

난류-캐스케이드 상호 작용에 의한 광대역 소음장의 시간영역 계산

Time-domain Computation of Broadband Noise due to Turbulence-Cascade Interaction

정철웅*·정성수**·정완섭**·이수갑***

Cheolung Cheong, Sung-Su Jeong, Wan-Sup Cheung and Soogab Lee

Key Words : Turbulence-Cascade Interaction Noise (난류-캐스케이드 상호간섭소음), Fan Broadband Noise (팬 광대역 소음), Turbo-machinery Noise (터보-기계 소음), Time-domain Computation (시간영역계산).

ABSTRACT

The objective of the present work is to develop a time-domain numerical method of broadband noise in a cascade of airfoils. This paper focuses on dipole broadband noise sources, resulting from the interaction of turbulent inflows with the flat-plate airfoil cascade. The turbulence response of a two-dimensional cascade is studied by solving both of the linearised and full nonlinear Euler equations employing accurate higher order spatial differencing, time stepping techniques and non-reflecting inflow/outflow boundary condition. The time-domain result using the linearised Euler equations shows good agreement with the analytical solution using the modified LINSUB code. Through the comparison of the nonlinear time-domain result using the full nonlinear Euler equations with the linear, it is found that the acoustic mode amplitude of the nonlinear response is less than that of the linear response due to the energy cascade from low frequency components to the high frequency ones. Considering the merits of the time-domain methods over the typical time-linearised frequency-domain analysis, the current method is expected to be promising tools for analyzing the effects of the airfoil shapes, non-uniform background flow, linear-nonlinear regimes on the broadband noise due to gust-cascade interaction.

기호설명

- a 음속
- B 캐스케이드내의 블레이드 개수
- c 에어포일 코드길이
- c_i 유동의 특성파
- M 자유류의 마하수
- k_i x_i 방향의 난류속도 파수
- p 압력섭동
- s 블레이드 사이의 간격
- u_i x_i 방향의 속도섭동
- U_i x_i 방향의 평균 유동 속도
- w 에어포일한 수직난류 속도 섭동
- x_i 캐스케이드 고정 좌표계(1:유동방향, 2:유동에 수직방향)
- Φ_{wvw} 난류 스펙트럼
- ρ 압력섭동
- Λ 난류 속도장의 길이 스케일
- ω Angular frequency

1. 서론

점점 더 엄격해 지는 환경소음 규제에 직면한 항공기 엔진 제작사들은 좀 더 조용한 항공기를 만들기 위해 노력하고 있다. 미래 엔진으로 가장 유망한 초고바이패스비(ultra-high by-pass ratio)의 터보팬 엔진에서는 팬이 주요한 소음원이 될 것으로 예상된다. 좀 더 길어진 블레이드의 작아진 회전속도로 팬 순음(tone) 소음은 현재보다 작은 주파수로 이동하게 될 것이다. 그러므로 인지측면에서 중요한 중간 주파수 영역대에서 팬 광대역 소음은 전체 소음에 큰 영향을 끼치게 된다. 따라서 이런 광대역 소음의 영향을 이해하고 줄이는 것이 항공기 엔진 제작사들에게 지금은 필수불가결한 일이 되고 있다.

지금까지 팬 광대역 소음과 관련한 대부분의 연구는 두께를 무시할 수 있는 평판 에어포일에 대한 선형 이론에 기반하고 있다. 초기의 연구들은 Mani⁽¹⁾, Mugridge⁽²⁾, Morfey⁽³⁾, Kenshen⁽⁴⁾ 를 들 수 있고 큰 바이패스비 엔진의 등장과 더불어 최근에 Glegg^(5,6), Majumbar⁽⁷⁾, Gliebe⁽⁸⁾, 정철웅^(9,10) 등에 의한 연구가 수행되었다. 하지만 선형 이론은 에어포일의 모양에 기인한 블레이드 하중과 불균일한 유동장의 영향을 고려할 수 없을 뿐만 아니라 비선형 상호작용에 의

* 책임저자: 정희원 한국표준과학연구원 물리표준부 음향진동실
E-mail: ccheong@kriss.re.kr
Tel: (042) 868-5783, Fax: (042) 868-5643
** 정희원 한국표준과학연구원 물리표준부 음향진동실
*** 정희원 서울대학교 기계항공공학부

한 자가 작용(self interaction) 및 다른 주파수 성분간의 상호작용을 고려할 수 없다. 이에 본 논문에서는 위 요소들을 고려할 수 있는 쉐인 광대역 소음 해석을 위한 시간영역 방법을 제시하였다.

쉐인 광대역 소음은 크게 유입소음(inflow-noise)과 쉐인 자체소음(self-noise)으로 나눌 수 있다. 유입소음은 입구유동 난류와 쉐인, 쉐인의 난류 후류(wake)와 고정자(stator) 또는 지지대(strut)의 상호작용에 의하여 발생하고 일반적으로 자체소음보다는 큰 소음레벨을 발생시키는 것으로 알려져 있다. 본 논문에서 유입 소음을 모델링한 난류와 평판 에어포일 캐스케이드의 상호작용에 의한 광대역 소음의 발생과 전파를 고차의 시간/공간 수치기법을 이용한 전산공력음향기법을 사용하여 해석하였다. 선형화된 Euler 방정식을 사용한 시간영역 광대역 해석결과와 LINSUB 프로그램^(11,12)을 이용한 이론 결과와의 비교를 통하여 제시한 광대역 소음해석을 위한 시간영역 방법의 유효성을 증명하였다. 선형/비선형 Euler 방정식을 이용한 선형/비선형 반응의 비교를 통하여 비선형 반응에 내재한 주파수간 상호작용에 의한 광대역 소음장의 영향을 가늠하였다. 이런 결과들에 기반하여 본 연구를 통하여 제시한 시간영역 방법이 기존의 이론적 방법에서는 고려할 수 없는 여러 가지 요소를 고려함으로써 보다 진보된 설계 도구로 사용할 수 있을 것으로 기대된다.

2. 시간영역 수치해석 방법

개발한 시간영역 프로그램은 공간과 시간에 대한 미분방정식을 해석하기 위한 고차·고해상도의 공간·시간 이산화 기법을 기본으로 난류후류-고정자 상호작용 문제의 해석에 있어서 터보 기계의 기하학적 모양에 기인한 계산 영역의 한계로 인하여 발생하는 특별한 조건들을 만족시킬 수 있는 입·출구 경계조건을 포함한다. 고차의 공간차분법으로 격자최적화 이산관계보존 기법을 사용하였으며 시간적분법으로는 최적화된 Adams-Bashford의 3 단계 외재적 적분법을 사용하였다. 쉐인-고정자 상호소음해석시 입출구 경계조건은 최소한 다음의 세가지 기능을 수행해야한다: 원하는 평균 유동을 유지하고, 평균유동에 영향을 주지 않는 일시적인(transient) 파들을 반사시키지 않아야 하고, 사용자가 정의하는 입사파를 생성해야 한다. 이런 목적을 달성하기 위하여 경계에서의 유동 보존량의 시간 미분항을 다음과 같이 세부분으로 분리한다.

$$(\mathcal{Q}_i)_{boundary} = (\overline{\mathcal{Q}_i})_{MFBC} + (\mathcal{Q}_i)_{nonreflective} + (\mathcal{Q}_i)_{incoming} \quad (1)$$

오른쪽 첫 번째 항은 원하는 평균 유동을 유지시키기 위한 것이고 두 번째 항은 일시적인 파들을 경계에서 반사시키지 않기 위한 항이고 세 번째 항은 사용자가 원하는 교란량을 경계에서 발생시키기 위한 항이다. 본 논문에서는 평판 에어포일만 고려하므로 오른쪽 첫번째 항에 대한 기술은 생략하도록 한다. 아래에서 나머지 두 항들에 대해서 기술한다.

2.1 비반사경계조건 (Non-reflecting B.C.)

전산공력음향학에서 적용하기 위하여 많은 종류의 비반사 경계 조건들이 개발되었다. 본 연구에서는 터보기계의 공력소음해석에 가장 널리 사용되는 Giles⁽¹³⁾의 비반사 경계조건을 사용하였다.

먼저 유동변수와 특성값 사이의 관계는 아래 행렬식으로 표현할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} -a^2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \rho a & 0 \\ 0 & \rho a & 0 & 1 \\ 0 & -\rho a & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \delta p \\ \delta u \\ \delta v \\ \delta p \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} \delta p \\ \delta u \\ \delta v \\ \delta p \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} -1/a^2 & 0 & 1/(2a^2) & 1 \\ 0 & 0 & 1/(2\rho a) & -1/(2\rho a) \\ 0 & 1/\rho a & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1/2 & 1/2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{bmatrix} \quad (3)$$

입구경계에서는 다음과 같은 4 차 2 차원 비정상 입구경계조건을 적용한다.

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v & 0 & 0 & 0 \\ 0 & v & \frac{a+u}{2} & \frac{a-u}{2} \\ 0 & \frac{a-u}{2} & v & 0 \end{pmatrix} \times \frac{\partial}{\partial y} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{pmatrix} = 0 \quad (4)$$

출구경계에서는 다음과 같은 이차원 비정상 출구경계조건을 적용한다.

$$\frac{\partial c_4}{\partial t} + (0 \quad u \quad 0 \quad v) \frac{\partial}{\partial y} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{pmatrix} = 0 \quad (5)$$

2.2 입구 난류 와류 속도 경계조건

고정자 앞쪽에서 입사하는 난류 속도를 모델링한 입구 와류 속도 경계 조건을 적용한다

x_1 - x_2 평면에 존재하는 이차원 캐스케이드에 유입하는 난류는 푸리에 변환을 이용하여 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$w(x_1, x_2, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{w}(k_1, k_2) e^{-i[k_1(x_1-Ut)+k_2x_2]} dk_1 dk_2 \quad (6)$$

시간영역에서 난류 속도장은 난류 섭동을 통계적 과정으로 인식함으로써 재생할 수 있다. 이 관계는 스펙트럼 진폭인 $\hat{w}(k_1, k_2)$ 을 $w(x_1, x_2, t)$ 의 파워 스펙트럼 밀도 함수로서 계산함으로써 얻을 수 있다. 덕트내 유동에 대하여 난류 속도장은 x_2 방향(덕트 원주 방향)으로 주기적이어야 하므로 폭 방향 파수에 대한 푸리에 적분은 푸리에 합으로 변환할 수 있다. 유동의 공간 주기는 덕트 원주 방향 길이가 됨으로 x_2 방향의 파수는 다음 관계를 만족해야 한다.

$$k_{2,m} = \frac{2\pi m}{B_s} \quad (7)$$

여기서, m 은 원주방향의 모드수를 나타낸다. 위 식으로부터 일정한 주파수에서의 적분은 아래와 같은 관계를 만족한다.

$$\int dk_2 \rightarrow \frac{2\pi}{B_s} \sum_{m=-M}^M \quad (8)$$

식 (8)을 이용하여 식 (6)을 아래와 같이 표현할 수 있다.

$$w(x_1, x_2, t) = \frac{2\pi}{B_s} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{w}(k_1, k_{2,m}) e^{-i[k_1(x_1-Ut)+k_{2,m}x_2]} dk_1 \quad (9)$$

x_1 방향의 파수에 대한 무한 적분을 이산화하고 이산화한 파수는 $k_{1,-N} < k_{1,n} < k_{1,N}$ 와 $k_{2,-M} < k_{2,m} < k_{2,M}$ 를 만족하도록 한정시킨다. 여기서 $k_{1,N}$, $k_{2,M}$ 은 단절(cut-off) 주파수를 나타내거나 사용할 수치 기법이 지원하는 해상도의 경계를 나타낸다. 종합하여 식 (9)의 속도 섭동은 아래식으로 근사화한다.

$$w(x_1, x_2, t) \approx \frac{2\pi}{B_s} \sum_{m=-M}^M \sum_{n=-N}^N A(k_{1,n}, k_{2,m}) e^{-i[k_{1,n}(x_1-Ut)+k_{2,m}x_2-\phi_n]} \quad (10)$$

여기서 $k_{1,n} = n\Delta k_1$ ($\Delta k_1 = k_{1,N}/N$) 이고 ϕ_n 은 위상으로서 $[0, 2\pi]$ 의 범위내 임의변수이다. 스펙트럼 계수 $A(k_{1,n}, k_{2,m})$ 은 아래식으로 계산할 수 있다.

$$A(k_{1,n}, k_{2,m}) = [\Phi_{ww}(k_{1,n}, k_{2,m})]^{1/2} \quad (11)$$

여기서 $\Phi_{ww}(k_1, k_2)$ 은 w 의 파워 스펙트럼 밀도 함수이다. 편의상 본 논문에서는 난류를 균질한 등방성으로 가정하였고 이와 같은 성질을 만족하는 Liepmann 스펙트럼을 이용하여 아래식과 같이 모델링하였다.

$$\Phi_{ww}(k_1, k_2) = \frac{\overline{w^2} \Lambda^2}{4\pi} \frac{[1 + \Lambda^2(4k_1^2 + k_2^2)]}{[1 + \Lambda^2(k_1^2 + k_2^2)]^{5/2}} \quad (12)$$

3. 시간영역 해석 결과

2 장에서 기술한 시간영역 전산공력음향기법을 이용하여 난류-캐스케이드 상호작용 소음을 해석하였다. 개발한 프로그램을 검증하기 위하여 먼저 선형 Euler 방정식을 사용할 결과와 변형한 Linsub 프로그램을 이용한 이론 결과와 비교하였다. 또한 비선형 Euler 방정식을 이용하여 해석하여 선형/비선형 결과를 비교하였다.

3.1 선형 난류-캐스케이드 상호작용

Fig. 1 에서 본 논문에서 다루는 문제의 계산 영역과 적용한 경계조건들을 나타내었다.

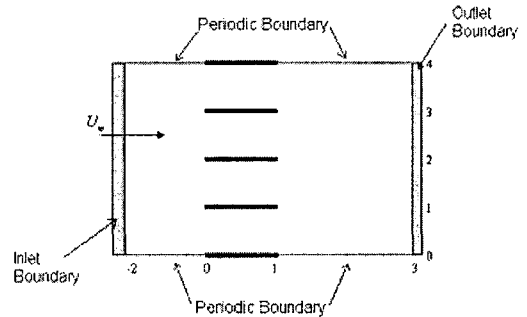


Fig. 1 Schematics of gust-cascade interaction benchmark problem.

이 문제에서 와류 속도 성분이 자유류를 따라 대류하여 평판 에어포일로 구성된 캐스케이드에 입사하고 서로간의 상호간섭을 통하여 상·하류 방향으로 음향파를 전파 시킨다.

식 (10)으로 표현된 입구 난류 와류 속도 경계에서 $B=4$, $s=1$, $N=25$, $M=10$, $K_{1,n}=5\pi$ 와 같이 설정하였다. 시간영역계산을 위한 격자와 시간 간격은 각각 $\Delta x_1 = \Delta x_2 = 0.02$, $\Delta t = 0.001$ 을 사용하였다.

계산한 결과를 주파수 공간에서 변형한 Linsub 프로그램을 이용하는 이론 결과와 비교하기 위하여 아래와 같은 시간-공간 푸리에 변환을 정의하였다.

$$P(x, m, n) = \frac{2}{N_{\Delta x_2} \cdot N_{\Delta t}} \sum_{l=0}^{N_{\Delta x_2}-1} \sum_{j=0}^{N_{\Delta t}-1} p(x, y_l, t_j) e^{-2\pi i n j / N_{\Delta t}} e^{-2\pi i m l / N_{\Delta x_2}} \quad (13)$$

여기서 Δt 는 샘플링 시간간격, $N_{\Delta t}$ 는 시간간격 T 동안의 샘플수이고, 주파수 $f=n/T$, $n=0,1,2,\dots, (N_{\Delta t}-1)/2$ 는 조화수, $N_{\Delta x_2}$ 은 원주방향의 격자수, m 은 원주방향 모드수로서 $-N_{\Delta x_2}/2 < m < (N_{\Delta x_2}/2-1)$ 이다.

Fig. 2에서 시간영역 해석결과에 시간-공간 푸리에 변환을 적용하여 얻은 모드 진폭을 Linsub 프로그램을 이용한 결과와 비교하였다. 그림에 나타난 직선은 단절주파수 직선을 나타낸다. 대부분의 모드가 단절주파수 직선 안의 Cut-on 영역에 분포하고 직선 근처 인접한 곳에서 모드 진폭이 매우 커진다는 것을 확인할 수 있다. 그림에서 확인할 수 있는 것처럼 모드 진폭의 분포가 두 결과에서 매우 흡사함을 확인할 수 있다.

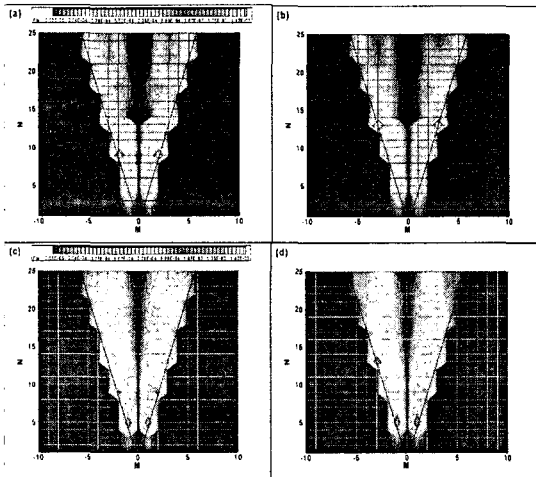


Fig. 2 Amplitude $|P(x, m, n)|$ of joint temporal-spatial transformation of the pressure for the ingesting turbulence with the Liepmann spectrum with $w^2 = 1 \times 10^{-4} U_0$ and $\Lambda = 0.1c$; (a) and (c) denote time-domain numerical solutions at $x=-2$ and $x=3$, respectively, and (b) and (d) denote theoretical results using modified Whitehead's LINSUB code at $x=-2$ and $x=3$.

Fig. 3에서 주파수 스펙트럼에 대한 시간영역 해석 결과와 이론결과를 비교하였다. Fig. 2에서 나타난 바와 같이 두 결과가 주파수에 따라 매우 유사한 분포를 보인다는 것을 확인할 수 있다. 캐스케이드 입구쪽의 주파수 스펙트럼에서 단절주파수 직선에 매우 가깝게 위치한 주파수에서는 약간의 차이를 보인다. 이는 시간영역 계산에서 단절주파수에 가까운 위치에서는 매우 작은 시간·공간상의 오차도 모드 진폭에 큰 영향을 줄 수 있기 때문인 것으로 생각된다.

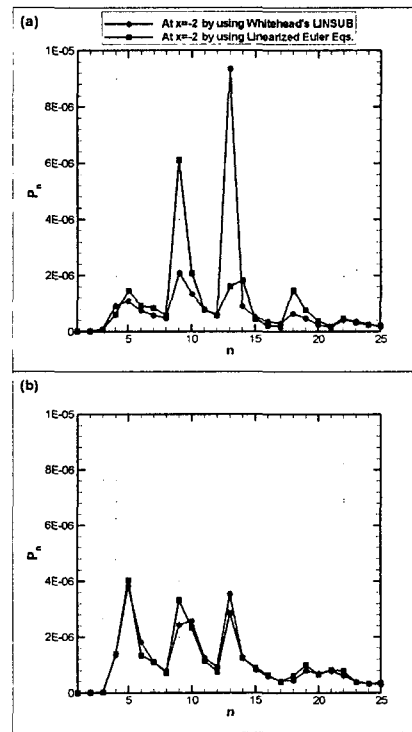


Fig. 3 Frequency spectra $P_n = \sum_{m=-N/2}^{m=(N/2-1)} |P(x, m, n)|^2$ at (a) $x=-2$ and (b) $x=3$.

3.2 비선형 난류-캐스케이드 상호작용

이 절에서는 3.1에서 기술한 문제를 비선형 Euler 방정식을 이용하여 해석한 다음 선형 Euler 방정식을 이용한 결과와 비교하였다. Fig. 4에서 주파수 스펙트럼에 대한 선형/비선형 해석 결과와 이론 결과를 함께 비교하였다.

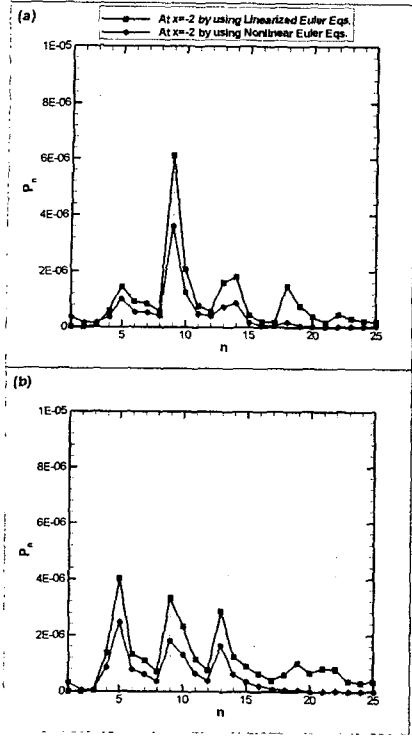


Fig. 4 Frequency spectra $P_n^e = \sum_{m=-N/2}^{m=(N/2-1)} |P(x, m, n)|^2$ at (a) $x=-2$ and (b) $x=3$ for the ingesting turbulence with the Liepmann spectrum with $\overline{w^2} = 1 \times 10^{-4} U_0$ and $\Lambda = 0.1c$.

주파수에 따른 전체 경향은 선형/비선형 결과가 비슷하나 비선형 결과가 저주파(여기서는 $n=1,2,3$)를 제외한 모든 주파수 모드에서 선형해석 결과보다 작은 진폭 값을 나타낸다.

저주파수에서 선형 결과가 나타내는 것과 달리 비선형 시간영역 결과에서는 유한한 크기의 주파수 스펙트럼을 나타내는데 이는 비선형 시간영역 해석시 음향파와 와류파의 비선형 항을 통한 에너지 전환으로 전체 계산 영역이 저주파성분의 파장과 비슷한 크기에 모드수에 대해서는 입출구경계 조건에서 충분히 반사파를 억제할 수 없어서 발생하는 것으로 판단된다.

이런 저주파 모드 이외의 모든 주파수 모드에서는 비선형 결과의 진폭이 작는데 이는 선형 해석에서는 주파수간의 간섭이 없으나 비선형 해석에서는 주파수간의 상호작용으로 인하여 에너지가 고주파수로 이동하기 때문인 것으로 생각된다. 이를 확인하기 위하여 보다 확장된 주파수 영역대에서 시간-공간 푸리에 변환을 사용하여 얻은 주파수 스펙트럼을 Fig. 5에서 로그 스케일로 제시 하

였다. 선형결과에서는 입구경계조건에서 준 주파수 성분까지만 반응을 하나 비선형 결과에서는 주파수간 간섭에 따른 에너지 이동 현상으로 인하여 고주파수 영역대에서도 반응을 나타냄을 알 수 있다. 따라서 실제 광대역 소음의 발생에 있어서도 비선형효과를 무시할 수 없다면 이런 주파수간 상호작용으로 에너지 이동을 고려하여야 할 것이다.

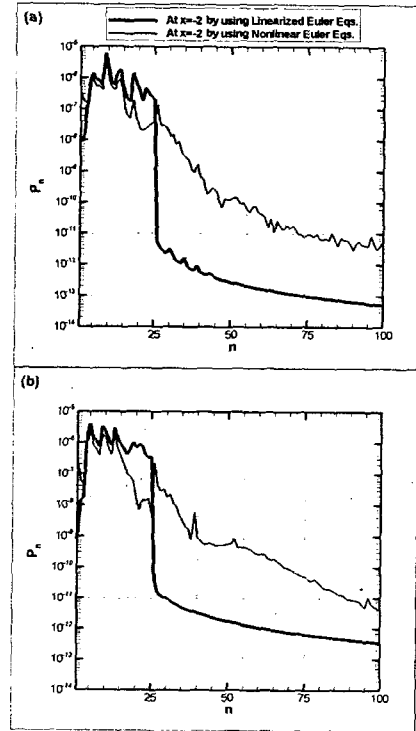


Fig. 5 Extended frequency spectra: (a) $x=-2$ and (b) $x=3$

4. 결론

선형화된 Euler 방정식을 사용한 시간영역 광대역 해석결과와 LINSUB 프로그램을 이용한 이론 결과와의 비교를 통하여 제시한 광대역 소음 해석을 위한 시간영역 방법의 유효성을 증명하였다. 선형/비선형 Euler 방정식을 이용한 선형/비선형 반응의 비교를 통하여 비선형 반응에 내재한 주파수간 상호작용에 의한 음향 모드 진폭의 감소를 확인할 수 있었다. 본 연구를 통하여 제시한 시간영역 방법이 기존의 이론적 방법에서는 고려할 수 없는 비선형효과 외에도 에어포일의 모양과 균일하지 않은 평균 유동장의 소음의 발생과 전파에 대한 영향을 고려함으로써 보다 진보된 설계도로 사용될 수 있을 것으로 사료된다.

후 기

이 논문은 과학기술부의 국제공동연구사업의 지원을 받아 연구를 수행하였습니다. 또한 이 논문의 초기연구에 기여한 ISVR의 Phil Joseph 박사에게 감사를 포함합니다.

참고문헌

- (1) Mani, R., 1971, "Noise due to interaction of inlet turbulence with isolated stators and rotors," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 17, No. 2, pp. 251-260.
- (2) Mugridge, B.D., 1973, "Broadband noise generation by aerofoils and axial flow fans," AIAA Aero-Acoustics Conference, Seattle, WA.
- (3) Morfey, C.L., 1974, "Broadband sound radiation from subsonic rotors," *Int. Symp. On the Fluid Mechanics and Design of Turbo-machinery - NASA Special Publication SP-304*, pp. 461-492.
- (4) Kerschen, E.J. and Gliebe, P.R., 1980, "Fan noise caused by the ingestion of anisotropic turbulence - A model based on axisymmetric turbulence theory," AIAA 6TH Aeroacoustics Conference, AIAA Paper 80-1021.
- (5) Glegg, S.A.L., 1993, "Broadband noise from ducted prop fans," 15th AIAA Aeroacoustics Conference, AIAA Paper 95-021.
- (6) Glegg, S.A.L., 1995, "Broadband noise from fan blades with transonic tip speeds," First Joint CEAS/AIAA Aeroacoustics Conference, CEAS/AIAA Paper 95-0021.
- (7) Majumdar, S.J. and Peake, N., 1996, "A theoretical model for the prediction of unsteady distortion noise," 2nd AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, AIAA Paper 96-1742
- (10) Gliebe, P.R., "Fan broadband noise-The floor to high bypass engine noise reduction," *Noise-con 96*, pp. 133-138.
- (9) 정철용, Joseph Phillip, 이수갑, 2005, "난류 와류의 입사에 의한 이차원 평판 에어포일 캐스케이드의 광대역 소음장의 계산", 한국소음진동공학회 논문집, 제 15권 제 6호, pp. 687-696.
- (10) 정철용, 정성수, 정완섭, 이수갑, 2005, "유입 난류에 의한 에어포일 캐스케이드 광대역 소음장의 고주파 근사 예측식의 개발," 한국소음진동공학회 논문집, 출판예정.
- (11) Smith, S. N., 1972, "Discrete Frequency Sound Generation in Axial Flow Turbomachines", Reports and Memoranda No. 3709, Aeronautical Research Council, London.
- (12) Whitehead, D. S., "Classical Two-Dimensional Methods", in: *AGARD Manual on Aeroelasticity in Axial Flow Turbomachines, Volume 1, Unsteady Turbomachinery Aerodynamics (AGARD-AG-298)*, Platzer, M. F. and Carta, F. O., ed., Neuilly sur Seine, France, ch. 3.
- (13) Giles, M.B., 1990, "Nonreflecting boundary condition for Euler equation calculations," *AIAA Journal*, Vol. 28, No. 12, pp. 2050-2058.