

위상최적설계 기법을 이용한 동적 시스템 규명 Dynamic System Identification Using the Topology Optimization Method

이중석* · 김재은** 김윤영***

Joong Seok Lee, Jae Eun Kim and Yoon Young Kim

Key Words : System Identification(시스템 규명), Topology Optimization(위상최적설계기법), Damage(결함), Frequency Response Function(FRF, 주파수응답함수), Resonance(공진), Anti-resonance(반공진)

ABSTRACT

A dynamic system identification technique based on the topology optimization method is developed. The specific problem in consideration is the damage location identification of a plate structure using the Frequency Response Function (FRF) of a damaged structure. In this work, the identification problem is formulated as a topology optimization problem. The importance of using anti-resonance information in addition to using resonance information is addressed. Though a simple problem was considered here, the possibility of using the topology optimization for damage identification is investigated for the first time.

1. 서론

구조물의 최적 설계를 위하여, 기존의 반복적이고, 경험의존적인 설계 방법에서 벗어나 주어진 하중 및 경계조건과 제한조건 등을 고려하여, 설계변수의 분포에 따른 수치적 결과를 얻어내는 위상최적설계 기법은 최근 그 적용 분야를 넓혀가고 있다.⁽¹⁾

이 연구에서는 구조물의 초기 형상과 변경된 후의 형상으로부터 구조물의 동 특성의 변화를 비교하고, 이를 바탕으로 구조물에 발생한 결함의 위치를 찾아내는데 위상최적설계 기법을 적용한다.

결함 진단은 구조물의 안전 및 유지 보수를 위해서 매우 중요하므로 수많은 방법이 연구, 개발되고 있다. 그 중에서도 구조물의 가진에 따른 응답을 바탕으로 대상물의 동 특성을 알아내는 모달 해석(Modal Test)기법⁽²⁾을 이용한 결함 진단은 결함이 구조물의 동 특성의 변화를 야기한다는 점을 바탕으로 적용되고 있다. 즉, 모달 해석에서 이용 되는 주파수응답함수(Frequency Response Function, FRF)는 구조물이 가지고 있는 동적인 정보를 반영하고 있다.

모달 해석을 통해 얻어진 시스템의 주파수응답함수를 이용, 구조물 형상의 변경 전과 후의 동 특성을 비교하고, 이를 바탕으로 위상최적설계를 수행하여 동적 시스템 규명을 시도해 보는 것이

이 연구의 목적이다. 구체적인 예제로 결함이 있는 간단한 2 차원 평면구조를 선택하였다.

2. 주파수응답함수

2.1 공진주파수와 모드형상

다자유도계 시스템의 운동 방정식은 다음과 같다

$$[M] \cdot \{\ddot{x}(t)\} + [C] \cdot \{\dot{x}(t)\} + [K] \cdot \{x(t)\} = \{f(t)\} \quad (1)$$

여기서, $[M], [C], [K]$ 는 각각 시스템의 질량행렬, 감쇠행렬 그리고 강성행렬을 나타낸다. $\{x(t)\}$ 는 시스템의 응답벡터이고, $\{f(t)\}$ 는 시스템에 가해진 외력벡터이다.⁽³⁾ 이때, 감쇠는 비례 감쇠 모델로 가정한다. 이를 바탕으로 얻어지는 주파수응답함수, $[\alpha(\omega)]$ 의 성분은 다음과 같다.^(2,4)

$$\alpha_{ik}(\omega) = \sum_{r=1}^N \frac{r \cdot \phi_i \cdot r \cdot \phi_k}{m_r (\omega_r^2 - \omega^2 + j2\zeta_r \omega_r \omega)} \quad (2)$$

위 식의 N 은 모드 개수, m_r 은 r 번째 모달 질량, ω_r 은 r 번째 공진주파수, ζ_r 은 r 번째 모드의 감쇠비, 그리고 ϕ_i, r, ϕ_k 는 각각 r 번째 모드벡터의 i, k 성분이다. 이 때, i 는 측정점을, k 는 가진점을 의미한다. $j = \sqrt{-1}$ 이다.

만일, 두 구조물이 한정된 주파수 영역에서 동일한 주파수응답함수를 보인다면, 그 제한된 영역에서의 두 구조물의 거동은 상당히 깊은 유사성을 띠게 된다. 주파수응답함수가 같다는 것은, 기본

* 서울대학교 기계항공공학부 대학원

** LG 전자 Digital Storage 연구소

*** 서울대학교 기계항공공학부

E-mail : yykim@snu.ac.kr

Tel : (02) 872-7154, Fax : (02) 872-5431

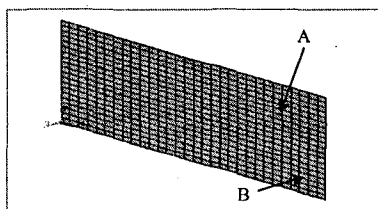
적으로 동일한 공진주파수와 동일한 모드형상이 나타남을 의미하기 때문이다. 이러한 주파수응답함수의 성질을 이용하면 구조물의 동 특성 파악 뿐만 아니라, 구조물의 동 특성 변화도 추정해 낼 수 있다. 따라서, 구조물에 생긴 결함에 의해 야기된 전체적인 동 특성의 변화가 주파수응답함수에 반영되고, 이를 바탕으로 위상최적설계 기법을 이용하여 구조물 내의 알려지지 않은 결함의 위치를 파악하고자 한다.

2.2 반공진주파수

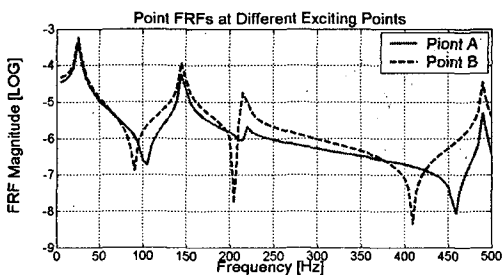
일반적으로 모달 해석을 통해서 구조물의 동 특성을 파악할 경우, 앞서 언급한 바와 같이 각 모드의 공진주파수와 모드형상을 중점적으로 고려한다. 이 두 가지가 구조물의 동 특성을 설명하는데 있어 가장 중요한 물리량 임은 분명하지만, 만일, 모달 해석을 위한 가진점과 측정점이 수적으로나 공간적으로 충분히 많지 않다면, 전체 구조물의 여러 가지 비대칭적 거동을 알아내기는 쉽지 않다.

따라서, 적은 수의 실험으로 구조물의 전체적인 거동을 파악하기 위해서는 주파수응답함수의 공진주파수 이외에 반공진점이 나타나는 반공진주파수도 살펴보아야 한다.

본 연구에서는 동적 시스템 규명 시 포인트주파수응답함수(Point-FRF)를 사용하되, 공진주파수와 반공진주파수의 변화에 초점을 맞추어 위상최적설계 기법을 적용하는 방법을 살펴보고자 한다.



(a)



(b)

Fig.1 Comparison of two Point-FRFs of the same plate

with different excitation points. (a) plate configuration and two different excitation points, (b) two different Point-FRFs

3. 위상최적설계 기법

3.1 수학적 구성

위상최적설계 기법에서는 고려하는 설계영역이 이산화되어 각 요소마다 독립적인 설계변수를 가진다. 각 요소의 물성치는 설계변수에 대해 다음과 같은 관계를 가지고 있다고 가정한다.⁽¹⁾

$$E_e = \chi_e^p \cdot E_0, \rho_e = \chi_e^q \cdot \rho_0 \quad (0 < \chi_{e,\min} < \chi_e \leq 1) \quad (3)$$

χ_e 는 e 번째 요소의 설계변수이고 0에 가까운 최소값과 1사이의 값을 가진다. E_e 와 ρ_e 는 각각 요소의 영률(Young's Modulus)과 밀도이고, E_0 와 ρ_0 는 $\chi_e=1$ 일 때의 영률과 밀도이다. 따라서, 구조물의 강성행렬과 질량행렬은 설계변수 및 벌칙인자 p, q 를 이용하여 다음과 같이 표현된다.

$$[K]_e = \chi_e^p \cdot [K]_0, [M]_e = \chi_e^q \cdot [M]_0 \quad (4)$$

본 연구에서는 $p=3, q=4$ ⁽⁶⁾를 사용하였다. 구체적인 정식화 방법은 참고문헌⁽⁶⁾을 따랐다.

3.2 목적함수

소형 부품에서 대형 골조에 이르기까지 어떤 구조물을 설계하여 제작한 경우, 그것을 실제로 사용하기에 앞서, 우리는 충분한 주파수응답함수를 얻을 수가 있다. 그 후, 사용되고 있는 구조물에 대한 모달 해석을 수행한 결과, 처음의 주파수응답함수와는 변화된 주파수응답함수가 나타나고 있다면, 이는 그 구조물의 동 특성에 변화가 생겼음을 의미한다.

이 연구에서는 초기의 구조물을 설계영역으로 하여 그것의 주파수응답함수를 변화된 구조물의 주파수응답함수와 일치시킴에 따라 초기 구조물의 기하학적 특성이 어떻게 변화되는가를 알아봄에 있다. 이러한 변화를 통해서, 구조물에 발생한 결함의 위치를 규명해 낸다.

앞서 언급한대로, 두 구조물의 주파수응답함수를 한정된 주파수 구간에서 일치시키는 최적화 과정은 공진주파수 및 반공진주파수와 그에 따른 모드형상들을 고려하여 수행한다. 이 과정에서 다중

모드간의 구별을 위해 모드형상을 기반으로 한 MAC (Modal Assurance Criterion)을 적용하였다.⁽⁷⁾ 최적화 알고리즘으로는 MMA (Method of Moving Asymptotes)를 이용하였다.⁽⁸⁾ 최적화 문제의 정의는 다음과 같다.

$$\min |FRF - FRF^*|$$

$$= \min \left\{ w_r \cdot \sum_{r=1}^{Nr} |\omega_r - \omega_r^*| + w_a \cdot \sum_{a=1}^{Na} |\omega_a - \omega_a^*| + w_e \cdot EP \right\} \quad (5)$$

$$\text{subject to Total Mass Change} \leq 3\%, EP = \left\{ \sum_{e=1}^{Ne} \chi_e \cdot (1 - \chi_e) \right\}^s$$

식(5)의 목적함수에서 ω_r 은 해석 모델의 r 번째 공진주파수, ω_a 는 a 번째 반공진주파수이고, ω_r^* 와 ω_a^* 는 결함을 가진 변경된 구조물의 r 번째 공진주파수와 반공진주파수를 나타낸다. Nr 과 Na 는 각각 계산에 고려된 공진과 반공진의 개수이다. 또한, Ne 는 설계영역 내의 설계변수의 개수이다. 최적화 과정의 수렴성을 증가시키기 위해서 벌칙함수(EP, Explicit Penalty function)를 사용하였으며⁽⁷⁾, 여기서는 $s=1$ 을 사용하였다. w_r , w_a , w_e 는 가중치이다.

4. 예 제

예제로 임의의 가상 구조물에 대한 주파수응답 함수를 목표로 하여 제한된 위상최적설계를 수행하기보다는, 정하중을 받는 구조물의 변형률에너지를 최소화시키도록 미리 최적화된 구조물을 선정하였다. 위상최적설계를 통해서 이미 제작한 부품이나 구조물을 실제 사용할 때, 이 연구에서 제안하는 시스템 규명 방법을 이용하면, 사용 후의 형상 변화를 규명하는데도 위상최적설계 기법을 유용하게 사용할 수 있을 것이다.

4.1 Michell 형 평판 구조물

좌측의 두 점이 고정된 얇은 판요소로 이루어진 Fig.2(a)의 Michell 형 평판 구조물에, Fig.2(b)와 같은 결함이 발생하였다고 가정한다. 이 구조물은 판요소로 구성되었기 때문에, 평면운동 뿐만 아니라, 3 차원 운동도 하게 된다. 게다가, 대부분의 저차 모드는 z 축 방향으로 발생한다. 따라서, 주파수응답함수는 Fig.2(c)와 같이 z 방향 가진에 대한 z 방향 응답을 나타내도록 하였다. 또한, 반

공진의 정보를 주파수응답함수에 나타내기 위해서 포인트주파수응답함수(Point-FRF)를 이용하였다

Fig.3은 초기 구조물의 800Hz 이하 공진주파수들의 값을 결함이 있는 구조물의 공진주파수만

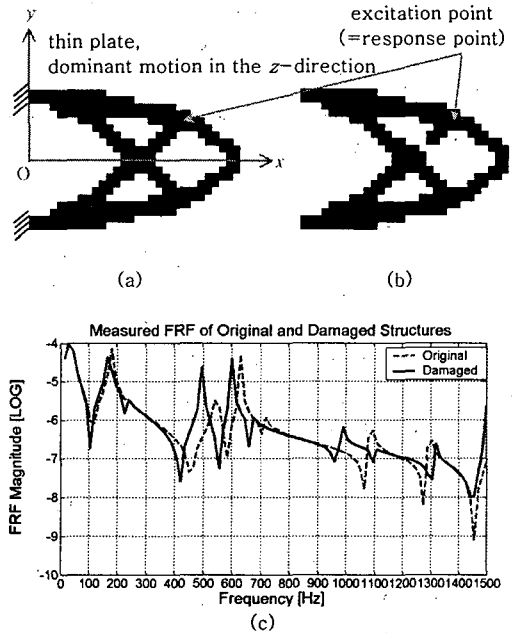


Fig.2 Michell type plate structure having dominant vibrations in the z -direction (a) initial configuration, (b) damaged configuration, (c) Point-FRFs for original and damaged structures.

을 사용하여 위상최적설계를 수행한 결과이다.

Fig.3의 위상최적설계 결과를 보면, 구조물의 중간부분에 낮은 설계변수 값을 갖는 요소들을 확인할 수 있다. 이때 설계변수가 낮다는 것은 상대적으로 다른 부분에 비해서 그 부분의 물질이 적거나 재질이 약하다는 것을 의미한다. 예제에서 구조물은 일정한 재질로 되어있음을 가정할 때, 낮은 설계변수를 가지는 요소의 위치는 곧 결함의 위치를 나타내게 된다.

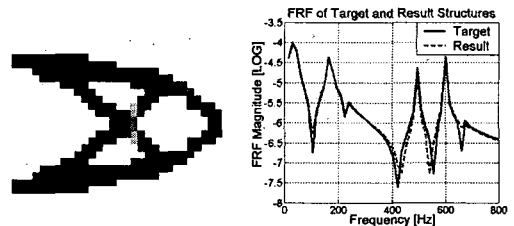


Fig.3 The result of topology optimization and its Point-FRF considering only resonant frequency adjustments below 800Hz.

위와 같은 대칭인 구조물에서 특정 포인트주파수 응답함수의 공진주파수만을 고려하여 결함의 위치를 찾아내는 위상최적설계 기법을 수행하면, Fig.3 에서처럼 결과에서의 대칭성을 벗어나기가 어렵다. 이는 대부분의 저차 모드 영역의 공진은 좌우 또는 상하 대칭의 모드이기 때문이다.

따라서, 공진주파수와 함께 반공진주파수도 고려하여 위상최적설계를 수행하도록 한다. Fig.4 는 그 결과를 보여주고 있다. Fig.4 의 위상최적설계 결과그림의 중간 부분에서 낮은 설계변수 값을 갖는 영역이 나타나기는 하지만, 결함부위가 위쪽 (+y 방향)에 존재하는 것을 확인할 수 있다. 만약 복수의 주파수응답함수를 사용하여 식(5)의 최적화를 수행하면, 보다 정확한 결함 규명을 할 수 있을 것이라 예상된다.

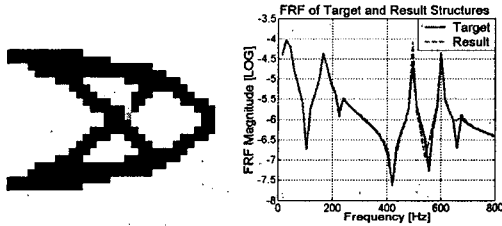


Fig.4 The result of topology optimization and its Point-FRF considering both resonant and anti-resonant frequency adjustments below 800Hz simultaneously.

5. 결론

본 연구에서는 포인트주파수응답함수를 이용하여 결함의 위치를 역으로 찾아가기 위한 새로운 시도로 위상최적설계 기법을 적용해 보았다. 비록 초기 연구 단계에 있기는 하지만 포인트주파수응답함수의 공진점과 반공진점을 잘 활용하면 위상최적설계 기법으로 결함의 위치를 찾을 가능성이 있음을 확인하였다.

참고 문헌

- (1) Bense, M. P., and Sigmund, O., 2003, *Topology Optimization : Theory, Methods and Applications*, Springer, Berlin.
- (2) Ewins, D. J., 2000, *Modal Testing : Theory, Practice and Application*, 2nd Edition, Research Studies Press LTD., England.
- (3) Meirovitch, L., 2001, *Fundamentals of Vibrations*, McGRAW-Hill, Singapore.
- (4) 이장무, 2004, 모드해석의 이론과 응용, 제 5 판.
- (5) ANSYS Reference Book, ver 6.0.
- (6) Joung, Y. S., Yoon, G. H., Kim, Y. Y., 2005, "Lumped Mass Modeling for Local-Mode-Suppressed Element Connectivity Parameterized Optimization of Vibrating Structures", WCSMO 6, submitted.
- (7) Kim, T. S., and Kim, Y. Y., 2000, "Mac-Based Mode Tracking in Structural Topology Optimization", *Computers and Structures*, vol 74, 375~383.
- (8) Svanberg, K., 1987, 'The method of moving asymptotes : a new model for structural optimization', *Int. J. Numer. Meth. Engng*, 24, 359~373.