평균된 파워는 에너지밀도와 다음과 같은 관계가 있다.

$$\langle I \rangle = -\frac{C_g^2}{\eta\omega} \nabla \langle e \rangle \quad (2)$$

에너지지배방정식을 수치적으로 해석하기 위해서 갤러킨가중잔여법(Galerkin Weighted Residual Method)을 사용하면 식 (3)과 같은 요소행렬식을 얻을 수 있다.

$$[K^{(e)}]\{e^{(e)}\} = \{F^{(e)}\} + \{Q^{(e)}\} \quad (3)$$

여기서 $[K^{(e)}]$ 는 강성행렬과 질량행렬을 포함한 행렬이고, $\{F^{(e)}\}$ 는 입력파워행렬이며, $\{Q^{(e)}\}$ 는 파워흐름행렬이다.

위의 요소행렬을 요소 연결상태(connectivity of element)에 따라 조립하면 아래의 식과 같은 전체 행렬식(global matrix equation)을 얻게 된다.

$$\begin{bmatrix} K_1 & & \\ & \ddots & \\ & & K_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ \vdots \\ e_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1 \\ \vdots \\ F_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Q_1 \\ \vdots \\ Q_n \end{bmatrix} \quad (4)$$

여기서 n 은 구조요소에서의 파형(wave type)을 의미한다. 여기에 요소간의 에너지밀도의 불연속을 위해 도입된 연결요소를 이용하면 다음과 같이 파워흐름행렬식을 에너지밀도의 항으로 표현할 수 있고 최종적으로 선형 행렬방정식 (5)를 얻을 수 있다.

$$[K - J]\{e\} = \{F\} \quad (5)$$

여기서 $[J]$ 는 연결요소행렬을 나타낸다. PFADS solver는 식 (5)를 풀어서 파워흐름유한요소모델의 진동에너지밀도를 얻는다. Solver는 빠른 시간 안에 해석결과를 얻기 위해 직접 solver뿐만 아니라 다양한 간접 solver까지 지원한다.

3. NASPFA R2의 구조와 기능

소음해석 프로그램인 NASPFA R2는 Translator와 Model Converter, Solver의 3부분으로 구성되어 있으며, 각각의 기능과 구조는 다음과 같다.

3.1 Translator와 Model Converter

일반적으로 경계요소모델은 관심영역의 경계에 대한 기하

학적인 정보만을 가지고 있는 반면, 파워흐름경계요소모델은 각각의 경계요소에서 방사효율이나 파워투과/반사계수의 계산이 필요하기 때문에 각 요소에서의 물성치 정보가 추가적으로 필요하다. 또한 파워흐름경계요소법의 다영역문제를 해석할 경우, 인접경계에서 음향에너지밀도의 불연속성을 표현하는데 필요한 인접요소(interface element)가 사용되는 특징을 가지고 있다.

NASPFA에서 경계요소모델(BE model)은 해석에 필요한 기본적인 정보를 가지고 있으며, BE 노드와 BE 요소, 요소 특성치, 물성치의 4가지 정보로 구성되어있다. Fig. 8은 파워흐름경계요소모델의 자료구조를 보여주고 있다. 파워흐름경계요소모델(PFBE model)은 경계요소모델의 모든 정보와 함께 경계에서의 경계조건, 관심영역에서의 물성치 등을 포함하고 있다. 인접요소는 다영역 문제의 인접경계상의 경계요소들 사이의 파워의 투과/반사를 표현하기 위해 사용되는 가상의 요소로써 NASPFA 프로그램 상에서 새로이 만들어진다.

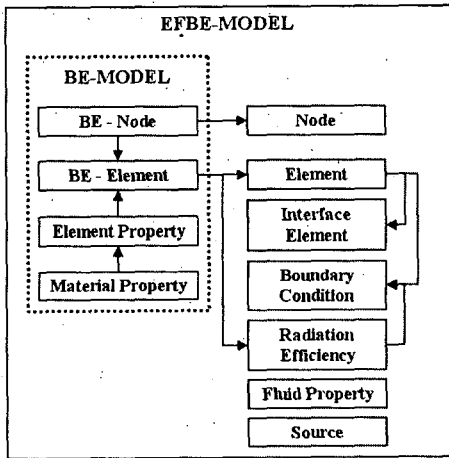


Fig. 8 Data Structure of PFBE-model

파워흐름경계요소해석에 사용되는 기본적인 경계조건으로 음향에너지밀도와 음향인텐시티가 있다. 또한, NASPFA에서는 경계면에서의 흡음계수(absorption coefficient)나 진동에너지밀도를 추가적인 경계조건으로 사용할 수 있다. NASPFA에서 사용하는 흡음경계조건은 경계면에서 소산되는 음향파워가 경계에서의 음향에너지에 비례한다는 Sabine의 이론에 따라 혼합경계조건으로 대체된다. 진동에너지가 경계조건으로 작용하는 경우, NASPFA는 임계각 이상의 주파수 대역에서 무한평판의 방사효율을 이용하여 그것을 경계에서의 음향에너지밀도 경계조건으로 변화시키고, 임계주파수 이하에서는 유한평판의 방사효율을 이용하여 계산된 음향인텐시티 경계조건으로 바꾼다. Fig.9는 NASPFA에서 사용되는 경계조건의 종류를 나타낸다.

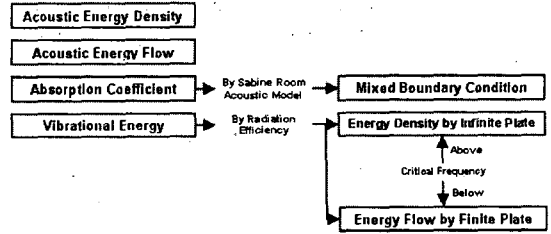


Fig. 9 Boundary Conditions in NASPFA

NASPFA는 이러한 파워흐름경계요소모델을 쉽게 얻을 수 있도록 하는 기능을 제공하는데, 이러한 기능은 Translator 모듈과 Model Converter 모듈에 의해 수행된다. NASPFA의 Translator는 기존의 상용 유한요소해석 프로그램의 전처리기(preprocessor)에 의해 만들어진 벨크파일로부터 NASPFA용 경계요소모델을 만드는 역할을 하고, Model Converter는 Translator에 의해 만들어진 경계요소모델을 파워흐름경계요소모델로 자동적으로 변환하는 기능을 수행한다. 이러한 두 가지 모듈은 사용자가 쉽게 파워흐름경계요소모델을 만들 수 있도록 돕는다. Fig. 10은 Translator와 Converter의 기능을 보여준다.

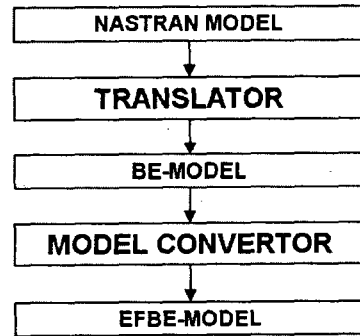


Fig. 10 The function of Translator and Model Converter

3.2 Solver

음향파워흐름해석에 사용되는 음향에너지배방정식은 다음과 같이 변형된 헬름홀츠방정식(modified Helmholtz equation)의 형태로 나타낼 수 있다.

$$\nabla^2 e - k^2 e = -\bar{\pi}_{in} \quad (6)$$

여기서 e 는 에너지 밀도이고, $k = \eta\omega/c_g$ 이다. 입력파워를 π_{in} 라고 하면 $\bar{\pi}_{in} = -(\eta\omega/c_g^2)\pi_{in}$ 로 정의된다. 한편, 음향에너지전달관계식 역시 다음과 같이 변형될 수 있다.

$$\bar{q} = \nabla e \quad (7)$$

여기서 $\bar{q} = -(\eta\omega/c_g^2)q$ 이면 q 는 음향인텐시티이다. 식

(7)로부터 에너지밀도 e 가 변형된 인텐시티 \bar{q} 의 포텐셜 (potential) 함수가 됨을 알 수 있다.

식(6)의 기본해(fundamental solution)는 식(8)의 해가 된다.

$$\frac{d^2 G(r)}{dr^2} + \frac{(n-1)}{r} \frac{dG(r)}{dr} - k^2 G(r) = \delta(r) \quad (8)$$

여기서 $G(r)$ 은 식(6)의 기본해이고 n 은 관심영역의 공간 차원이며 r 은 가진점과 관찰점간의 거리이다. 따라서 n -차원의 관심영역에 대한 기본해는 다음과 같이 각각 구해진다.

$$G(r) = -(1/2k)\exp(-kr), \quad (n=1) \quad (9a)$$

$$G(r) = -(1/2\pi)K_0(kr), \quad (n=2) \quad (9b)$$

$$G(r) = -(1/4\pi r)\exp(-kr), \quad (n=3) \quad (9c)$$

여기서 K_0 는 변형된 2종 0차 Bessel 함수이다.

파워흐름경계요소해석을 위한 적분방정식을 유도하기위해 식(6)에 가중치잔여법(weighted residual method)과 Green의 제2정리를 이용한다. 3차원 관심영역에 대해 ξ 와 x 를 각각 영역 내와 경계 위에서의 한 점의 좌표라고 하면 관심영역에서의 에너지 밀도는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} c(\xi)\bar{e}(\xi) = & \int_r \bar{e}(x) \frac{\partial G(|x-\xi|)}{\partial n(x)} d\Gamma(x) \\ & - \int_r \hat{q}_n(x) G(|x-\xi|) d\Gamma(x) \\ & + \int_\Omega \bar{\pi}_m(z) G(|z-\xi|) d\Omega(z) \end{aligned} \quad (10)$$

여기서 z 는 입력파워가 작용하는 위치이고 $c(\xi)$ 는 $a/4\pi$ 이며 a 는 내각(solid angle)이다. 또한 인텐시티는 식(10)을 미분하면 얻을 수 있다. 식(10)를 각각의 경계요소에 대하여 이산화하여 행렬식의 형태로 표현하면 다음과 같은 파워흐름경계요소행렬식을 얻을 수 있다.

$$\{e_f\} = [F]\{e_b\} - [G]\{q_{nb}\} + [G_p]\{I\} \quad (11)$$

여기서 $\{e_f\}$ 와 $\{e_b\}$ 는 각각 관측점과 경계에서의 음향에너지밀도행렬이고, $\{q_{nb}\}$ 는 경계에서의 음향인텐시티행렬이며, $\{I\}$ 는 입력파워행렬이다. 또한 $[F]$ 와 $[G]$ 는 각각 경계에서의 음향에너지밀도와 음향인텐시티와 관련된 영향행렬(kernel matrix)이고, $[G_p]$ 는 입력파워와 관련된 영향행렬이다. NASPFA solver는 식 (11)를 계산하여 파워흐름경계요소모델의 음향에너지밀도를 얻는다.

4. 해석 예

4.1 PFADS의 진동해석

Fig. 11에서 보여진 A-car의 BIW 모델은 PFADS를 이용한 파워흐름유한요소해석에 사용되었다. BIW의 유한요소 모델은 20891개의 노드와 22190개의 동일한 철 재질을 가진 평판요소로 이루어져 있다. 프로그램을 이용하여 총 44908개의 PFFE 노드와 18058개의 연결요소를 생성하였고 평판의 전체 자유도를 고려하기위해 134724개의 자유도를 해석하였다. 입력파워는 엔진이 장착된 앞 메인 프레임에 가진되었다. Fig. 12는 파워흐름유한요소법에서 가진점으로부터 에너지가 감쇠되며 퍼져나가는 에너지밀도 분포의 일반적인 경향을 보여준다. Fig. 13은 차량의 천정부분의 상세한 에너지밀도와 인텐시티 분포를 보여주는 그림으로 파워흐름해석법의 장점을 잘 표현하고 있다.

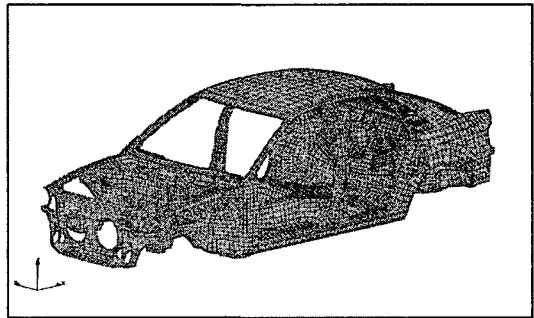


Fig. 11 BIW FE Model of an Automobile

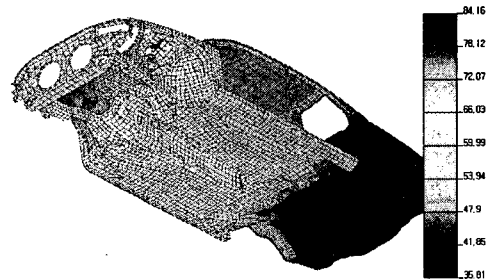


Fig. 12 Energy Density in the Whole Body

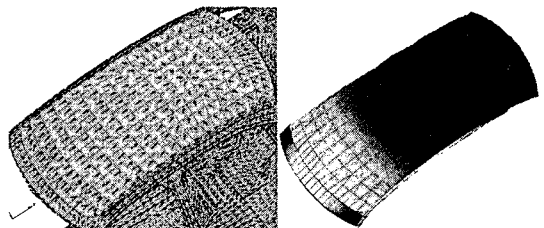
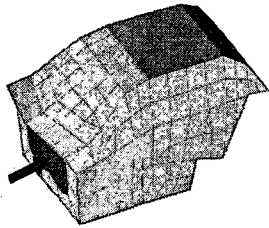


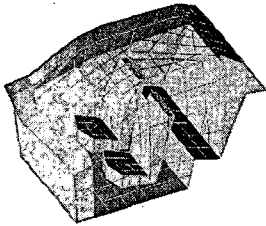
Fig.13 Intensity and Energy Density of the Roof

4.2 NASPFA의 소음해석

Fig. 14은 NASPFA를 이용하여 소음해석을 수행하기위해 시트가 장착된 자동차의 실내 공간을 모델링 한 것이다. 이 모델은 782개의 노드와 804개의 요소로 이루어져 있다. 입력파위는 자동차의 엔진룸과 붙어있는 격벽에 위치시켰으며, Table 1의 경우처럼 자동차의 경계면에 다양한 값의 흡음률을 분포시키고 여러 주파수에서의 음향 에너지 분포를 살펴보았다. Fig. 15-17는 각각 주파수 1kHz와 5kHz, 그리고 10kHz에 대한 음향에너지 분포를 나타내고 있다. 전반적으로 공간상의 에너지 변화의 폭은 크지 않은 편이며 주파수 증가에 따라 에너지 값이 약간 상승하는 경향을 보인다.



(a) outside



(b) inside

Fig. 14 3-dimensional acoustic car cavity

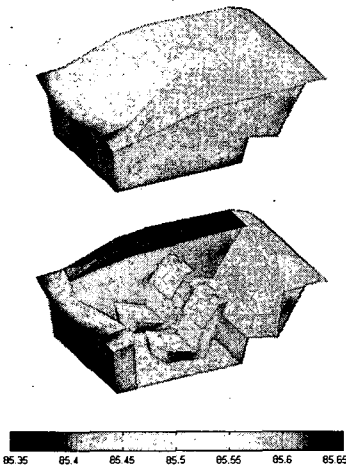


Fig. 15 acoustic energy distributions: $f = 1\text{kHz}$

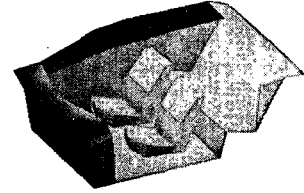
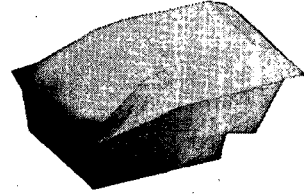


Fig. 16 acoustic energy distributions: $f = 5\text{kHz}$

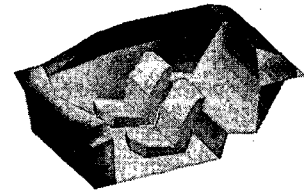
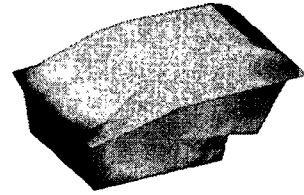


Fig. 17 acoustic energy distributions: $f = 10\text{kHz}$

Table 1 absorption coefficients

seat	0.85
floor	0.35
deck	0.15
glass	0.10
roof	0.35
sidewall	0.20
dash	0.15
firewall	0.35

5. 결론

본 논문에서는 자동차나 선박, 비행기 등 실제 복합구조물의 중고주파 진동/소음해석을 위해 파워흐름유한요소법에 기반한 진동해석프로그램인 PFADS R3와 파워흐름경계요소법에 기반한 소음해석프로그램인 NASPFA R2를 성공적으로 개발하였다. 이번에 개발된 PFADS R3와 NASPFA R2는 전 버전보다 더욱 구조적이고 효율적인 자료구조가 적용되었으며, 해석의 각 단계를 프로그램 모듈화하여 프로그램의 업그레이드가 더욱 편리하게 구성되었다. 개발된 프로그램들을 이용하여 자동차 BIW 모델의 진동해석을 수행하였으며, 또한 시트가 있는 자동차의 3차원 실내공간을 모델링하여 소음해석을 수행하였다.

참 고 문 헌

- (1) Wohlever, J. C. and Bernhard, R. J., 1992, "Mechanical Energy Flow Models of Rods and Beams", *J. Sound Vib.*, Vol. 153, No. 1, pp. 1-19.
- (2) Crémer, L. and Heckl, M. and Ungar, E. E., 1973, *Structure-Borne Sound*, Springer-Verlag.
- (3) Bouthier, O. M. and Bernhard, R. J., 1992, "Models of Space-Averaged Energetics of Plates", *AIAA J.*, Vol. 30, No. 3, pp. 616-623.
- (4) Cho, P. E., 1993, "Energy Flow Analysis of Coupled Structures", Ph.D. Dissertation, Purdue University.
- (5) Banerjee, P. K., 1994, *The Boundary Element Methods in Engineering*, McGraw-Hill.