

# 스트레인 출력 되먹임을 이용한 구조 시스템 계수 추정 Structural System Parameter Estimation using Strain Output Feedback

하 재 훈\*·박 윤 식\*\*·박 영 진\*\*  
Ha Jaehoon, Park Younsik and Park Youngjin

**Key Words:** Parameter Estimation, Multiple-system Method, Mode Decoupling Controller, Strain Output Feedback

## ABSTRACT

As computer capability and test skill become more and more advanced, finite element method and modal test are being widely applied in engineering design. In order to correlate and reconcile the inevitable discrepancies between the analytical and experimental models, many techniques have been developed. Among these methods, multiple-system methods are known as the effective tools in that they can supply the rich modal data available which are experimentally obtained. These abundant modal data can help structural system parameters estimated well. Multiple-system methods can be classified into the structural modification methods and feedback controller methods. The structural modification methods need the physical attachment of structures and their concept may limit the application of them. To overcome this drawback, the feedback controller methods are addressed which enable us to get more modal data without the structural change. Mode decoupling controller (MDC), one of them, is to use acceleration output feedback to perturb an open-loop system. The output feedback controller generally cannot guarantee the stability of a closed-loop system. However, MDC can solve this problem under the certain constraints. So far, MDC utilizes accelerations as the sensor signals. In this research, strain sensors are going to be picked up to apply to the MDC. Strain output is recently used for structural system identification due to the drastically improved and miniaturized strain sensor. In this paper, we show that the MDC using strain output has differences compared with acceleration output in estimating the structural system parameters. The associated simulation is performed to demonstrate the above mentioned characteristics.

## 1. 서론

컴퓨터의 급격한 발달로 인해 구조시스템 설계에 정교한 해석 모델을 활용하는 것이 가능하게 되었다. 하지만 초기 해석 모델을 통해 얻은 결과는 측정 결과와 많은 차이를 나타낸다. 이는 해석 모델이 여러 가정을 통해 간략화 되었기 때문이다. 일반적으로 해석 모델은 선형 시불변(linear time invariant)이라고 가정되며, 결합부나 감쇄는 정확히 표현되지 않는다. 또한 실험 모델과의 자유도가 일치하지 않는 것도 오차의 원인이 된다. 따라서 초기 해석 모델의 구조계 계수는 실험 결과를 활용하여 개선되어야 한다. 이와 같이 실험을 통해 해석 모델을 개선하는 과정을 구조 시스템 규명(structural system identification)이라 한다.<sup>(1)</sup> 특히 모달 테스트를 이용하여 유한 요소 모델을 개선하는 작업을 모델 개선(model updating)이라 부른다.<sup>(2)</sup> 현재까지 다양한

모델 개선 방법이 개발되고 활용되어 왔다. 이 중에서 모델 파라미터(model parameter)에 대한 모달 정보(modal data) 민감도 행렬을 이용하는 방법이 널리 사용된다. 이 방법은 보통 추정해야 할 모달 파라미터가 모달 정보에 비해 많기 때문에 불충분(under-determined) 해 문제가 된다. 이를 해결하는 방법으로 벌칙 함수 방법(penalty function method)과 최소 분산 방법(minimum variance method)이 개발되었다.<sup>(3)</sup> 만약 측정된 모달 정보의 수를 증가시킬 수 있다면 불충분 해 문제가 과잉(over-determined) 해 문제로 변경되어 모델 파라미터를 추정하는데 매우 유리해진다. 이와 같이 풍부한 모달 정보를 얻기 위해 시스템을 여러 개 만드는 방법을 다중 시스템 방법(multiple-system method)이라 부른다. 다중 시스템 방법은 구조체를 변경하는 방식과 케환 제어기를 사용하는 방식으로 구분된다. 구조체를 변경하는 방식으로, Nalitolela<sup>(4)</sup> 등은 질량 혹은 강성을 추가하는 방식을 제안하였고 Lammens<sup>(5)</sup> 등은 경계 조건을 변경하는 PBC 실험(Perturbed boundary condition testing) 기법을 제시하였다. 이와 달리 케환 제어기를 사용하는 방식은 구조적 변경 없이 케환 이득값을 조정하여 새로

\* 박사과정, 한국과학기술원, 기계공학과  
E-mail : jaehoonha@kaist.ac.kr  
Tel : (042) 869-3076, Fax : (042) 869-8220

\*\* 교수, 한국과학기술원, 기계공학과

운 구조체를 생성할 수 있다는 장점이 있다. Lew<sup>(6)</sup> 등은 가상 수동 제어기(Virtual passive controller, VPC)를 사용하여 얻어진 폐루프(closed-loop) 고유 진동수를 결합 진동에 활용할 수 있는 가능성을 열었다. 제어기를 가상으로 설치했다고 가정할 후 시뮬레이션을 통해 모달 정보를 얻어내는 방법을 사용한다. VPC 에는 구조체에 에너지를 전달하거나 소산시킨다는 의미로 수동(passive)라는 단어가 사용되었다. Ray<sup>(7)</sup> 등은 강성과 질량 손상에 대한 폐루프 고유 진동수의 민감도를 향상시키기 위해 민감도 향상 제어기(Sensitivity enhancement controller, SEC)를 도입하였다. 개루프의 고유 진동수는 결합에 민감하지 않지만 SEC 를 통해 얻어진 폐루프 고유 진동수는 결합에 매우 민감해진다. 정훈상<sup>(8)</sup> 등은 모델 개선을 위해 가속도 출력 되먹임을 사용하는 모드 분리 제어기(Mode decoupling controller, MDC)를 개발하였다. 이 경우 가진점과 출력점이 서로 일치하지 않기 때문에 폐루프 시스템의 안정성에 문제가 발생할 수 있다.<sup>(9)</sup> 이를 방지하기 위해 MDC 는 특정 모드만을 변경하고 나머지 모드는 고정시킨다. 즉 MDC 는 폐루프 시스템을 불안정하게 하는 모드간의 연성(coupling)을 제거하면서 시스템 모드를 크게 변경할 수 있다. 이종호<sup>(10)</sup> 등은 궤환 제어기를 이용하여 스트레인 모드 형상의 민감도를 향상시켜 모델 개선에 활용하는 방법을 제시하였다.

본 논문에서는 모델 파라미터 추정을 위해 스트레인 출력 되먹임을 MDC 에 적용하고자 한다. 스트레인은 가속도에 비해 국부적인 변형을 잘 측정할 수 있는 장점이 있기 때문에 구조 시스템 규명에 많이 사용된다. 또한 관련 시뮬레이션을 통해 스트레인 출력 되먹임을 이용한 모델 파라미터의 추정 예를 보이고 가속도를 이용하는 경우와 결과를 비교한다.

## 2. MDC 를 이용한 시스템 모드 변경

### 2.1 운동방정식(Equation of motions)

정적 출력 제어기의 되먹임 신호로 스트레인을 이용하기 위하여 식 (1)과 같이 스트레인 기반 운동방정식을 도입한다.<sup>(11)</sup>

$$\mathbf{M}_s \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{D}_s \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}_s \mathbf{q} = \mathbf{F}_b f \quad \text{where } \mathbf{F}_b = \mathbf{P}_s \Phi^T (\mathbf{L}^T)^+ \mathbf{b} \quad (1)$$

$\mathbf{M}_s, \mathbf{D}_s, \mathbf{K}_s$ : strain-based system matrices  
 $\mathbf{P}_s$ : strain assembly operator  
 $\Phi$ : strain-to-displacement operator  
 $\mathbf{L}$ : assembly boolean operator  
 which relates the global and local displacement

여기서 a 는 가진기의 위치를 나타낸다. 비교를 위하여 변위 기반 방정식은 식 (2)와 같이 나타낸다.

$$\mathbf{M}_g \ddot{\mathbf{x}}_g + \mathbf{D}_g \dot{\mathbf{x}}_g + \mathbf{K}_g \mathbf{x}_g = \mathbf{f}_g = \mathbf{b}f \quad (2)$$

스트레인 기반 운동방정식은 변위 기반 운동 방정식의 병진 자유도와 회전 자유도를 유연체 자유도와 강체 자유도로 변환한 것이다. 따라서 식 (1)의 고유치 문제(Eigenvalue problem) 결과는 식 (2)의 결과와 물리적으로 같다. 즉, 고유 진동수는 서로 같고 스트레인 모드 형상은 변위 모드 형상을 공간 미분한 결과와 일치한다. 스트레인 기반 방정식의 경우,  $\mathbf{P}_s$  는 비대칭 행렬이므로 고유치 문제는 우 모드 형상(right mode shape)과 좌 모드 형상(left mode shape)이 다른 non-self adjoint 문제가 된다.

식 (3)은 스트레인 기반 방정식의 직교성(orthogonality properties)을 나타낸다. 우 모드 형상과 좌 모드 형상이 질량 행렬(혹은 강성 행렬)에 대하여 직교성을 갖게 된다. 이에 반해 변위 모드 형상은 self adjoint 문제로 우 모드 형상과 좌 모드 형상이 같기 때문에 식 (4)와 같이 직교성이 성립한다.

$${}_L \mathbf{W}_s^T \mathbf{M}_s \mathbf{W}_s = \mathbf{I}, \quad {}_L \mathbf{W}_s^T (\mathbf{P}_s \mathbf{K}_s) \mathbf{W}_s = \mathbf{\Lambda} \quad (3)$$

$\mathbf{W}_s$ : mass normalized right strain mode shape

${}_L \mathbf{W}_s$ : mass normalized left strain mode shape

$\mathbf{\Lambda}$ : diagonal matrix of natural frequency

$$\mathbf{W}^T \mathbf{M}_g \mathbf{W} = \mathbf{I}, \quad \mathbf{W}^T \mathbf{K}_g \mathbf{W} = \mathbf{\Lambda} \quad (4)$$

$\mathbf{W}$ : mass normalized displacement mode shape

### 2.2 출력 되먹임을 이용한 폐루프 시스템

그림 1 은 제어기를 이용하여 SIMO(single input multiple output) 시스템의 모드를 변경하는 개념을 나타낸다.

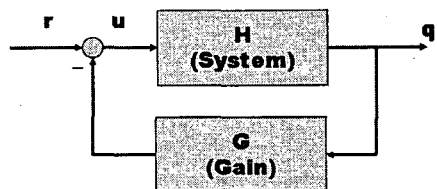


그림 1 제어기를 이용한 모드 변경 개념도

H 는 개루프(open-loop) 상태의 주파수 응답함수를 나타내고 스트레인 출력을 직접 궤환 이득값으로 이용하는 정적 출력 제어기를 사용한다. r 은 가진기의 입력이고 u 는 궤환 이득값이 적용된 제어 입력을 나타낸다.

폐루프 시스템을 만들기 위해 스트레인 출력을 이용한다. 이를 운동 방정식을 이용하여 표현하면 식 (5)와 같다.

$$\mathbf{M}_s \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{D}_s \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{P}_s \mathbf{K}_s \mathbf{q} = \mathbf{F}_b (r - \mathbf{G}_s \mathbf{q}) \quad (5)$$

여기서  $\mathbf{G}_s$  는 스트레인 이득값을 나타낸다. 이를 시스템 행렬을 나타내는 식 (5)의 좌변으로 이항시

키면 식 (6)과 같이 된다. 즉 궤환 이득값은 시스템의 강성 행렬을 변화시켜 시스템 모드를 변경시킨다. 비교를 위하여 가속도를 사용하여 구성된 페루프 운동방정식은 식 (7)과 같이 표현할 수 있다. 이 경우는 질량 행렬이 변하는 것을 알 수 있다. 여기서  $G_a$ 는 가속도 궤환 이득값이다.

$$M_s \ddot{q} + P_s D_s \dot{q} + (P_s K_s + F_b G_s) q = F_b r \quad (6)$$

$$(M_s + b G_a) \ddot{x}_g + D_g \dot{x}_g + K_g x_g = b r \quad (7)$$

궤환 이득값의 설정에 따라서 페루프 시스템의 동특성이 결정된다. 본 논문에서는 페루프 시스템의 안정성을 확보하기 위해 MDC를 사용하고자 한다.

### 2.3 완전 비감쇠 모델 (complete undamped model)

간략화를 위해 비감쇠 모델을 사용하고 자유도와 고차 모드의 손실이 없는 완전 모달 정보를 이용한다고 가정한다. 또한 스트레인 출력 되먹임을 사용한 경우와 가속도 출력 되먹임을 사용하는 경우를 비교하고자 한다.

MDC 기법<sup>(8)</sup>을 통해 모드 형상을 이용한 궤환 이득값을 구할 수 있다. 식 (8)은 스트레인 되먹임을 사용할 때의 궤환 이득값이고 식 (9)는 가속도를 사용할 경우이다. 여기서  $n$ 은 전체 모드 수를 나타내고  $\alpha_s, \alpha_a$ 는 특정 모드의 변경 폭을 결정하는 가중치이다. 궤환 이득값의 단위 벡터 (unit vector)는 모드 형상의 널(null) 벡터를 이용하여 구할 수 있다.

$$G_s = \alpha_s g_s \quad (8)$$

$$g_s^T = \begin{bmatrix} W_{s,1} & \dots & W_{s,i-1} & W_{s,i+1} & \dots & W_{s,n} \end{bmatrix}^T$$

$$G_a = \alpha_a g_a \quad (9)$$

$$g_a^T = \begin{bmatrix} W_1 & \dots & W_{i-1} & W_{i+1} & \dots & W_n \end{bmatrix}^T$$

스트레인 궤환 이득값의 단위 벡터는 널 벡터 정의와 식 (3)의 직교성을 이용하면 식 (10)과 같이 표현된다.

$$g_s = \frac{{}_L W_{s,i}^T M_g}{\|{}_L W_{s,i}^T M_g\|} \quad (10)$$

마찬가지로 가속도 궤환 이득값의 단위 벡터는 식(11)과 같다.

$$g_a = \frac{W_i^T M_g}{\|W_i^T M_g\|} \quad (11)$$

스트레인 궤환 이득값을 적용하여 변경된 시스템의 동특성을 분석하기 위해 모달 형식으로 표현하면 식 (12)와 같다. 즉 특정 모드는 변경되고 그 이외의 모드는 고정된다는 것을 식 (13)을 통해 확인할 수 있다.

$$I \ddot{\eta} + (\Lambda + {}_L W_s^T F_b G_s W_s) \eta = {}_L W_s^T F_b r$$

$$I \ddot{\eta} + \left( \Lambda + \begin{bmatrix} 0 & \dots & \alpha_s W'_1 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & \alpha_s W'_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & \dots & \alpha_s W'_n & \dots & 0 \end{bmatrix} \right) \eta = \begin{bmatrix} W'_1 \\ W'_2 \\ \vdots \\ W'_n \end{bmatrix} r \quad (12)$$

$$(W' = {}_L W_s^T F_b)$$

if  $k \neq i$

$$\ddot{\eta}_k + \omega_k^2 \eta_k = W'_k r - \alpha_s W'_k \eta_i$$

if  $k = i$

$$\ddot{\eta}_i + (\omega_i^2 + \alpha_s W'_i) \eta_i = W'_i r$$

(13)

$$(\text{closed loop natural freq } \omega_i = \sqrt{\omega_i^2 + \alpha_s W'_i})$$

## 3. 구조 시스템 계수 추정

### 3.1 시뮬레이션 문제 정의

스트레인과 가속도 출력 되먹임을 이용한 구조 시스템 계수 추정을 비교하기 위하여 그림 2와 같은 단순 빔 예제를 선택한다. 가속도계는 병진 가속도와 회전 가속도를 모두 측정한다고 가정하고 스트레인 게이지는 유한 요소 모델에서 오차가 가장 작다고 알려져 있는 Barlow point에 설치한다.<sup>(12)</sup>



그림 2 단순 빔 예제

스트레인과 가속도 결과를 비교하기 위해 MDC를 통해 얻어지는 페루프 시스템 특정 모드의 고유 진동수를 10%씩 증가하도록 설정한다. 특정 모드는 첫 번째부터 다섯 번째 모드까지 사용된다. 따라서 생성되는 다중 시스템은 다섯 개가 된다. 이를 이용하여 빔 두께에 대한 민감도 행렬을 구하고 실제 빔 두께를 최소 자승법을 사용하여 추정한다.

### 3.2 빔 두께 추정 결과

스트레인을 이용하여 빔 두께를 추정한 결과는 그림 3과 같다. 초기값은 5mm로 설정한 후 계산을 수행하면 반복수 5회에 참값에 수렴하는 것을 확인할 수 있다. 마찬가지로 가속도를 이용하는 경우도 그림 4와 같이 반복수 5회에 참값에 수렴한다. 추정 결과는 같지만 다중 시스템을 만드는데 사용되는 제어 입력은 차이가 발생한다. 그림 5는 다중 시스템 가운데 4차 모드를 10% 증가 시키는데 사용되는 제어 입력을 나타낸다. 즉 특정 모드를 증가 시키는 경우, 스트레인을 사용하는 것이 가속도를 사용하는

것에 비해 제어 입력이 적게 소요된다.

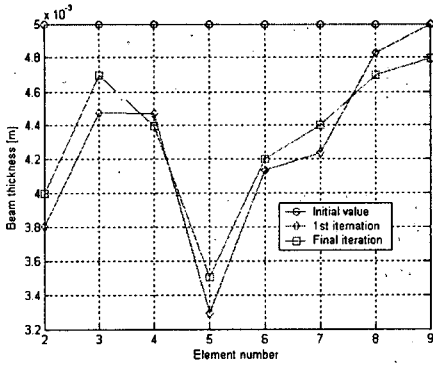


그림 3 스트레인을 이용한 계수 추정

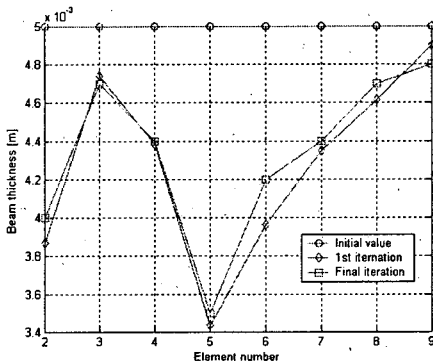


그림 4 가속도를 이용한 계수 추정

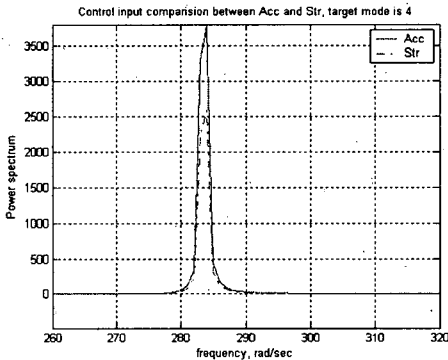


그림 5 제어 입력 비교(4차 모드)

이와 같이 가속도 제어 입력과 스트레인 제어 입력이 다른 이유는 궤환 이득값이 페루프 시스템의 고유 진동수는 물론 모드 형상도 바꾸기 때문이다.

#### 4. 결론

스트레인 출력 되먹임을 이용하여 다중 시스템을 만드는 경우 가속도 경우와 마찬가지로 MDC를 적용할 수 있다. 완전 모달 정보를 이용한 빔 두께 추정 예제를 통하여 시스템 계수 추정 결과가 유사하다는 것도 확인할 수 있다. 이 경우 스

트레인 제어 입력과 가속도 제어 입력은 서로 다르다. 향후 과제로 불완전 모달 정보를 이용할 때, 가진 위치와 센서 종류에 따라 제어 입력을 최소화 하는 연구가 필요할 것으로 예상된다.

#### 후기

본 연구는 국가지정연구사업 “진동저감을 위한 동특성 변경기술(2000-N-NL-01-C-148)” 과 05년 두뇌 한국사업(Brain Korea 21) 지원에 의한 것입니다.

#### 참고 문헌

- (1) K. F. Alvin, and et al, “Structural system identification: from reality to models”, Computer and Structures 81, pp. 1149~1176, 2003.
- (2) J. E. Mottershead and M. I. Friswell, “Model updating in structural dynamics: A survey”, Journal of Sound and Vibration, Vol. 167, No. 2, pp. 347~375, 1993.
- (3) M. I. Friswell, Finite element model updating in structural dynamics, 1<sup>st</sup> ed. Kluwer Academic Publishers, 1996.
- (4) N. G. Nalittlela, and et al, “A mass or stiffness addition technique for structural parameter updating”, The International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis, Vol. 7, No. 3, pp. 157~168, 1992.
- (5) Lammens, S. and et al, “Model updating and perturbed boundary condition testing”, 11<sup>th</sup> International Modal Analysis Conference, Kissimmee, Florida, pp. 449~455, Feb. 1993.
- (6) J. S. Lew and J. N. Juang, “Structural damage detection using virtual passive controllers”, Journal of Guidance, Control and Dynamics, Vol. 25, No. 3, pp. 419~424, 2002.
- (7) L. R. Ray and et al, “Damage detection in smart structures through sensitivity enhancing feedback control”, Journal of Sound and Vibration, Vol. 227, Issue 5. pp. 987~1002, 1999.
- (8) Hunsang Jung and Youngjin Park, “Mode decoupling controller for feedback model updating”, Proceedings of IMECE'04, 2004 ASME International Mechanical Engineering Congress & Exposition.
- (9) V. L. Syrmos, and et al, “Static output feedback – a survey”, Automatica, Vol. 33, No. 2, pp. 125~137, 1997.
- (10) Jongho Lee, Hunsang Jung and Youngjin Park, “Feedback FE model updating using strain mode shapes”, International Conference on Control, Automation and Systems, Muju Resort, Jeonbuk, Korea, pp.612~616, 2002.
- (11) G. W. Reich and K. C. Park, “A theory for strain-based structural system identification”, Journal of Applied Mechanics, Vol. 68, pp. 521~527, 2001.
- (12) John Barlow, “Optimal stress locations in finite element models”, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 10, pp. 243~251, 1976.