

Rack/Pinion 방식의 5-Head 라우터 머신 이송 시스템의 진동해석 Vibration Analysis of a Rack and Pinion Typed Feed Drive System for a 5-Head Router Machine

최영휴* · 최응영** · 장성현** · 하종식*** · 조용주***
YH-Choi, EY-Choi, SH-Jang, JS-Ha, YH-Cho

Key Words : 라우터머신(Router Machine), 랙/피니언(Rack/Pinion), 이송체(Feed Drive System), 집중매개변수모델(Lumped Parameter Model)

ABSTRACT

In order to prevent a router machine feed drive system from transient operational vibration, this paper presents vibration analysis of a rack and pinion typed feed drive system for a router machine. The feed drive system was mathematically idealized as a 5-degree-of-freedom lumped parameter model. Stiffness parameters of motor-shaft, rack and pinion gears, and machine structure were appropriately considered in the modeling. Computational experiment was carried out to obtain vibrations of the feed drive system during its transient speed operation.

1. 서론

일반적인 공작기계의 경우 볼나사나 리니어 모터와 같은 이송시스템이 이송계로서 사용되어진다. 하지만, 대형의 공작기계의 경우 고중량으로 인한 이송체의 설계시 볼나사나 리니어 모터와 같은 이송체 시스템을 적용하는 것이 어려움이 있다. 이런 대형 공작기계의 경우 주로 랙(rack)&피니언(pinion) 방식의 이송 시스템을 사용하는데 본 논문에서는 랙 & 피니언 방식을 사용하는 항공기체 등과 같은 대형 장방형 기계 부품을 가공하는데 주로 사용되는 30톤 이상의 고중량을 갖는 라우터 머신에 대하여 진동해석 방법을 제안하고 Matlab에 의한 진동해석을 수행하고자 한다. 이러한 진동해석은 이송체의 운동단계에서 발생되어지는 과도진동에 영향을 주는 각 설계 파라미터에 대해 진동을 최소화 시키는 최적의 설계 파라미터를 생성하거나 운동단계에서 발생하는 과도 진동을 최소화 하기 위한 최적화 알고리즘을 수행하기 위한 과정의 일환으로 본 논문을 제시한다.

2. 이론해석

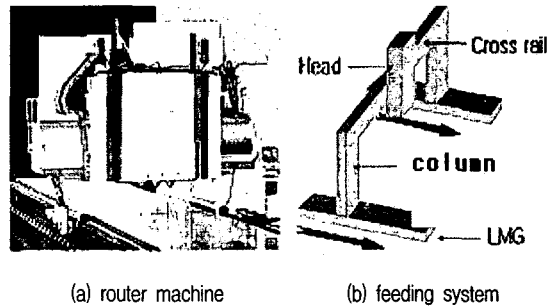


Fig. 1 Schematic of a rack/pinion typed 5-Head Router Machine.

Fig. 1은 항공기체등과 같은 대형 장방형 기계부품을 가공하는 데 주로 사용되는 라우터머신의 개략도를 나타낸 것이다. 구동모터가 피니언 기어를 회전시키면 가이드레일에 고정된 랙을 따라 이송체 (이송체는 피니언 기어 축의 하우징과 일체로 고정됨)가 이동된다.

* 창원대학교 기계설계공학과
E-mail : yhchoi@changwon.ac.kr
Tel : (055) 279-7573, Fax : (055) 267-1107
** 창원대학교 기계설계공학과 대학원
*** 한국정밀공업(주)

2.1 수학적 모델링

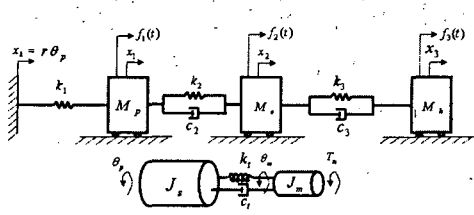


Fig. 2 A planer 5-D.O.F mathematical model of a rack/pinion typed feed drive system.

랙/피니언 이송계의 진동해석을 위하여 Fig. 1의 이송계 시스템을 Fig. 2와 같이 5자유도계로 모델링하였다. 모델링에서의 각 자유도는 모터 회전축의 회전운동 자유도 θ_m , 피니언의 회전운동 자유도 θ_p , 칼럼부의 병진변위 x_1 , 크로스레일의 병진변위 x_2 , 헤드의 병진변위 x_3 이다.

시스템의 수학적 모델링을 위하여 다음과 같은 가정을 하였다.

- (1) 각 요소의 이송운동은 평면 내에서 일어난다.
- (2) 랙/피니언 기어 치는 탄성체로서 병진이송 운동시 선형 스프링으로 간주한다.
- (3) 실제 진동 해석시에는 대변위인 이송체의 기구학적 변위는 제외하고 미소진동 변위만 고려하여 해석하며, 대신 기구학적 이송 감가속도에 대응되는 관성력을 등가의 외력으로 고려하였다.
- (4) 랙과 가이드레일의 기하학적 요철은 무시한다.
- (5) 피니언과 모터를 연결하는 회전축과 모터 변속기의 비틀림 강성은 비틀림 스프링으로 간주한다.
- (6) 이송운동체 사이의 모든 마찰력은 무시한다.

Fig. 2의 이송계 모델에서 기호 K_1 는 랙/피니언 기어치의 등가강성이고, K_2 는 pinion 축과 모터 변속기의 등가 비틀림 강성이다. K_3 는 칼럼부의 등가 강성, K_4 는 크로스레일의 등가 강성을 나타낸다. 그리고 J_m 는 모터 질량관성모멘트, J_p 는 pinion 축의 질량관성모멘트, M_p 는 칼럼부의 등가질량, M_c 는 크로스레일의 등가질량, M_h 는 헤드의 등가질량을 나타낸다.

2.2 운동방정식

Fig. 2의 수학적 모델링에서 5자유도 모델에 대한 운동방정식을 유도하여 행렬식으로 나타내면 다음과 같다.

(1) 회전운동계 2자유도

$$[M]\ddot{\theta} + [C]\dot{\theta} + [K]\theta = \{T\} \quad (1)$$

(2) 병진운동계 3자유도

$$[M]\ddot{x} + [C]\dot{x} + [K]x = \{F\} \quad (2)$$

여기서 J, M, C, K 는 각각 시스템의 질량관성, 감쇠, 강성 계수행량이다. 그리고 $\{x\} = [x_1, x_2, x_3]^T$ 는 운동자유도 벡터이고, 가진력 $\{F\} = [f_1, f_2, f_3]$ 이고, 모터의 토크입력 $\{T\} = [T_m]$ 이다. 각 집중질량에 대한 작용력 및 토크입력은 아래와 같이 표현된다.

$$T_m = (J_m) \frac{d\omega_k}{dt} = (J_m) \frac{d^2\theta_k}{dt^2} \quad (3)$$

$$f_1 = M_p a_s(t) \quad (4)$$

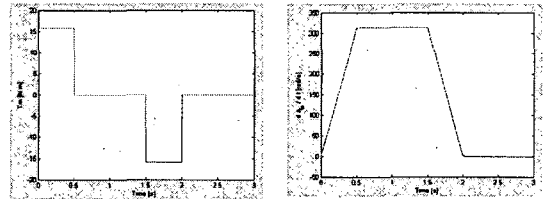
$$f_2 = M_c a_s(t) \quad (5)$$

$$f_3 = M_h a_s(t) \quad (6)$$

위에서, θ_k 는 모터의 회전속도에 대응되는 기구학적 모터의 회전각도이고, ω_k 는 모터의 속도, $a_s(t)$ 는 이동 감가속도에 해당하는 등가의 가속도로 \dot{v} 이다.

3. 진동해석

이송체의 이송중 진동을 해석을 위하여 이송체가 Fig.3(a)와 같은 구동 토크에 의해 (b)와 같은 사다리꼴 형태의 속도선도로 제어되는 경우를 Matlab을 사용하여 해석하였다.



(a) motor torque, T_m

(b) motor speed, ω_k

Fig. 3 applied motor torque & motor speed

3.1 고유모드해석

식 (2)에서 가진력을 0으로 두고 감쇠가 없는 경우로 가정하면 아래식과 같이 비감쇠 고유치 문제로 변환할 수 있다.

$$[M]\ddot{x} + [K]x = \{0\} \quad (9)$$

식 (9)에 $\{x\} = \{X(\omega)\}e^{i\omega t}$ 로 가정하면, 식(10)과 같은 고유치 문제가 된다.

$$(-\omega^2[M] + [K])x = \{0\} \quad (10)$$

무의미 해가 아닌 조건으로부터 $\Delta = |\omega^2[M] + [K]| = 0$ 을 전개하여 각각의 고유치와 고유모드를 구할 수 있다. 고유치와 고유모드를 Table.1과 Fig 4에 나타내었다.

Table. 1 computed natural frequencies of 3-d.o.f system

	1st	2nd	3rd
Natural frequency (ω_n Hz)	0.1842	108.0922	155.3845

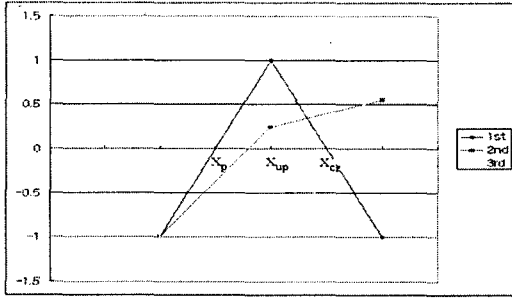


Fig. 4 modes at natural frequencies

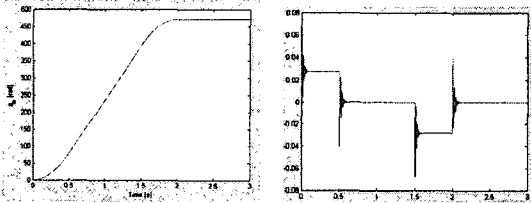
회전 2자유도계에 대해서도 위와 같은 방법으로 고유치 및 고유벡터를 구하면 Table.2와 같다.

Table. 2 computed natural frequencies of 2-d.o.f system

	1st	2nd
Natural frequency (f_n Hz)	0	83.9178
mode	1.0000 1.0000	-1.0000 0.5000

3.2 2자유도계 진동해석

2자유도계 회전운동계에서 강제운동을 제외 하면, 순수한 비틀림 진동은 1자유도계로 볼 수 있다.



(a) kinematic displacement, θ_k (a) vibration displacement, θ_v

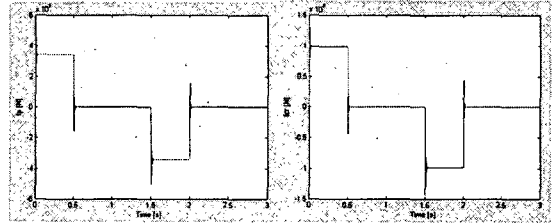
Fig. 4 angular displacement of pinion gear

회전운동계의 2자유도 진동해석의 경우 모터 축과 pinion축 사이의 강제 운동으로 인하여 발생하는 pinion의 회전변위 θ_k 와 순수 비틀림 진동에 의해 발생하는 회전진동변위 θ_v 가 발생한다. 따라서, pinion에서 발생하는 회전변위 θ_p 는 Fig. 4의 기구학적 변위와 진동 변위를 합한 값으로 계산 되어진다.

3.3 3자유도계 진동해석

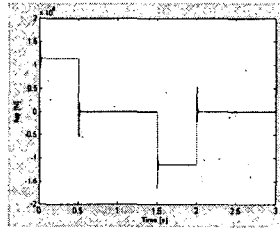
실제 이송체 각 요소들이 병진 이송되지만, 해석 모델에서는 각각의 병진 이송체에는 이송 감속속도에 의한 관성력이 증가의 외력으로 작용된다고 볼 수 있다.

각 질량요소에 대한 작용력은 식 (4) ~ (6)에 의해 계산되어지며, 각각의 작용외력을 구한 값을 Fig. 6의 (a), (b), (c)에 나타내었다.



(a) $f_1(t)$

(b) $f_2(t)$



(c) $f_3(t)$

Fig. 5 corresponding inertia force

풀이 방법은 3자유도 방정식을 상태공간 방정식으로 변환하고 중앙 차분법을 해석하였다.

3자유도 상태공간 방정식을 나타내면 다음과 같다.

$$\{X\} = [A]\{X\} + [B]\{u_F\} \quad (7)$$

$$\{Y\} = [C]\{X\} + [D]\{u_F\} \quad (8)$$

$$\text{단, } \{X\} = \{x_p, \dot{x}_p\}$$

$$\{Y\} = \{x_p, \ddot{x}_p\}$$

$$[A] = \begin{bmatrix} [0] & [I] \\ -[M]^{-1}[K] & -[M]^{-1}[C] \end{bmatrix}$$

$$[B] = \begin{bmatrix} 0 \\ [M]^{-1} \end{bmatrix}$$

$$[C] = [I] \ [0]$$

$$[D] = [0]$$

MATLAB에 의한 진동 변위결과를 Fig. 6에 나타내었다.

참고 문헌

(1) Y. H. Choi, S. M. Cha, J. H. Hong, and J. H. Choi, 2004, "A study on the Vibration Analysis of a Ball Screw Feed Drive System," Proceedings of the 11th International Manufacturing Conference in Chain (IMCC'2004), Paper No. B-083.

(2) J. H. Choi, 2004, "A Study on the Vibration Analysis and Dynamic Design Optimization of a Ball Screw Feed Drive System," PhD thesis dissertation (in Korean).

(3) W. J. Chung, C. K. Park, D. S. Hong, et al., 2003, "A New Optimization Technique for Wafer-Transfer-Crane Dynamic Control Using a Genetic Algorithm," Proceeding of Int. Conference on Computer, Communication and Control Technologies.

(4) G. W. Younkin, March 1991, "Modeling Machine tool Feed Servo Drive Using Simulation Technique to Predict Performance, IEEE."

(5) Y. S. Trang, 1995, "An Investigation of Stick-Slip Friction On the Contouring Accuracy of CNC Machine Tools," Int. J. Mach. Tools Manufacturing. Vol. 35, No. 4, pp.565~576.

(6) W. W. Nam, 2000, "A Study on the Design and Control of High Speed and Precision Feed Drive System", A Graduate school of Yonsei Univ. A Ph. D Thesis.

(7) Proceedings of JSPE Autumn Conference, 1989, pp. 81~82, & pp. 477~488

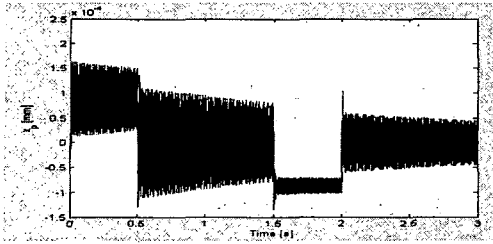
(8) C. H. Park, H. S. Lee, 2000, "Precision Positioning Technologies with Ball-screw," Journal of KSPE, Vol. 17, No. 12, PP.26~33 (in Korean).

(9) Z. Michalewicz, 1996, "Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs," Springer-Verlag.

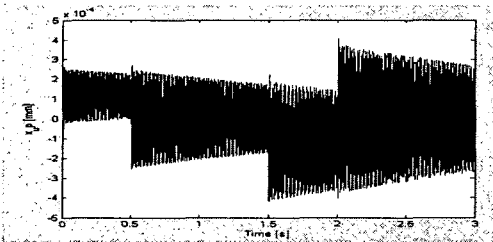
(10) SAMICK LMS CO., LTD., 2002, "PS-500 An Instruction Manual"

(11) Mitsuo Gen, R. Cheng, 1997, "Genetic Algorithms and Engineering Design," John Wiley & Sons, Inc.

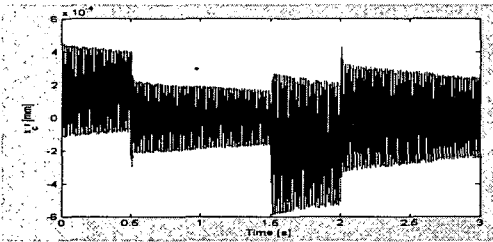
(12) H. S. Byun, 1999, "Dynamic Design Optimization of a Pneumatic Suspension Seat Using Genetic Algorithm," Master's Thesis, Changwon National University



(a) $x_1(t)$



(a) $x_2(t)$



(c) $x_3(t)$

Fig. 6 computed vibrations of 3-D.O.F translational model

4. 결론

본 논문에서는 랙/피니언 방식의 라우터머신 이송시스템의 진동해석을 위해 2+3 자유도 모델을 제안하고, 뉴턴의 운동방정식을 이용하여 운동방정식을 유도하였다. 공작기계의 cross-rail 중앙 head 부위의 진동해석을 위해 Matlab을 사용하여 운동방정식을 해석하였다.

본 논문에서 제안된 2+3 자유도 모델을 이용하면, 모터 속도제어 입력 조건이 변화되는 경우에 대하여 운전 중에 발생하는 이송시스템의 진동현상을 시뮬레이션 할 수 있을 것이다. 또한 이송체의 설계단계에서 각 부분별 파라미터 값들을 변경하여 최적의 값을 도출 한다면, 공진 여부의 예측이나 이송시스템의 최적 설계에도 활용 할 수 있을 것이다.

5. 후기

본 논문은 산업자원부 2004년도 지역산업중점 기술개발 사업의 일환으로 한국정밀기계(주)의 연구비 지원에 의한 논문입니다. 이에 관계자 여러분께 감사드립니다.