

# 지능형 Hull 구조물의 능동 진동제어 Active Vibration Control of Smart Hull Structures

손정우\*·최승복\*\*·김흥수\*\*

Jung Woo Sohn\*, Seung-Bok Choi\*\* and Heung Soo Kim\*\*

**Key Words :** Hull Structure(헬 구조물), Vibration Control(진동제어), Modal Analysis(모드해석) Piezoelectric Actuators and Sensors(압전 작동기 및 센서), Finite Element Modeling(유한요소모델링)

## ABSTRACT

In this study, dynamic characteristics of an end-capped hull structure with surface bonded piezoelectric actuators are studied. Finite element modeling is used to obtain practical governing equation of motion and boundary conditions of smart hull structure. Modal analysis is conducted to investigate the dynamic characteristics of the hull structure. Piezoelectric actuators are attached where the maximum control performance can be obtained. Active controller based on Linear Quadratic Gaussian (LQG) theory is designed to suppress vibration of smart hull structure. It is observed that closed loop damping can be improved with suitable weighting factors in the developed LQG controller.

## 1. 서론

항공기나 잠수함과 같은 운동체의 경우, 구조체의 진동은 시스템 전체의 소음 및 피로를 유발할 수 있다. 최근까지 지능 구조물에 대한 많은 연구가 진동 제어나, 소음 감소와 같은 구조체의 성능 향상을 위해 진행되어 왔으며, 압전재료는 압전효과와 역압전효과를 이용하여 이러한 구조체에 작동기나 감지기로 사용되어 왔다. Crawley 와 de Luis 등은 유도 변형을 작동 방법에 대한 연구로 이 분야에 선구적인 업적을 남겼다<sup>(1)</sup>. 그 후로 이러한 작동 방법을 이용하여 구조체의 성능 향상을 위한 많은 연구가 계속 되어져 왔다<sup>(2)</sup>. 그러나 대부분의 연구들은 평판 형태의 구조물에 대한 연구로 국한되어져 왔다. Tzou 등은 modal 압전작동기를 이용한 shell 구조물의 제어 기법에 대한 연구를 수행하였다<sup>(3)</sup>. 그들은 공간 되먹임 함수를 이용하여 일반적인 분포 되먹임 제어 알고리즘을 구성하였다. Kim 등은 부분적으로 적용된 압전작동기를 이용하여 단순지지 된 원형 shell 구조물의 진동제어에 대한 성능을 연구하였다<sup>(4)</sup>. 유한요소모델링 기법을 사용하여 운동방정식을 유도하였고, 구조물의 댐핑 성능 향상을 위하여 LQG 제어를 설계하였다. 반면 Kim 등은 압전세라믹 작동기가 부착된 평판 구조물의 능동 소음제어를 위하여 강건제어기인  $H_\infty$  제어를 설계하였다<sup>(5)</sup>.

본 연구에서는 표면에 압전작동기가 부착된 양

끝이 닫혀진 hull 구조물의 진동제어에 관한 연구를 수행하였다. 유한요소모델링 기법으로 구조물의 운동방정식을 유도하였으며, 효과적인 진동제어를 위해 LQG 제어기를 설계하였다. 제어기 설계 시 상태방정식은 유한요소모델로부터 얻을 수 있었다. 적절한 가중치 요소를 선택하여 성능지수를 최소화함으로써 최적의 제어 입력을 결정하였으며, 우수한 진동제어 성능을 확인하였다.

## 2. 유한요소 모델링

본 연구에서는 Fig. 1 과 같이 표면에 압전작동기가 부착된 양 끝이 닫혀있는 hull 구조물을 고려하였다. 구조체와 압전작동기는 완전히 붙어있는 것으로 가정하였다. 압전재료의 선형 구성방정식은 다음과 같다.

$$\begin{Bmatrix} T \\ D \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c^E & e_t \\ e & -\epsilon^s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} S \\ -E \end{Bmatrix} \quad (1)$$

여기서  $T$ 는 응력벡터,  $S$ 는 변형을 벡터이다.  $E$ 는 전기장을 나타내고,  $D$ 는 전기적 변위를 나타낸다. 위 첨자는 압전재료의 경계조건을 나타내는 것이고, 아래 첨자  $t$ 는 전치행렬을 나타낸다. 식 (1)에서 사용된 재료 상수는 기계적, 전기적으로

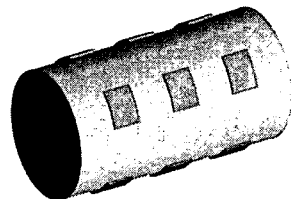


Fig 1. Schematic of the end-capped hull structure with surface bonded piezoelectric actuators

\* 인하대학교 대학원 기계공학과  
E-mail : jwsohn@inha.net  
Tel : (032) 872-7925, Fax : (032) 868-1716

\*\* 인하대학교 기계공학과

연성된 구조적 특성을 나타내기 위해 사용되었다.  $c^E$  행렬은 일정한 전기장 하에서의 기계적 강성,  $e$  행렬은 압전 상수,  $\epsilon^r$  행렬은 일정한 변형을 하에서의 유전율 상수를 나타낸다. 지능형 hull 구조물의 기하학적 구조와 경계 조건의 모델링을 위해서 유한요소모델링 기법이 사용되었다. 변분법과 유한요소 이산법을 적용한 후, 연성된 유한요소 운동방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_d \\ \dot{\phi} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{C}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_d \\ \phi \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{uu} & \mathbf{K}_{u\phi} \\ \mathbf{K}_{\phi u} & \mathbf{K}_{\phi\phi} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_d \\ \phi \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{F}_u \\ \mathbf{F}_\phi \end{Bmatrix} \quad (2)$$

여기서  $u_d$ 는 nodal 변위,  $\phi$ 는 전기적 포텐셜 벡터이다.  $\mathbf{M}$ 은 구조체의 질량행렬,  $\bar{\mathbf{C}}$  행렬은 댐핑 행렬,  $\mathbf{K}_{uu}$ 는 강성행렬을 나타낸다.  $\mathbf{K}_{u\phi}$ 와  $\mathbf{K}_{\phi u}$ 는 압전-기계 연성에 의한 연성 강성행렬이다. 이 행렬은 입력 전압이나 기계적 변형에 의해 발생하는 전기적 신호에 따라 압전재료의 작동기나 감지기로 사용되어지게 한다.  $\mathbf{K}_{\phi\phi}$ 는 전기장에 의한 강성 행렬이다. 댐핑행렬  $\bar{\mathbf{C}}$ 는 질량과 강성에 비례하는 값으로 정의의 하였다. 벡터  $\mathbf{F}_u$ 는 기계적인 힘 벡터이고,  $\mathbf{F}_\phi$ 는 전기장의 힘 벡터이다. 운동방정식은 nodal 변위만을 사용하여 축소 모델 형태로 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\mathbf{M}\ddot{u}_d + \bar{\mathbf{C}}\dot{u}_d + \mathbf{K}u_d = \mathbf{F} \quad (3)$$

여기서

$$\mathbf{K} = \mathbf{K}_{uu} - \mathbf{K}_{u\phi}\mathbf{K}_{\phi\phi}^{-1}\mathbf{K}_{\phi u}, \quad \mathbf{F} = \mathbf{F}_u - \mathbf{K}_{u\phi}\mathbf{K}_{\phi\phi}^{-1}\mathbf{F}_\phi \quad (4)$$

이다.

식 (3)과 같이 축소된 운동방정식은 각각의 nodal 변위가 서로 연성되어 있다. 하지만, 제어기를 설계하기 위해서는 비연성 운동방정식이 필요한데 이를 위해 먼저 모드 해석을 수행한다. 그러면, 얻어진 modal 행렬을 사용하여 전역 변위 벡터  $u_d$ 를 modal 변위 벡터  $\eta$ 로 다음과 같이 변형할 수 있다.

$$u_d = \Phi\eta \quad (5)$$

식 (5)를 식 (2)에 대입하고, modal 축소를 하게 되면, 되먹임 제어 시스템을 위한 비연성된 운동방정식이 다음과 같이 얻어지게 된다.

$$\hat{\mathbf{M}}\ddot{\eta} + \hat{\mathbf{C}}\dot{\eta} + \hat{\mathbf{K}}\eta = \hat{\mathbf{F}} \quad (6)$$

여기서

$$\hat{\mathbf{M}} = \Phi^T \mathbf{M} \Phi, \quad \hat{\mathbf{C}} = \Phi^T \bar{\mathbf{C}} \Phi, \quad \hat{\mathbf{K}} = \Phi^T \mathbf{K} \Phi, \quad \hat{\mathbf{F}} = \Phi^T \mathbf{F} \quad (7)$$

이다.

$\hat{\mathbf{M}}$ ,  $\hat{\mathbf{C}}$ ,  $\hat{\mathbf{K}}$ 는 각각 modal 질량행렬, modal 댐핑 행렬, modal 강성행렬이다. 이렇게 얻어진 modal

운동방정식으로부터 다음과 같은 상태공간 방정식을 얻을 수 있다.

$$\dot{\hat{x}} = \mathbf{A}\hat{x} + \mathbf{B}u \quad (8)$$

여기서

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\hat{\mathbf{M}}^{-1}\hat{\mathbf{K}} & -\hat{\mathbf{M}}^{-1}\hat{\mathbf{C}} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \hat{\mathbf{M}}^{-1}\hat{\mathbf{F}} \end{bmatrix} \quad (9)$$

이다.

제안된 지능형 hull 구조물의 고유진동수와 모드 형상은 상용 유한요소해석 소프트웨어인 ANSYS를 사용하여 구하였다.

### 3. 제어기 설계

일반적으로 LQR 제어 기법에서 가정하듯, 시스템의 모든 상태를 측정하는 것은 불가능하다. 만일 이것이 가능하다 할 지라도, 측정값은 측정 소음에 의해 정확하지 않게 된다. 따라서, 본 논문에서는 압전작동기를 이용한 지능형 hull 구조물의 진동제어를 위해서 LQG 제어기법을 적용하였다. 외란과 측정 잡음을 고려한 LQG 이론을 사용하여 상태공간 운동방정식은 다음과 같이 쓰여질 수 있다.

$$\dot{x} = \mathbf{A}x(t) + \mathbf{B}u(t) + w(t), \quad y(t) = \mathbf{C}x(t) + v(t) \quad (10)$$

여기서  $x(t)$ 는 상태 변수 벡터,  $u(t)$ 는 입력 벡터,  $y(t)$ 는 출력 벡터이고  $\mathbf{A}$ 는 시스템 행렬,  $\mathbf{B}$  입력 행렬,  $\mathbf{C}$ 는 출력 행렬이다. 외란  $w(t)$ 와 측정잡음  $v(t)$ 는 모두 변동없는 영평균을 가지는 Gaussian 백색 잡음으로 가정하고, 다음과 같은 공분산을 가진다.

$$\begin{aligned} E\{w(t)w^T(t)\} &= \mathbf{W}\delta(t-t), \\ E\{v(t)v^T(t)\} &= \mathbf{V}\delta(t-t), \quad E\{w(t)v^T(t)\} = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

여기서  $E[\bullet]$ 는 기대치,  $\delta$ 는 Kronecker delta 함수를 나타내며,  $\mathbf{W}$ 와  $\mathbf{V}$ 는 외란과 측정 잡음의 세기를 나타내는 양한정 행렬이다.

LQG 제어기는 다음과 같이 구성된다.

$$\dot{\hat{x}}(t) = \mathbf{A}\hat{x}(t) + \mathbf{B}u(t) + \mathbf{L}[y(t) - \mathbf{C}\hat{x}(t)], \quad u(t) = -\mathbf{K}\hat{x}(t) \quad (12)$$

여기서  $\hat{x}$ 은 예측된 상태를 나타내며,  $\mathbf{K}$ 는 제어 이득 행렬,  $\mathbf{L}$ 은 Kalman filter의 이득 행렬이다. 제어 입력은 다음과 같이 표현되는 성능 지수를 최소화 시키는 값으로 결정되게 된다.

$$J = E \sum_{t=0}^{\infty} [x^T(t)\mathbf{Q}x(t) + u^T(t)\mathbf{R}u(t)] \quad (13)$$

여기서 가중치 행렬  $\mathbf{Q}$ 와  $\mathbf{R}$ 은 양반한정이다. 최적 되먹임 제어 이득 행렬  $\mathbf{K}$ 와 Kalman filter 이득 행렬  $\mathbf{L}$ 은 다음과 같이 얻어진다.

$$\mathbf{K} = (\mathbf{R} + \mathbf{B}^T \mathbf{P} \mathbf{B}) \mathbf{B}^T \mathbf{P} \mathbf{A}, \quad \mathbf{L} = \mathbf{A} \Sigma \mathbf{C}^T (\mathbf{C} \Sigma \mathbf{C}^T + \mathbf{V})^{-1} \quad (14)$$

여기서  $\mathbf{P}$  와  $\Sigma$ 는 Riccati 방정식의 양한정 해이다.

#### 4. 수치해석 예제

본 연구에서는 공기중의 hull 구조물에 대한 능동 진동제어 성능을 고찰하였다. 본 연구에서 고려된 양끝이 닫힌 hull 구조물에 12 개의 압전작동기가 부착된 모델을 Fig. 3 에 나타내었다. 제안된 hull 구조물은 공간상에서 자유경계조건을 가진다고 가정하였으며, 길이는 500mm, 지름은 250mm, 두께는 2mm 이며, 양 cap 의 두께는 5mm 이다. 압전작동기는 주어진 기하학적 형상에서 최고의 제어 성능을 얻을 수 있는 곳의 표면에 부착되었으며, 각 압전작동기는 길이가 60mm, 폭이 70mm, 두께는 1mm 이다. hull 구조물로 알루미늄이 사용되었으며, 압전작동기는 PZT-5H 가 사용되었다. 사용된 알루미늄과 압전작동기의 재료 특성을 Table 1 에 나타내었다. 유한요소해석을 위한 mesh 모델을 Fig. 4 에 나타내었다. hull 구조물에는 4 절점 shell 요소(SHELL63)를 사용하였으며, 압전재료에는 8 절점 solid 요소(SOLID5)를 사용하였다. 1504 개의 shell 요소와 108 개의 solid 요소가 사용되었다.

제안된 시스템의 동적 특성을 파악하기 위한 모드 해석을 수행하였다. 지능형 hull 구조물의 기본적인 모드 형상을 Fig. 5 에 나타내었다. 최대 변형은 압전작동기가 부착된 곳에서 일어났다. 이것은 고려된 형상에서 최고의 진동제어 성능을 얻을 수 있다는 것을 뜻하는 것이다. 압전작동기가 부착되지 않은 hull 구조물의 모드 형상도 Fig. 5 와 동일하다. 압전작동기가 부착된 지능형 hull 구조물의 고유진동수가 압전작동기가 부착되지 않은 hull 구조물의 고유진동수보다 더 작게 나타났다. 이는 압전재료의 높은 질량 밀도와 식 (4)에 나타난 바와 같이 압전재료에 의한 연성 강성이 작아짐에 따라 발생한 것이다. 압전작동기의 유무에 따른 hull 구조물의 고유진동수를 Table 2 에 비교하여 나타내었다. 압전작동기의 부착에 따라 약 10%의 고유진동수 감소가 나타났다.

모드 해석을 통해 얻어진 상태공간 운동방정식을 바탕으로 진동제어를 위한 LQG 제어를 설계하였다. 식 (13)에서의 가중치 행렬의 값은  $diag(\mathbf{Q}) = 5 \times 10^6$ ,  $diag(\mathbf{R}) = 1$ 로 설정하였다. 또한 모든 모드에 대해서 0.2%의 비례 댐핑을 가정하였다. 본 연구에서는 기본적인 6 개의 모드만 고려하였다. 초기 조건 (1,2) 모드의 open-loop 과

Table 1. Material properties of the PZT-5H and Aluminum

PZT-5H : Morgan Electroceramics			
$C_{11}^E$	12.6e10 N/m <sup>2</sup>	$C_{33}^E$	11.7e10 N/m <sup>2</sup>
$C_{44}^E$	2.3e10 N/m <sup>2</sup>	$C_{66}^E$	2.35e10 N/m <sup>2</sup>
$C_{12}^E$	7.95e10 N/m <sup>2</sup>	$C_{13}^E$	8.41e10 N/m <sup>2</sup>
$e_{31}$	-6.55 F/m <sup>2</sup>	$e_{33}$	23.3 F/m <sup>2</sup>
$e_{15}$	17 F/m <sup>2</sup>	$\epsilon_{11}^S/\epsilon_0$	1400 C/m <sup>2</sup>
$\epsilon_{33}^S/\epsilon_0$	1700 C/m <sup>2</sup>	$\rho$	7500 kg/m <sup>3</sup>
Aluminum Plate			
Young's modulus	6.8e10 N/m <sup>2</sup>	Density	2698 kg/m <sup>3</sup>
Poisson ratio	0.32		

Table 2. Natural frequencies of the end-capped hull structure with and without piezo

Mode	w/o piezo [Hz]	with piezo [Hz]
(1, 3)	458.4	409.9
(1, 4)	530.0	470.8
(1, 2)	719.4	622.9
(1, 5)	774.1	689.7
(2, 4)	973.2	869.9
(2, 5)	992.2	890.1

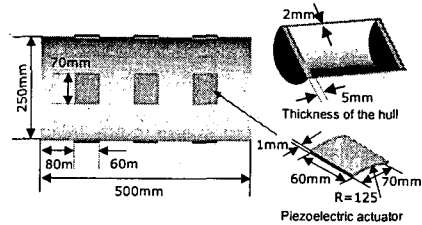


Fig. 3 Geometry of the end-capped hull structure with surface bonded piezoelectric actuators

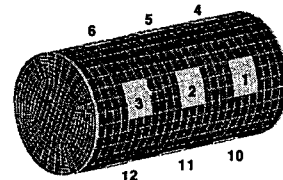


Fig. 4 Finite element mesh configuration

도 응답과 closed-loop 과도 응답을 Fig. 6 에 나타내었다. LQG 제어기의 적절한 가중치를 선정함으로써 높은 closed-loop 댐핑을 얻을 수 있었다. 초기 조건이 (1,2) 모드와 (2,4) 모드에 대해서 각 작동기의 제어 입력 전압을 Fig. 7 에 나타내었다. (2,4) 모드의 초기 조건에서는 hull 구조물의 길이 방향으로 대칭적인 모드 형상을 가짐으로써, 가운데 위치한 작동기들(작동기 2,5,8,11)은 작동하지 않은 것을 볼 수 있다. 그러나 (1,2) 모드의 경우에는 구조체의 큰 변형량에 따라 큰 작동력을 나타내고 있음을 확인할 수 있다. (1,2)

모드에서는 길이방향 축에 대해 대칭적으로 위치

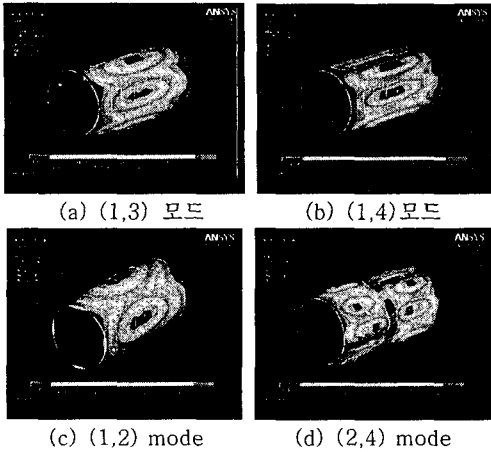


Fig. 5 Fundamental mode shapes of hull structure with surface-bonded piezoelectric actuators

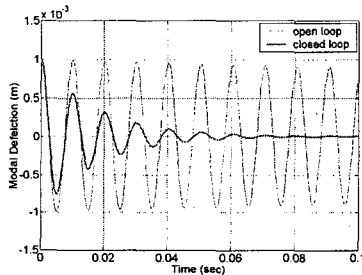


Fig. 6 Open and closed loop transient modal response under (1,2) mode motion

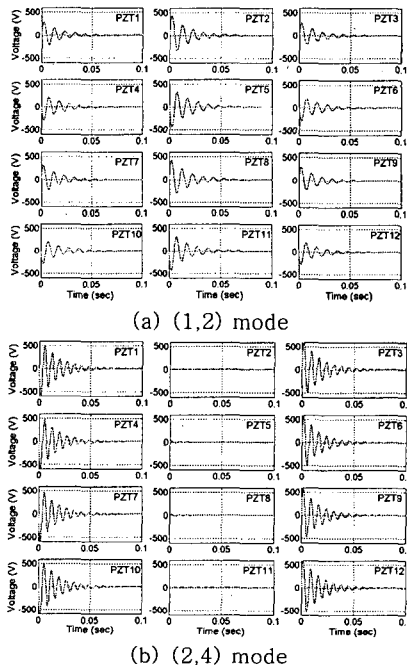


Figure 7. Voltage history of each actuator

한 작동기 (작동기 1,2,3 과 작동기 7,8,9)들은 같은 크기와 위상을 보이고 있다. 반면, 옆에 위치한 다른 작동기들(작동기 4,5,6 과 작동기 10,11,12)은 그림 5(c)에 나타난 바와 같이 반대 방향의 구조체 변형 때문에 크기는 같으나 반대 위상을 가지게 된다. (2,4) 모드에서는 원주방향으로 같은 현상이 나타남을 Fig. 7(b)에서 확인할 수 있다.

## 5. 결론

표면에 압전작동기가 부착되어 있고, 양끝이 닫혀있는 hull 구조물의 동적특성을 분석하였다. 유한요소 운동방정식과 모드 특성을 상용 해석프로그램인 ANSYS 를 이용하여 구하였고, hull 구조물의 능동 진동 제어를 위하여 LQG 제어 알고리즘을 적용하였다. 본 연구를 통해 다음과 같은 사실을 관찰하였다.

1. 압전작동기를 부착한 hull 구조물과 부착이 되지 않은 구조물은 모드 형상은 동일하나, 10%의 고유진동수 감소를 확인할 수 있었다.
2. 적절한 가중치를 선택함으로써 closed-loop 댐핑을 증가시킬 수 있었다.
3. 작동기의 효과를 높이기 위해서는 압전작동기의 부착 위치 선정이 중요하다.

## 후기

본 연구는 국방부가 지정한 UVRC(수중운동체특화센터)의 지원에 의하여 수행되었으며, 이에 관계자 여러분께 감사 드립니다.

## 참고 문헌

- (1) Crawley, E. F., and de Luis, J., 1987, "Use of Piezoelectric Actuators as Elements of Intelligent Structures", *AIAA Journal*, Vol. 25, pp. 1373~1385.
- (2) Chopra, I., 2002, "Review of State-of-Art of Smart Structures and Integrated Systems", *AIAA Journal*, Vol. 40, pp.2145~2187.
- (3) Tzou, H. S., Zhong J. P., and Hollkamp, J. J., 1994, "Spatially Distributed Orthogonal Piezoelectric Shell Actuators: Theory and Applications", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 177, pp.363~378.
- (4) Kim, H. S., Chattopadhyay, A., and Nam, C., 2002, "Implementation of A Coupled Thermo-Piezoelectric-Mechanical Model in the LQG Controller Design for Smart Composite Shell", *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 13, pp.713~724.
- (5) Kim, J. H., Choi, S. B., Cheong, C. C., Han, S. S., and Lee, J. K., 1999, "H<sub>∞</sub> Control of Structure-borne Noise of a Plate Featuring Piezoceramic Actuators", *Smart Materials and Structures*, Vol. 8, pp. 1~12.