한국소음진동공학회 2005년도 추계학술대회논문집, pp. 963~966.

불완전 모달 정보를 이용한 모드 분리 제어기 기반의 모델 개선법

Model Updating Method Based on Mode Decoupling Controller with Incomplete Modal Data

하재훈*·박윤식**·박영진**

Ha Jaehoon, Park Younsik and Park Youngjin

Key Words: Model Updating, Multiple Modified-system Generation Method, Mode Decoupling Controller, Incomplete Modal Data

ABSTRACT

Model updating method is known to the area to correct finite element models by the results of the experimental modal analysis. Most common methods in model updating depend on a parametric model of the structure. In this case, the number of parameters is normally smaller than that of modal data obtained from an experiment. In order to overcome this limitation, many researchers are trying to get modal data as many as possible to date. I want to name this method multiple modified-system generation method. These methods consist of direct system modification method and feedback controller method. The direct system modification is to add a mass or stiffness on the original structure or perturb the boundary conditions. The feedback controller method is to make the closed loop system with sensor and actuator so as to get the closed loop modal data. In this paper, we need to focus on the feedback controller method because of its simplicity. Several methods related the feedback controller methods are virtual passive controller (VPC), sensitivity enhancement controller (SEC) and mode decoupling controller (MDC). Among them, we will apply MDC to the model updating problem. MDC has various advantages compared with other controllers, such as VPC and SEC. To begin with, only the target mode can be changed without changing modal property of non-target modes. In addition, it is possible to fix any modes if the number of sensors is equal to that of the system modes. Finally, the required control power to achieve desired change of target mode is always lower than those of other methods such as VPC. However, MDC can make the closed loop system unstable when using incomplete modal data. So, we need to take action to avoid undesirable instability from incomplete modal data. In this paper, we address the method to design the unique and robust MDD obtained from incomplete modal data. The associated simulation will be incorporated to demonstrate the usefulness of this method.

1. 서 론

공학 및 과학 시스템의 해석에 있어서 연구자들은 정교한 수치해석 모델의 개발에 다양한 노력을 기울였다. 수치해석 모델은 외란(disturbance)에 대한 시스템 응답(response)을 예측하거나 기존 시스템에 설계 변경을 가했을 경우 얻어지는 시스템의 특성 변화를 예측하는데 주로 사용되어 왔다. 그러나 컴퓨터를 이용한 수치해석 모델의 해석 결과는 실험 결과와 많은 차이를 나타낸다. 이로 인해 해석 모델의 신뢰성은 저하되기 쉽다. 따라서 수치해석 모델의 예측 결과와 실험 결과의 차이를 설명하기 위하여 수치 해석 모델의 오차 발생 원인에 대해 분석할 필요가 있다. 수치해석 모델의 오차를 발생시키는 원인으로 다음 세가지가 알려져 있다.[1]

1) 모델 구조 오차(model structure error)
2) 모델 계수 오차(model parameter error)
3) 모델 차수 오차(model order error)

모델 구조 오차는 신경 생리학 시스템이나 강한 비선형 거동이 발생하는 공학 시스템과 같이 대상 시스템의 지배 방정식(governing equation)에 불확실성이 존재하는 경우 발생한다. 다음으로 모델 계수 오차는 잘못된 경계 조건이나 물성치의 가정으로 인해 발생한다. 마지막으로 모델 차수 오차는 복잡한 시스템의 이산화에 따른 오차이고 이로 인해 결과적으로 차수가 낮은 모델이 생성된다. 또한 모델 차수는 모델 구조의 한 부분으로 고려할 수 있다.

보통 모델 구조와 차수가 결정된 상태에서 모델 계수를 개선하는 경우가 많다. 이런 모델 계수 결정 문제는 기본적으로 최소 자승 오차(least square error) 방법을 이용한다. 이때 추정해야 할 모델 계수에 비해 방정식의 개수는 작은 경향이 있다. 만약 측정된 모달 정보의 개수를 증가시킬 수 있다면 모델 개수 추정을 보다 효율적으로 수행할 수 있다. 이와 같이 모달 정보를 가능한

* 박사과정, 한국과학기술원, 기계공학과
E-mail : jaehoonha@kaist.ac.kr
Tel : (042) 869-3076, Fax : (042) 869-8220
** 교수, 한국과학기술원, 기계공학과

많이 확보하는 방법을 통칭하여 본 논문에서는 다중 변경 시스템 생성 기법(multiple modified-system generation method)이라 부르고자 한다.

다중 변경 시스템 생성 기법은 직접 구조 변경법(direct structural modification method)과 궤환 제어기 기법(feedback controller method)으로 분류된다. 직접 구조 변경법은 구조체에 질량이나 강성을 추가하거나 경계 조건을 변경하는 방법이다.[2][3] 반면에 궤환 제어기 기법은 제어기를 이용하여 폐루프 시스템을 생성하는 기법으로 직접 구조 변경법처럼 직접 시스템을 변경하지 않아도 되는 장점이 있다. 궤환 제어기 기법에는 가상 수동 제어기(virtual passive controller, VPC)[4], 민감도 향상 제어기(sensitivity enhancement controller, SEC)[5] 그리고 모드 분리 제어기(mode decoupling controller, MDC)[6] 등이 있다. 이 중에서 모드 분리 제어기는 특정 모드만 변경하고 다른 모드는 고정시키는 제어기이다. 만약 시스템 모드 수와 센서의 수가 같다면 어떠한 모드도 고정할 수 있다. 본 논문에서는 시스템을 상대적으로 크게 변경할 수 있는 모드 분리 제어기 기반의 모델 개선을 수행하고자 한다.

모드 분리 제어기는 궤환 이득값을 결정할 때 모달 정보를 이용한다. 하지만 모달 테스트를 이용하여 모달 정보를 획득할 경우, 측정 모드의 손실이나 자유도의 손실로 인해 불완전 모달 정보를 얻게 된다. 이와 같이 불완전 모달 정보를 이용하여 모드 분리 제어기를 구성할 경우 원하지 않는 모드로 제어 입력이 유입되어 시스템이 불안정하게 될 수 있다. 따라서 본 논문에서는 불완전 모달 정보를 이용할 경우, 모드 분리 제어기를 사용하여 모델 개선을 수행할 때 발생하는 문제를 분석하고 해결책을 제시하고자 한다. 또한 관련된 시뮬레이션을 통해 불완전 모달 정보를 이용한 모드 분리 제어기 설계의 예를 보이고자 한다.

2. 본론

2.1 다중 변경 시스템 생성 기법(multiple modified -system generation method)

여러 형태로 변경된 시스템을 생성하는 이유는 가능한 많은 모달 정보를 획득하여 모델 계수 추정에 적용하기 위해서다. 만약 단일 시스템을 생성하여 모델 계수를 추정하면 식 (1)과 같이 최소 자승 오차 방법을 위한 민감도 행렬을 구성할 수 있다. 이때 사용하는 모달 정보는 측정 오차가 많이 포함되어 있는 모드 형상[7]은 제외하고 고유진동수만 사용하고자 한다. 단일 시스템을 이용할 경우, m 이 n 보다 작은 경향이 있다. 즉 미지수의 개수가 방정식의 개수보다 작은 미결정(underdetermined) 문제가 된다.

$$[\mathbf{S}]\{\mathbf{p}\}=\{\Delta\xi\},\quad \{\mathbf{p}^{j+1}\}=\{\mathbf{p}^{j}\}+[\mathbf{S}]^{+}\{\Delta\xi\} \tag{1}$$

$$\text{where } [\mathbf{S}]_{n\times r}=\left[\frac{\partial\omega_o}{\partial p_1}\ \cdots\ \frac{\partial\omega_o}{\partial p_r}\right],\quad \{\Delta\xi\}_{n\times 1}=\{\Delta\omega_o\}$$

$$\omega_o=[\omega_{o1}\ \ \omega_{o2}\ \cdots\ \omega_{on}]^T : \text{open loop natural frequency}$$

하지만 변경된 시스템을 만들면 식 (2)와 같이 고유진동수의 수가 증가하고 이를 이용하여 식 (3)과 같이 크기가 n(m+1)×r 인 민감도 행렬을 구성할 수 있다. 만약 n(m+1)>r 이면 방정식의 수가 미지수의 수보다 많아지는 과결정(overdetermined) 문제가 된다.

Closed loop natural frequency (m closed-loop systems)

$$\begin{aligned}\omega_c^1&=[\omega_{c1}^1\ \ \omega_{c2}^1\ \cdots\ \omega_{cn}^1]^T\\ \omega_c^2&=[\omega_{c1}^2\ \ \omega_{c2}^2\ \cdots\ \omega_{cn}^2]^T\\ &\vdots\\ \omega_c^m&=[\omega_{c1}^m\ \ \omega_{c2}^m\ \cdots\ \omega_{cn}^m]^T\end{aligned} \tag{2}$$

$$[\mathbf{S}_c]_{n(m+1)\times r}=\begin{bmatrix}\frac{\partial\omega_o}{\partial p_1} & \frac{\partial\omega_o}{\partial p_2} & \cdots & \frac{\partial\omega_o}{\partial p_r}\\ \frac{\partial\omega_c^1}{\partial p_1} & \frac{\partial\omega_c^1}{\partial p_2} & \cdots & \frac{\partial\omega_c^1}{\partial p_r}\\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots\\ \frac{\partial\omega_c^m}{\partial p_1} & \frac{\partial\omega_c^m}{\partial p_2} & \cdots & \frac{\partial\omega_c^m}{\partial p_r}\end{bmatrix},\quad \{\Delta\xi\}_{n(m+1)\times 1}=\begin{Bmatrix}\Delta\omega_o\\ \Delta\omega_c^1\\ \vdots\\ \Delta\omega_c^m\end{Bmatrix} \tag{3}$$

다중 변경 시스템 생성 기법은 모델 계수 추정을 할 때 민감도 행렬의 행의 수를 증가시켜 미결정 문제를 과결정 문제로 변경하는 개념이다. 본 논문에서는 궤환 제어기를 이용한 다중 시스템 생성 기법을 사용하고자 한다.

2.2 모드 분리 제어기[6]

다중 변경 시스템을 생성하기 위해 사용되는 제어기 중에 모드 분리 제어기는 식 (4)와 같은 성능 지수를 이용하여 설계한다. 여기서 P_i는 제어 입력을 나타내고 $\mathbf{G}$는 궤환 이득값, L은 라그랑지안 멀티플라이어, ε_t는 모드 변화 폭을 나타낸다.

$$J=\sum_{i=1}^{l}P_i+\alpha\left(\mathbf{G}^T\mathbf{G}\right)+L\left(\mathbf{W}_i^T\mathbf{G}-\varepsilon_t\right) \tag{4}$$

$$\text{where } P_i=\left(\mathbf{G}^T\mathbf{W}_i\right)^2E\left[\ddot{\eta}_i^2\right]$$

모드 분리 제어기는 시스템 행렬이 비대칭으로 변경되기 때문에 식 (4)을 최소화 시켜야 폐루프

시스템의 안정성이 확보될 수 있다. 성능 지수를 최소화 하기 위해 특정 모드 형상을 제외한 모드 형상의 널 벡터를 이용하여 궤환 이득값을 계산하면 식 (5)와 같이 된다.

$$\text{To minimize cost function, J} \quad (5)$$
$$\mathbf{G}^T\mathbf{W}_i = 0, \quad \text{for } i \neq t$$
$$\Rightarrow \mathbf{G}^T = \text{Null}\left(\left[\mathbf{W}_1 \ \cdots \ \mathbf{W}_{t-1} \ \mathbf{W}_{t+1} \ \cdots \ \mathbf{W}_n\right]^T\right)$$

가속도 신호를 이용하여 모드 분리 제어기를 구성할 때 식 (5)에서 얻어진 궤환 이득값을 설정하면 식 (6)와 같이 시스템 행렬이 변하게 된다.

$$\mathbf{M}_g\ddot{\mathbf{x}}_g + \mathbf{D}_g\dot{\mathbf{x}}_g + \mathbf{K}_g\mathbf{x}_g = \mathbf{b}\left(r - \mathbf{G}_a\ddot{\mathbf{x}}_g\right) \quad (6)$$
$$\left(\mathbf{M}_g + \mathbf{b}\mathbf{G}_a\right)\ddot{\mathbf{x}}_g + \mathbf{D}_g\dot{\mathbf{x}}_g + \mathbf{K}_g\mathbf{x}_g = \mathbf{b}r$$

이 경우 궤환 이득값은 식 (7)과 같이 수학적으로 전개할 수 있다. 이때 직교성(orthogonalities property)을 이용하면 $\mathbf{G}_a$는 더욱 간략하게 정리된다.[8]

$$\mathbf{G}_a^T = \text{Null}\left(\left[\mathbf{W}_1 \ \cdots \ \mathbf{W}_{t-1} \ \mathbf{W}_{t+1} \ \cdots \ \mathbf{W}_n\right]^T\right)$$
$$\Rightarrow \left[\mathbf{W}_1 \ \cdots \ \mathbf{W}_{t-1} \ \mathbf{W}_{t+1} \ \cdots \ \mathbf{W}_n\right]^T\mathbf{G}_a^T = \mathbf{0} \quad (7)$$
$$\Rightarrow \mathbf{G}_a\left[\mathbf{W}_1 \ \cdots \ \mathbf{W}_{t-1} \ \mathbf{W}_{t+1} \ \cdots \ \mathbf{W}_n\right] = \mathbf{0}$$
$$\mathbf{G}_a = \frac{\mathbf{W}_t^T\mathbf{M}_g}{\left\|\mathbf{W}_t^T\mathbf{M}_g\right\|}$$

이와 같은 수식의 전개는 완전 모달 정보(complete modal data)를 사용해야 한다는 가정이 존재한다. 따라서 이때 구해진 궤환 이득값은 유일(unique)하다. 하지만 일반적인 경우 실험으로 얻어지는 모달 정보는 불완전(incomplete)하다. 따라서 불완전 모달 정보를 이용한 모드 분리 제어기의 궤환 이득값은 달라지게 된다.

2.3 불완전성의 문제점

불완전 모달 정보를 이용하여 제어기의 궤환 이득값을 구하면 유일한 해를 얻을 수 없다. 만약 n 이 완전 모달 정보의 모드 수이고 m 이 측정된 모달 정보의 모드 수라면 궤환 이득값은 식 (8)과 같고 이 경우 얻어지는 궤환 이득값의 개수는 (n−m+1)이 된다.

$$\mathbf{G}_a^T = \text{Null}\left(\left[\mathbf{W}_1 \ \cdots \ \mathbf{W}_{t-1} \ \mathbf{W}_{t+1} \ \cdots \ \mathbf{W}_m\right]^T\right) \quad (8)$$
$$\text{when} \quad m < n$$

이를 수학적으로 전개하면 식 (9)와 같다. 즉 널 벡터를 이용하여 궤환 이득값을 구하면 각각의 참값의 선형 조합으로 궤환 이득값이 구해진다.

$$\mathbf{G}_a = \text{Linear combination of}$$
$$\left\{\frac{\mathbf{W}_t^T\mathbf{M}_g}{\left\|\mathbf{W}_t^T\mathbf{M}_g\right\|}, \ \frac{\mathbf{W}_{m+1}^T\mathbf{M}_g}{\left\|\mathbf{W}_{m+1}^T\mathbf{M}_g\right\|}, \ \cdots, \ \frac{\mathbf{W}_n^T\mathbf{M}_g}{\left\|\mathbf{W}_n^T\mathbf{M}_g\right\|}\right\} \quad (9)$$
$$\mathbf{G}_{aj} = a_{j0}\frac{\mathbf{W}_t^T\mathbf{M}_g}{\left\|\mathbf{W}_t^T\mathbf{M}_g\right\|} + \sum_{i=1}^{n-m} a_{ji}\frac{\mathbf{W}_{m+i}^T\mathbf{M}_g}{\left\|\mathbf{W}_{m+i}^T\mathbf{M}_g\right\|},$$
$$\text{where} \quad j = 0 \sim (n-m), \quad n > m$$

불완전 모달 정보를 이용할 경우, 유일한 궤환 이득값을 얻을 수는 없지만 이 중 어떠한 이득값을 선택하여도 특정 모드는 변경된다.

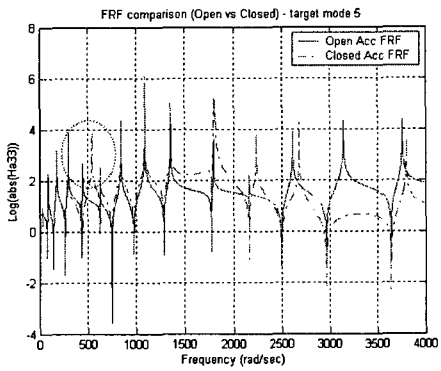

그림 1 폐루프 주파수 응답 함수

그림 1 은 불완전 모달 정보를 이용할 경우의 폐루프 시스템의 주파수 응답함수를 나타낸다. 하지만 그림의 오른쪽 부분과 같이 모드 형상을 측정하지 못한 모드로도 제어 입력이 유입되어 다른 모드가 변화되는 것을 알 수 있다. 즉 원하지 않는 부분의 모드 변화로 인해 시스템이 불안정해질 수도 있다.

2.4 불완전 모달 정보를 이용한 궤한 이득값

가능한 측정되지 않은 모드로 제어 입력이 부가 되지 않도록 궤환 이득값을 유일하게 계산할 필요가 있다. 이를 위해서 널벡터를 이용하여 궤환 이득값을 계산하는 대신에 추정된 질량 행렬을 이용하여 궤환 이득값을 직접 계산할 필요가 있다 즉 모델 파라미터 추정을 위한 제어기 설계시 시스템 행렬을 추정한다면 불완전 모달 정보 사용으로 인한 폐루프 시스템의 불안정성을 최소화 할 수 있다. 이때 시스템 행렬의 추정 방법으로 직접 상태 공간 모델 규명 기법(Direct state space model identification)을 사용하고자 한다.[9][10] 이는 추출된 모달 정보를 이용하여 시스템 행렬을 만드는 방법[11]이 아니라 시간 영역의 충격 응답 함수로부터 직접 시스템 행렬을 추출하는 방식이다.

3. 수치 해석

3.1 시뮬레이션 문제 정의

캔틸레버 빔(beam)을 10 개의 노드 점과 10 개의 요소 수를 갖는 유한 요소 모델로 만든다. 이와 같은 해석 모델의 빔 두께를 추정하기 위해 모드 분리 제어기를 설계하고자 한다. 각 노드의 병진 방향과 각 방향 변위를 측정하고 모드 수만 불완전하게 측정한다고 가정한다.

3.2 궤환 이득값 계산 결과

불완전 모달 정보를 이용하여 궤환 이득값을 식 (7)과 같이 직접 구하고자 한다. 이 경우 시스템 행렬인 질량 행렬은 직접 상태 공간 모델 규명법을 이용하여 시간 영역에서 선형적으로 구할 수 있다. 이와 같이 구해진 모드 분리 제어기의 궤환 이득값을 이용하여 시스템을 변경한 예는 그림 2 와 같다. 즉 측정 되지 않은 고차 모드로 제어 입력이 유입되지 않는 것을 알 수 있다.

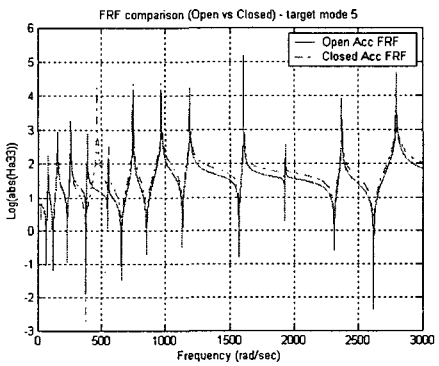

그림 2 페루프 주파수 응답 함수

4. 결 론

본 논문에서는 완전 모달 정보를 이용할 경우와 불완전 모달 정보를 이용할 경우의 모드 분리 제어기의 설계 방법을 분석하였다. 불완전 모달 정보를 이용할 경우, 궤환 이득값이 단일하게 구해지지 않는 문제를 시스템 행렬을 직접 구함으로써 해결하는 방안을 제시하였다. 향후 모드 형상에 측정 에러가 있는 경우, 모드 분리 제어기의 안정성을 보장하는 방법에 대한 연구가 필요하다.

후 기

본 연구는 한국과학재단 지정 한국과학기술원 가상입체음향연구소(NRL)와 05 년 두뇌 한국사업(Brain Korea 21)의 지원에 의한 것입니다.

참고문헌

(1) J. E. Mottershead and M. I. Friswell, "Model updating in structural dynamics: A survey", Journal of Sound and Vibration, Vol. 167, No. 2, pp. 347~375, 1993.

(2) N. G. Nalitolela, and et al, "A mass or stiffness addition technique for structural parameter updating", The International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis, Vol. 7, No. 3, pp. 157~168, 1992.

(3) Lammens, S. and et al, "Model updating and perturbed boundary condition testing", 11th International Modal Analysis Conference, Kissimmee, Florida, pp. 449~455, Feb. 1993.

(4) J. S. Lew and J. N. Juang, "Structural damage detection using virtual passive controllers", Journal of Guidance, Control and Dynamics, Vol. 25, No. 3, pp. 419~424, 2002.

(5) L. R. Ray and et al, "Damage detection in smart structures through sensitivity enhancing feedback control", Journal of Sound and Vibration, Vol. 227, Issue 5. pp. 987~1002, 1999.

(6) Hunsang Jung and Youngjin Park, "Mode decoupling controller for feedback model updating", Proceedings of IMECE'04, 2004 ASME International Mechanical Engineering Congress & Exposition.

(7) Dascotte, E., "Practical application of finite element tuning using experimental modal data", Proceedings of the 8th International Modal Analysis Conference, pp. 1032~1037, 1990

(8) 하재훈, 박윤식, 박영진, "스트레인 출력 되먹임을 이용한 구조 시스템 계수 추정", 소음진동공학회 2005 년 춘계학술대회 논문집, pp. 124~127, 2005

(9) Minh Q. Phan and et al, " A direct method for state-space model and observer/Kalman filter gain identification", AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit, AIAA 2004-5414, August 2004.

(10) Minh Q. Phan and Richard W. Longman, " Extracting mass, stiffness and damping matrices from identified state-space models", AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit, AIAA 2004-5415, August 2004.

(11) K. F. Alvin and K. C. Park, "Second-order structural identification procedure via state-space-based system identification", AIAA Journal, Vol. 32, No. 2, pp. 397~406, 1994.