

## 유연빔의 피드포워드 능동 충격응답 제어 Feedforward Active Shock Response Control of a Flexible Beam

표상호\*·신기홍†·이영섭\*\*  
Sangho Pyo, Kihong Shin, Young-Sup Lee

**Key Words :** Active Control (능동제어), Feedforward Control (피드포워드 제어), Flexible Beam (유연빔), Piezoceramic Actuator (압전 작동기), Least Squares Methods (최소 자승법)

### ABSTRACT

Active control method is applied to a flexible beam excited by a shock impulse by focusing on reducing the residual vibrations after the shock input. It is assumed that the shock input can be measured and is always occurred on the same point of the beam. If the system is well identified and the corresponding inverse system is designed reliably, it has shown that a very simple feed-forward active control method may be applied to suppress the residual vibrations without using an error sensor and adaptive algorithm. Both numerical simulation and experimental result show a promising possibility of applying to a practical problem.

### 1. 서 론

각종 정밀공작기계 또는 로봇 부품들은 경우에 따라서 과도한 충격 외력을 받는 경우가 많다. 이러한 충격에 의해 정밀공작기계에서는 채터마크와 같은 거친 표면이 발생하며 산업용 로봇은 위치제어의 오차를 발생하여 응답성이 늦어지는 문제점을 유발 시킨다.<sup>(1)</sup> 특히 유연한 구조물은 충격에 의하여 잔류진동이 오래 남게 되어 많은 문제점이 될 수 있기 때문에 충격응답을 효과적으로 제어하기 위한 연구가 필요하다.

본 연구에서는 유연빔의 충격응답을 제어하기 위하여 압전작동기(PZT)를 이용한 피드포워드 능동 충격응답 제어방법을 연구하였다. 기본적인 제어과정은 충격에 의한 응답을 미리 예측하고 예측된 잔류진동을 제어하기 위하여 제어력(control force)을 발생시킨다. 기존의 능동제어에서는 에러신호를 검출하고 이에 따른 필터(filter)의 계수를 변환시키는 적응제어(Adaptive Control)<sup>(2)</sup> 방법이 주로 사용하였다. 그러나 이 경우 에러검출센서와 부가 장비 등에 의한 많은 비용이 요구 된다.

본 연구에서는 충격 외력이 일정한 위치에서 일어나는 경우 또한 충격 외력을 측정할 수 있고, 시스템의 모델링이 정확히 이루어 진다면 에러신호의 검출과 제어알고리듬의 안정성(stability)을 고려할 필요 없이 단순한 능동제어 시스템이 구현

될 수 있음을 보였다. 이러한 단순화된 능동시스템의 경우 추가적인 센서와 비용 면에서도 유리하지만 에러신호가 없기 때문에 제어입력이 정확하지 못한다면 오히려 전동을 증폭시킬 가능성이 있다. 따라서 저역통과필터(low-pass-filter), 전원증폭기(power amplifier) 등 여러 장비의 특성을 고려하고 유연구조물의 모델링이 정확하게 이루어져야 한다. 본 연구에서는 유연빔의 이론적 모델과 실제빔의 주파수응답함수(FRF) 비교를 통하여 시스템의 특성을 검증 하였으며 최소자승법(Least squares methods)<sup>(4)(5)</sup>을 이용하여 Inverse filter를 구성하고 적절한 제어신호를 구현하였다. 또한 시뮬레이션을 통하여 능동 충격응답 과정을 보였으며 실험에 의한 검증을 통하여 유연빔의 잔류진동이 효과적으로 제어됨을 보였다.

### 2. 유연빔의 이론적 모델과 실제빔의 FRF 비교

피드포워드 능동 충격응답 제어를 구현하기 위해서는 시스템의 분석과 정확한 모델링이 이루어져야 한다. 따라서 본 절에서는 유연빔의 이론적 모델과 실제빔의 주파수응답함수(FRF) 비교를 통하여 실제 모델빔을 검증하였다. Fig. 1과 같이 유연빔에 대해 압전 작동기에 의하여 굽힘 모멘트가 작용하는 경우 빔의 끝단에서의 변위  $w(x, t)$ 는 다음과 같이 표현 된다.

$$w(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} q_n(t) \phi_n(x) \quad (1)$$

여기서  $\phi_n(x)$ 는 n 번째 굽힘모드 형상이고,

\* 책임저자, 안동대학교 기계공학부 조교수  
E-mail : kshin@andong.ac.kr  
Tel : (054) 820-5885, Fax : (054) 823-5495

\* 정희원, 안동대학교 대학원 기계정보공학과

\*\* 정희원, 한국표준과학연구원

$q_n(t)$ 는 모드좌표(modal coordinate)이다. 따라서 운동방정식은 다음과 같다.

$$M_n \ddot{q}_n(t) + K_n q_n(t) = Q_n(t) \quad (2)$$

$M_n, K_n, Q_n(t)$ 는 정규화된 질량(Normalized mass), 강성(stiffness), 힘(force)이다, 끝단의 변위  $w(L_x)$ 와 굽힘 모멘트  $M_{pe}(L_{x,pe})$ 의 관계는 다음과 같이 표현된다. <sup>(3)</sup>

$$\frac{w(L_x)}{M_{pe}(L_{x,pe})} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\phi_n(L_x)\phi_n'(L_{x,pe})}{M_n[(\omega_n^2 - \omega^2) + j2\zeta_n\omega_n\omega]} \quad (3)$$

굽힘 모멘트  $M_{pe}$ 은 압전작동기(PZT)와 입력 전압에 의해 결정되므로 다음과 같이 표현된다.

$$M_{pe}(L_{x,pe}) = \alpha_M V_3(t) \quad (4)$$

여기서  $\alpha_M$ 은 압전작동기의 계인(gain) 값이다.

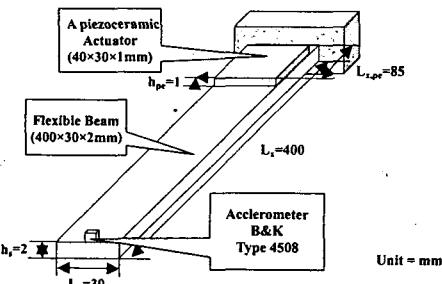


Fig 1. Flexible beam model including sensor and actuator

입력전압과 끝단 변위 사이의 관계를 주파수 응답함수(FRF)로 나타내면 다음과 같이 표현된다.

$$G(j\omega) = \frac{w(L_x, \omega)}{V_3(\omega)} = j\omega \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\alpha_M \phi_n(L_x) \phi_n'(L_{x,pe})}{M_n[(\omega_n^2 - \omega^2) + j2\zeta_n\omega_n\omega]} \quad (5)$$

따라서 식 (5)를 이용한 이론적인 주파수 응답함수를 구현하였다. Fig. 2 (a), (b)는 실제빔과 식 (5)에 나타낸 모델빔에 대한 주파수응답함수(FRF)의 크기(magnitude)와 위상(phase)을 각각 나타내었다. 서론에서 언급한 바와 같이 본 연구에서 제안된 피드포워드 능동 충격응답 제어에서는 시스템의 정확한 모델링이 매우 중요하다. 그 이유는 제어기 설계의 핵심이 되는 Inverse filter를 이용하여 구성된 제어입력의 오차를 최소화하기 위함이다. 따라서 제어알고리듬에서 사용되는 주파수응답함수(FRF)는 실제빔 자체의 주파수응답함수(FRF)가 아니고 데이터수집장치(DAQ), 저역통과 필터(low-pass-filter), 전원증폭기(power amplifier)를 통과하기 전 신호와 유연빔의 끝단에서 측정한 신호 사이의 주파수응답함수(FRF)를 구하였다. 이는 여러 장비들을 거치면서 발생하는 신호의 왜곡(Distortion) 현상을 고려하기 위함이다. 1 차모드

성분이 2 차모드에 비해 다소 큰 차이를 보이는 것은 이러한 영향들 때문인 것으로 판단된다. Fig. 2 (a)에서는 나타나지 않았지만 3 차모드 이상의 고차모드의 크기(magnitude)는 매우 작고 또한 고차모드 성분은 빠르게 감소하기 때문에 본 연구에서는 잔류진동에 큰 영향을 미치는 1,2 차 성분만을 고려한 능동 충격응답 제어시스템을 구현하였다.

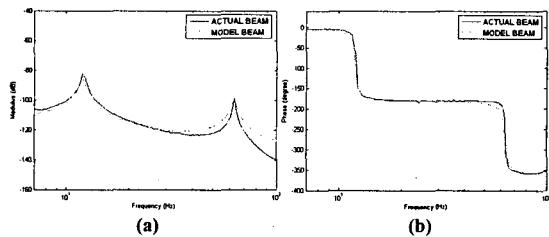


Fig. 2 Frequency Responses and Phase plots of the Actual Beam (solid line) and of the Model Beam (dotted line)

### 3. 제어기 설계 및 SIMULATION

본 연구에서 고려하는 단일 입출력 시스템에 대한 제어기의 블록 선도(Block diagram)는 Fig. 3과 같이 나타낼 수 있다.

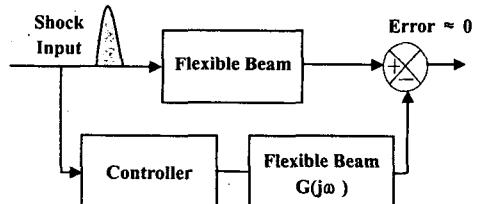


Fig. 3 Block Diagram of feedforward active shock response control system

앞 절에서 계측한 실제빔을 주파수응답함수(FRF)를 이용하여 충격입력이 유연빔을 가진 시키고 제어기를 통과한 충격입력은 유연빔의 가진을 억제시키는 제어신호를 발생시킨다. 이때 제어기는 선형 시스템(Linear System)으로 가정하였으며 제어기의 구성 및 계략적인 알고리듬은 Fig. 4에 나타내었다.

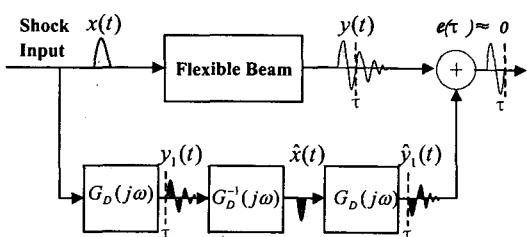


Fig. 4 Control process

유연빔의 제어신호 생성과정은 다음과 같이 요약될 수 있다. 먼저 실제 계측된 유연빔의 모델,  $G_D(j\omega)$ 을 이용하여 충격입력,  $x(t)$ 에 대한 충격응답,  $y(t)$ 을 예측한다. 다음, 제어가 이루어지는 시점이  $\tau$ 인 경우  $t > \tau$ 에 해당하는 예측값만 추출한다. 즉, 다음과 같은 잔류진동 신호를 구성한다.

$$y_1(t) = \begin{cases} y(t) & \text{if } t > \tau \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

잔류진동,  $y_1(t)$ 의 신호는 Inverse filter,  $G_D^{-1}(j\omega)$ 를 통과 시켜 제어 신호,  $\hat{x}(t)$ 를 구성한다.

Fig. 5 는 최소자승법(Least squares methods)<sup>(4)(5)</sup>에 의한 Inverse filter,  $f(n)$ 을 구하는 블록 선도(Block diagram)를 나타낸다.

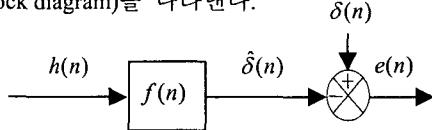


Fig. 5 Block diagram for designing a inverse filter

$h(n)$ 은 Impulse Response Function을 나타내며 Mixed phase system 이므로 실제 Inverse filter를 설계시에는 delay를 고려해야 한다. Optimal inverse filter,  $f(n)$ 는 다음과 같이 구하여 진다.

$$\mathbf{f} = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{g} \quad (6)$$

식(6)을 Matrix 형태로 표현하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} r_{hh}(0) & r_{hh}(1) & \dots & r_{hh}(M) \\ r_{hh}(1) & r_{hh}(0) & \dots & r_{hh}(M-1) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{hh}(M) & r_{hh}(M-1) & \dots & r_{hh}(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f(0) \\ f(1) \\ \dots \\ f(M) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h(0) \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

여기서  $\mathbf{g}$ 는 Cross-correlation Vector이며 다음과 같다.

$$g(m) = \sum_{n=0}^N \delta(n)h(n-m) \quad (8)$$

또한  $\mathbf{R}$ 은 Auto-correlation Matrix이며 같다.

$$r_{hh}(m) = \sum_{n=0}^N h(n)h(n-m) \quad (9)$$

실제빔 모델과 Inverse filter로 구성된 제어기를 이용하여 컴퓨터 시뮬레이션을 수행하였다. Fig. 6 (a),(b)는 반정현파(half-sine) 형태의 충격입력과 충격응답을 각각 나타내었다. 이 응답을 이용하여 제어대상 시간인  $t > \tau$ 에 해당하는 응답신호를

구성한 뒤 Inverse filter,  $f(n)$ 에 통과시켜 제어입력을 구하였다. Fig. 6 (c)는  $t > \tau$ 인 응답신호이며 이 신호에 해당하는 입력은 제어신호로써 Fig. 6 (d)에 나타내었다.

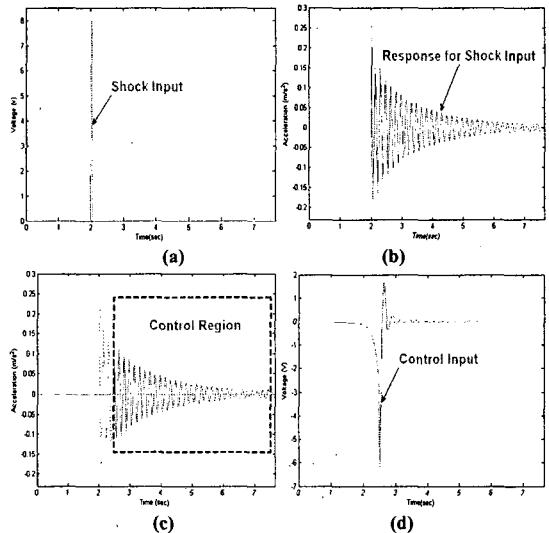


Fig. 6 Construction of a Control signal  
(a) Shock Input  
(b) Shock Response  
(c) Truncated Response  
(d) Control Input

Fig. 7 (a)는 반정현파(half-sine) 형태의 충격입력과 제어입력을 나타내었으며 Fig. 7 (b)는 모델빔,  $G_D(j\omega)$ 에 충격입력을 가진 한 뒤 0.5sce 후 제어입력을 발생시켰을 때의 응답을 나타내었다. 제어신호 발생 직후의 잔류진동 대부분이 제거됨을 볼 수 있다.

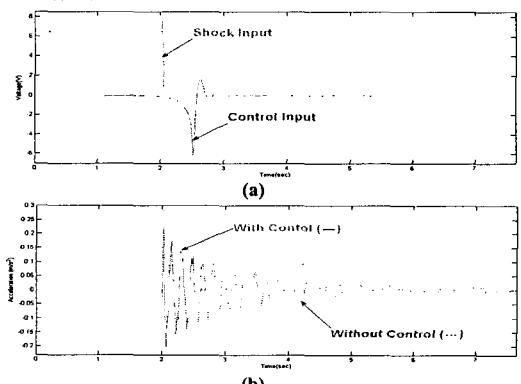


Fig. 7 (a) Shock Input and Control Input, (b) Comparison of responses with/without control

## 5. 실험에 의한 검증

유연빔(400×30×2mm, steel)의 충격응답에 대한 능동제어의 실험적 검증을 위한 구성을 Fig. 7 과 같다.

충격외력은 반정현파(half-sine) 형태의 임펄스(impulse)신호를 압전작동기( $40 \times 30 \times 1\text{mm}$ , Morgan Matroc PZTSH)에 가함으로써 구현하였고 제어력(control force)도 동일한 압전작동기(PZT)를 이용하였다. 압전작동기(PZT)는 고정단으로부터  $6.5\text{cm}$  상단에 부착하였다. 유연빔의 끝단의 진동은 가속도계(B&K 4508)를 이용하여 측정하였다. 유연빔에 가해진 반정현파(half-sine) 형태의 임펄스(impulse)는  $0.0547\text{sec}$ 이고 이때 압전작동기(PZT)에 가해진 최대전압은  $8\text{V}$ 이다. 이 충격입력에 대한 응답을 예측하고, 실제 제어는  $0.5\text{sec}$  이후부터 이루어 지도록 Inverse filter를 이용하여 제어입력을 구성하였다.

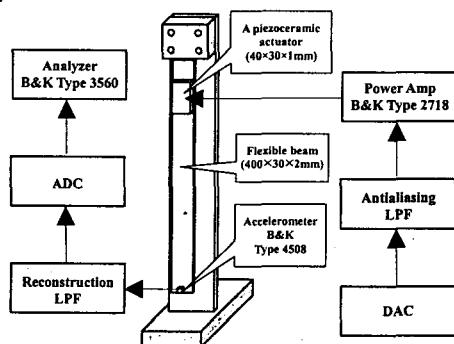


Fig. 7 Experimental set-up.

Fig. 8 (a)은 충격입력 대 한 유연빔의 응답을 나타내었으며 점선부분은 제어하고자 하는 구간( $t > \tau$ )을 나타내었다. Fig 8 (b)는 충격외력이 가해진 후 제어입력을 통하여 유연빔의 잔류진동을 제어한 결과이다. 시뮬레이션 결과와 마찬가지로 실험에서도 본 연구에서 제안한 제어방법이 매우 효과적임을 알 수 있다.

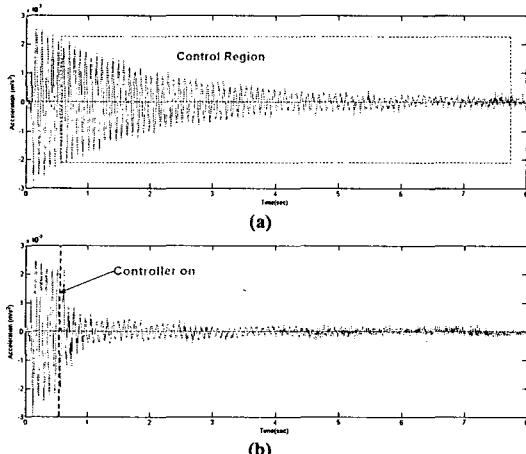


Fig. 8 Experimental results of half sine shock input  
(a) without Control (b) with Control

## 5. 결 론

본 연구에서는 유연한 구조물에 충격외력을 받는 경우 잔류진동을 효과적으로 제어하기 위하여 피드포워드 능동 충격응답 제어를 제안하고 그 성능에 대하여 실험적 검증을 하였다. 유연빔의 경우 잔류진동의 영향이 가장 큰 1,2 차 모드를 고려 하였으며 정확한 제어입력 생성을 위하여 각종 아날로그 장비의 특성을 고려한 Inverse filter를 이용하였다. 특히 본 연구에서는 여러 검출신호가 필요 없는 단순한 능동 충격응답 제어 알고리듬을 제안하였다. 시뮬레이션 및 실험을 통하여 검증하였으며 그 결과 충격외력에 의한 잔류진동이 효과적으로 제어됨을 보였다. 그러나 실제 능동제어 시스템을 구현하기 위하여 충격외력의 위치와 제어입력의 위치가 다른 경우를 고려해야 하며 디지털신호처리기(Digital Signal Processor)를 이용한 실시간 시스템 구현은 향후 과제로 남아있다.

## 후 기

본 연구는 교육부의 두뇌 한국 21(BK21) 사업의 지원으로 수행되었음.

## 참고문헌

- (1) 임승철, 1999, “구조물의 능동 진동제어”, 한국소음진동공학회지, 제 9 권 제 1 호.
- (2) S.J Elliott and P.A. Nelson, 1992, Active Control of Vibration, Academic Press.
- (3) Lee Y.-S., 2000, “Active Control of Smart Structures using Distributed Piezoelectric Transducers”, PhD thesis, ISVR, University of Southampton, UK
- (4) S.J Elliott and P.A. Nelson, 1992, Active Control of Sound, Academic Press.
- (5) Samuel D. Stearns, 2003, Digital Signal Processing with Examples in Matlab, CRC Press
- (6) P. Salemi and M. F. Golnaraghi, 1997, Journal of Sound and Vibration, 208(1), 15-32, Active control of forced and unforced structural vibration
- (7) R. Setola, 1998, Journal of Sound and Vibration, 213(5), 777-790, A Spline-Based state reconstructor for active vibration control of a flexible beam
- (8) 이영섭, 2004, “직접속도 피드백을 이용한 보의 능동진동제어”, 한국소음진동공학회지, 춘계학술대회논문집, pp.582-592
- (9) 김종선, 1992, “압전소자를 액츄에이터로 이용한 탄성보 진동의 능동제어”, 한국소음진동공학회지, 제 2 권 제 3 호.