한국소음진동공학회 2005년도 추계학술대회논문집, pp. 573~576.

상대좌표를 이용한 3 차원 미디어 이송장치에 대한 실험방법과 Simulation 에 대한 연구

Simulation and Experimental Methods for Three-Dimensional Sheet Media Transport System Using Relative Coordinate

배 대성† ·조 희제*
Dae Sung Bae and Heui Je Cho

Key Words : Media Transport System(매체 이송 시스템), Three-Dimensional Flexible Sheet Model(3 차원 유연한 박판 모델), Master Node(주 절점), Child Node (아 절점), Floating Joint(부유 조인트), Nodal Body(절점 바디), Out-Of-Plane Joint(면외 조인트), Plate Force Element(평판 요소), Recursive Formula(순차 공식), Relative Coordinate(상대 좌표).

ABSTRACT

This research presents a three-dimensional modeling technique for a flexible sheet. A relative coordinate formulation is used to represent the kinematics of the sheet. The three-dimensional flexible sheet is modeled by multi-rigid bodies interconnected by out-of-plane joints and plate force elements. A parent node is designated as a master body and is connected to the ground by a floating joint to cover the rigid motion of the flexible sheet in space. Since the in-plane deformation of a sheet such as a paper and a film is relatively small, compared to out-of-plane deformation, only the out-of-plane deformation is accounted for in this research. The recursive formulation has been adopted to solve the equations of motion efficiently. An example is presented to show the validity of the proposed method.

1. 서 론

프린터, 복사기, 팩스, ATM, 카메라, 필름 인화기계 등의 매체 전달 시스템들은 널리 사용 및 보급되고 있으며 급속히 발전하고 있다. 매체 전달 시스템의 설계와 개발에 있어서 가장 중요한 기술은 종이, 필름, 지폐와 같은 박판(sheet)의 원활한 이송 경로를 위한 기구학적인 메커니즘을 설계하는 일이다.

RecurDyn/MTT2D[1]과 같은 상용 프로그램은 미디어 이송 메커니즘의 초기 설계 단계에서 종이의 동적 거동을 이해하기 위하여 널리 사용되고 있다. 하지만 이 프로그램의 해석 범위는 2 차원 공간에 한정된다. 따라서 많은 엔지니어들은 롤러(roller)의 편 하중과 오 정렬(misalignment)등에 기인해서 발생하는 스핀닝(spinning) 같은 3 차원 문제에 직면할 때에는 그들의 공학적 직관력에 의존하거나 자체적으로 개발한 프로그램을 사용한다.
이러한 전통적인 방법은 실질적으로 제품 설계에 효과적이지 않기 때문에 디자인 시간의 단축, 비용 절감 그리고 기계의 성능 개선을 위해서는 3 차원에서의 종이 급수 과정을 해석하는 컴퓨터 시뮬레이터의 발달이 절대적으로 요구되고 있는 실정이다.

† 배대성: 한양대학교
E-mail : dsbae@hanyang.ac.kr
Tel : 031) 400-5250
* : FunctonBay, Inc

Diehl[3,6]은 매체 이송 시스템의 전기적 물림 시스템(electrometric nip system)에의 연구에서 비선형 유한 요소법과 실험적 측정 기법을 도입하여 큰 변형이 발생하는 롤러를 연구하는데 사용하였으며, 물림 이송 시스템(nip feeding system)에서 발생할 수 있는 박판의 뒤틀림과 같은 몇 가지 현상들을 설명할 수 있게 하였다.

Ashida[4]은 필름 이송 메커니즘의 해석과 설계를 위한 컴퓨터 모델링 기법을 제안했다. 상용화된 컴퓨터 프로그램을 사용하여 2 차원 film-feeding 모델에 대한 동역학적 해석기법을 제안했다.

마찰을 가진 받침대 시스템의 종이 이송 메커니즘은 비선형 FEA 프로그램을 사용하여 Yanabe[5]가 연구하였다. 이것은 종이와 롤러들 사이의 국부적인 분리 현상을 규명하였고 실험 측정치와 매우 유사함을 보여주었다.

Shin[7,8]은 얇은 금속판의 웹(web) 시뮬레이션과 롤(roll) 장력을 사용하는 설계 기술을 발전시켰다. 그는 각각의 작은 부분의 장력 제어가 웹 시스템의 중요한 설계 인자임을 보여주었다.

본 논문은 유연한 박판(flexible sheet)의 3 차원 모델링 기법을 제안하고자 한다. 3 차원에서 박판은 면외 조인트(out-of-plane joints)와 평판 요소(plate force elements)들에 의해 서로 연결된 질점들로 구성되어 있다. 여기서 사용하는 상대 좌표 공식은 박판의 동적 거동을 설명하고 운동 방정식의 해를 구하는데 효과적이다. 주 절점 바디(master nodal body)는 공간 상에서 박판의 강체 운동을 표

현하기 위해 부유 조인트(floating joint)에 의해 지면에 연결되어 있다. 두께가 얇은 종이나 필름은 면외(out-of-plane) 변형에 비해 면내(in-plane) 변형은 상대적으로 작기 때문에 본 연구에서는 면외 변형에 대해서만 다룬다. 박판의 탄성 변형을 다루기 위해 유한 요소에서 사용되는 평판 요소(plate force elements)를 도입하였다. 운동 방정식의 집합은 상대 좌표를 사용함으로써 최소화하였고 순환 방법을 이용해 좌표 변환함으로써 계산의 효율을 꾀하기 위해 면외 조인트와 부유 조인트의 순환 공식을 유도하였다. 제안된 방법을 검증하기 위해 수치 예제를 제시했으며 사용 FEA 프로그램과 결과를 비교 검증하였다. 제안된 3 차원 박판 모델은 박판의 크기, 무게, 강성, 온도, 습도, 롤러의 오정렬(misalignment)에 의한 종이의 걸림 현상(jamming)을 초기 설계 단계에서 시뮬레이션을 가능하게 할 것이다.

2. 3 차원상에서의 유연한 박판 모델

2.1 기구학적 정의

3 차원 공간에서 박판을 정의하기 위해 Figure 1 에서 박판의 형상과 그것의 기구학적 관계를 보여준다. X-Y-Z 좌표계는 관성 좌표계(inertial reference frame)이며 x'-y'-z' 좌표계는 절점 좌표계(nodal reference frame)이다. 절점 좌표계의 자세와 위치는 **A** 와 **r** 로 표시한다. 절점 좌표계의 x 축과 z 축은 박판의 길이 방향과 측면 방향을 따라 정의된다. 그리고, y 축은 오른손 법칙에 의해 정의된다. Figure 1 에서 t 와 L 그리고 D 는 각각 박판의 두께와 길이 그리고 깊이를 의미한다.

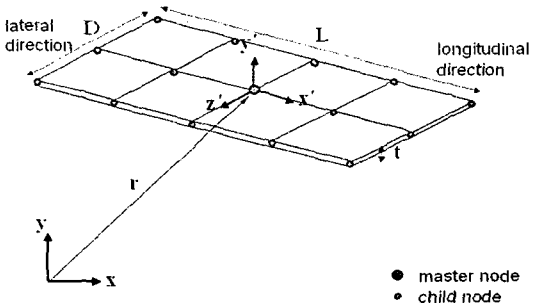

Fig. 1 Three-dimensional flexible sheet

Figure 2 에서처럼 박판의 중앙에 자리를 잡은 주절점(master node)은 지면에 대해 6 개의 자유도를 가진 부유 조인트(floating joint)에 의해 지면과 연결된다. 그리고 주 절점과 인접한 아 절점(child node)들은 면외 조인트(out-of-plane joint)에 의해 주 절점과 연결된다. 면외 조인트는 3 개의 상대 자유도를 갖는다. 그 중 하나는 절점 좌표계의 y 축을 따라 병진 운동을 하는 것이고 다른 두 개는 절점 좌표계의 x 축과 z 축을 따라 회전 운동을 하는 것이다. 나머지 아 절점들도 면외 조인트에 의해서 그림처럼 인접하는 다른 아 절점들과 순서대로 연결된다.

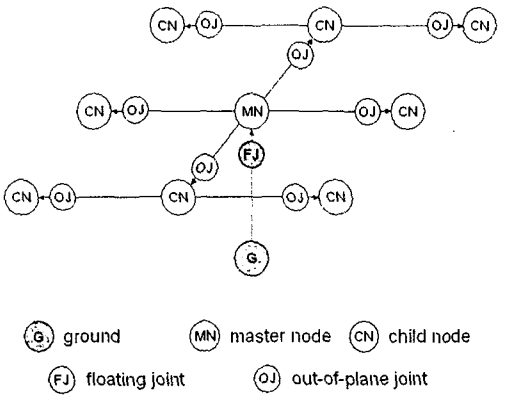

Fig. 2 Sequential connections of joints

면외 조인트를 사용하는 목적은 두 가지가 있다 첫째는, 절점 바디(body)의 운동이 6 자유도를 가지는 대신에 3 자유도를 가짐으로써 일반 좌표의 수가 절반이 되어 해석 시간이 줄어들게 된다. 둘째로, 면내(in-plane) 변형은 면외(out-of-plane) 변형보다 작아서 면내 운동의 진동수가 면외운동의 진동수보다 매우 높다. 수치 적분을 명시적 방법을 사용한다면 높은 진동수에서 매우 적은 적분 구간을 요구한다. 따라서 해석 시간도 매우 길어진다. 그러므로 박판을 정의한 일반 좌표들은 면외 운동만을 나타냄으로 저 진동수를 내포하며 적분 구간을 6 자유도를 고려했을 때 보다 크게 할 수 있다

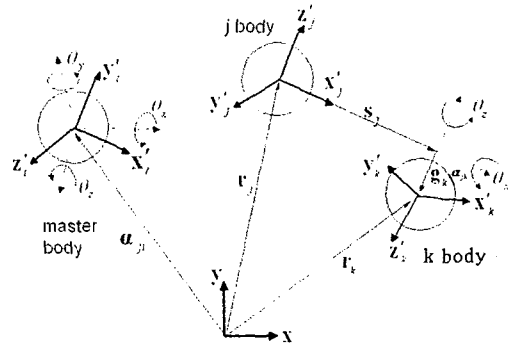

Fig. 3 Floating and out-of-plane joints

Figure 3 에서 주 절점 바디의 자세와 위치는 아래의 식처럼 정의 된다.

$$\mathbf{A}_i = \mathbf{A}_x \mathbf{A}_y \mathbf{A}_z \tag{1}$$

$$\mathbf{A}_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c\theta_x & -s\theta_x \\ 0 & s\theta_x & c\theta_x \end{bmatrix}, \mathbf{A}_y = \begin{bmatrix} c\theta_y & 0 & s\theta_y \\ 0 & 1 & 0 \\ -s\theta_y & 0 & c\theta_y \end{bmatrix}, \mathbf{A}_z = \begin{bmatrix} c\theta_z & -s\theta_z & 0 \\ s\theta_z & c\theta_z & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{2}$$

$$\mathbf{r}_i = \alpha_{ji} \tag{3}$$

여기서 Z-Y-X 의 오일러 각(euler angle) θ_x, θ_y, θ_z 와 상대 변위 α_{ji} 는 주 절점을 위해 정의된 상대 좌표들이다. 면외 조인트에 의해 연결된 아 절점 바디 k 의 자세와 위치는 인접한 바디의 자세와 위치로부터 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\mathbf{A}_k = \mathbf{A}_j \mathbf{A}_z \mathbf{A}_x \tag{4}$$

$$\mathbf{r}_k = \mathbf{r}_j + \mathbf{A}_j \mathbf{s}'_j + \mathbf{g}_j \alpha_{jk} \tag{5}$$

여기서 $\mathbf{A}_j$ 와 $\mathbf{r}_j$ 는 body j 의 자세와 위치이다. $\mathbf{s}'_j$ 벡터는 변형이 일어나기 전 바디 k 의 위치이며, $\mathbf{g}_j$ 방향 벡터는 바디 j 의 $\mathbf{y}'_j$ 축과 같다. 자세 행렬 $\mathbf{A}_x$ 와 $\mathbf{A}_z$ 는 방정식 (2)로부터 θ_x 와 θ_z 를 사용하여 계산할 수 있다.

2.2 순환 공식

조인트의 속도 변환 행렬은 직교 좌표와 상대 좌표 사이의 속도 관계로부터 유도 된다. 일반적으로, 상대 좌표로부터 절대 좌표계의 속도를 변환시키는 순환 공식은 아래와 같다.

$$\mathbf{Y}_i = \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{r}}_i \\ \mathbf{w}_i \end{Bmatrix} = \mathbf{B}_{ji1} \mathbf{Y}_j + \mathbf{B}_{ji2} \dot{\mathbf{q}}_{ji} \tag{6}$$

여기서, $\mathbf{B}_{ji1}$ 와 $\mathbf{B}_{ji2}$ 는 속도 변환 행렬이다.

주 절점 바디의 각 속도와 병진 속도는 식 (1)과 (3)의 시간에 대한 미분으로부터 얻을 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{r}}_i \\ \mathbf{w}_i \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dot{\alpha}_{ji} \\ \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix} \dot{\theta}_x + \mathbf{A}_x \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix} \dot{\theta}_y + \mathbf{A}_x \mathbf{A}_y \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix} \dot{\theta}_z \end{Bmatrix} \tag{7}$$

식 (7)과 식 (6)을 비교하여 속도 변환 행렬은 다음처럼 얻을 수 있다.

$$\mathbf{B}_{ji1} = \mathbf{0}$$

$$\mathbf{B}_{ji2} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & 0 \\ 0 & \mathbf{f}' \quad \mathbf{A}_x \mathbf{g}' \quad \mathbf{A}_x \mathbf{A}_y \mathbf{h}' \end{bmatrix} \tag{8}$$

여기서, $\mathbf{f}' = \{1,0,0\}^T$, $\mathbf{g}' = \{0,1,0\}^T$ 그리고 $\mathbf{h}' = \{0,0,1\}^T$ 이다.

면외 조인트에 의해 연결된 아 절점 바디의 속도는 식 (4)와 (5)의 시간에 대한 미분에 의해 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{r}}_k \\ \mathbf{w}_k \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{r}}_j - \mathbf{A}_j \left(\tilde{\mathbf{s}}'_j + \tilde{\mathbf{g}}' \alpha_{ji} \right) \mathbf{A}_j^T \mathbf{w}_j + \mathbf{A}_j \mathbf{g}' \dot{\alpha}_{ji} \\ \mathbf{w}_j + \mathbf{A}_j \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix} \dot{\theta}_z + \mathbf{A}_j \mathbf{A}_z \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \dot{\theta}_x \end{Bmatrix} \tag{9}$$

식 (9)와 (6)을 비교하여 다음의 속도 변환 행렬은 아래와 같이 얻을 수 있다.

$$\mathbf{B}_{ji1} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & -\mathbf{A}_j \left(\tilde{\mathbf{s}}'_j + \tilde{\mathbf{g}}' \alpha_{ji} \right) \mathbf{A}_j^T \\ 0 & \mathbf{I} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}_{ji2} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_j \mathbf{g}' & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{A}_j \mathbf{h}' & \mathbf{A}_j \mathbf{A}_z \mathbf{f}' \end{bmatrix} \tag{10}$$

두 body 의 가속도 관계식은 식 (6)의 미분에 의해 얻을 수 있다

$$\dot{\mathbf{Y}}_i = \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{r}}_i \\ \dot{\mathbf{w}}_i \end{Bmatrix} = \dot{\mathbf{B}}_{ji1} \mathbf{Y}_j + \dot{\mathbf{B}}_{ji2} \dot{\mathbf{q}}_{ji} + \mathbf{B}_{ji1} \dot{\mathbf{Y}}_j + \mathbf{B}_{ji2} \ddot{\mathbf{q}}_{ji} \tag{11}$$

여기서 $\dot{\mathbf{B}}_{ji1}$ 와 $\dot{\mathbf{B}}_{ji2}$ 은 식 (8)과 (10)을 미분하여 얻을 수 있다.

3. 수치 예제

제안된 방법을 검증하기 위해 종이의 동적 거동과 유사한 박판을 수치예제로 사용하였다.

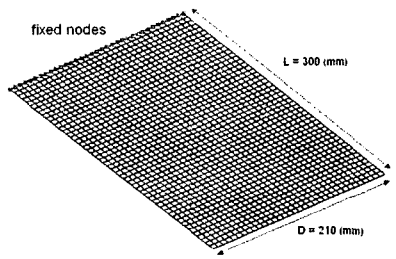

Fig. 4 Examples of fixed-free thin plate

Figure 4 에서 박판의 가로 및 세로 길이는 각각 300(mm)와 210(mm)이다. 탄성률(Young's modulus)와 포아송비(Poisson ratio)는 각각 10000(N/mm^2)와 0.3 을 사용하였다. 밀도는 1.0e-6(kg/mm^3)이며 박판의 두께는 0.3(mm)이다.

박판의 오른쪽 끝 단의 절점들은 모두 고정하고 나머지 절점들은 중력장 안에서 처짐이 일어 나도

록 해석 조건을 만들었으며 해의 검증을 위해 동역학 해석을 수행하여 정적 평형 위치를 찾도록 하였다. 먼저 제안된 방법으로 분할에 따른 해의 차이를 판단하기 위해 4 가지 모델을 가지고 동역학 해석을 수행했다.

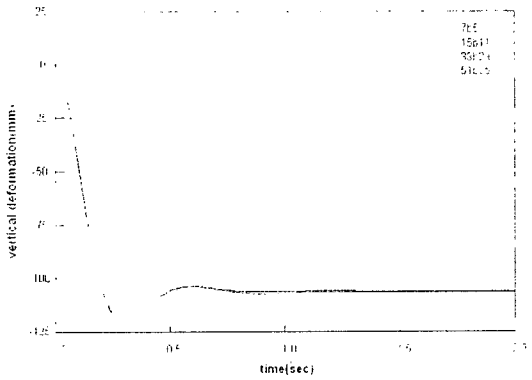

Fig. 5 Vertical deformations in time domain

Figure 5 에서 박판의 처짐이 가장 심한 왼쪽 끝단의 굽힘 변형을 4 가지 모델에 대해 각각 보여주고 있다. 가로축은 시간이고 세로 축은 굽힘 변형의 결과들이다. 분할은 가로 대 세로에 대해서 7by5, 15by11, 33by23 그리고 51by35 가 사용되었는데 그것들의 정점 평형 위치는 거의 동일하였다.

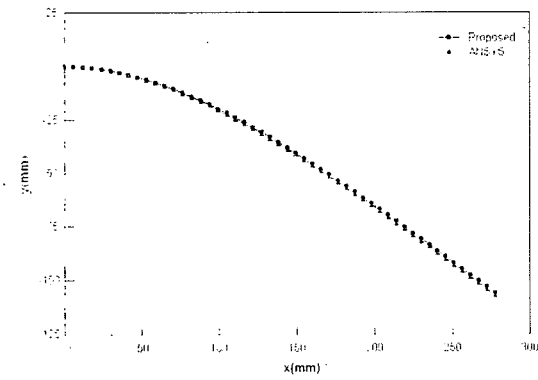

Fig. 6 The comparison of deformed shapes

Figure 6 에서는 51by35 모델의 정적 평형에 도달한 형상을 ANSYS 결과와 비교하여 보여주고 있다. 여기서 가로 및 세로축은 각각 x 축 및 y 축 변위이다. 결과적으로 두 방법의 최대 굽힘 변형의 차이는 약 0.3(mm)로 유사함을 보여 주고 있다. 참고로 ANSYS 에서는 비선형 해석을 수행하였다.

4. 결 론

이 논문에서는 3 차원 유연한 종이류의 모델링 기법을 제시하였으며 예제 모델의 동역학 해석을 수행하였다. 종이는 여러 개의 질점으로 나뉘어졌으며 그들은 평판 요소들로 서로 연결된다. 평판 요소의 면내 변형은 구속되며 면외 변형은 허용되도록 조인트 구속조건이 만들어졌다. 평판 요소의 탄성력은 변형률 에너지 식을 기초로 하여 계산된다. 절점들 사이의 변형 및 운동을 상대 좌표로 표현한다. 일반 좌표들을 효과적으로 풀기 위해, 조인트들의 순환 기법이 제안되었다. 제안된 방법으로 얻어진 결과를 검증하는데 유한 요소 상용 프로그램이 사용되었다.

참고문헌

(1) Cho, H. J. and Choi, J. H., 2001, "MTT2D development specification" Technical report, FunctionBay Inc.

(2) Cho, H. J., Bae, D. S., Choi, J. H. and Suzuki, T., 2002, "Dynamics Analysis and Contact Modeling for Two-Dimensional Media Transport System", Proceedings of the ASME Design Engineering Technical Conferences, DETC2003/VIB48338, pp 605.

(3) Diehl, T., 1995, "Two dimensional and three dimensional analysis of nonlinear nip mechanics with hyper elastic material formulation" Ph. D. Thesis, University of Rochester, Rochester, New York.

(4) Ashida, T., 2000, "The meeting material of The Japan Society for Precision Engineering", Japan.

(5) http://www.yanabelab.nagaokaut.ac.jp

(6) http://www.me.psu.edu/research/bension.html

(7) http://www.engext.okstate.edu/info/WWW-WTRC.htm

(8) Shin, K. H., 1991, "Distributed Control of Tension in Multi-Span Web Transport Systems ", Ph. D. Thesis Oklahoma State Univ.

(9) Bae, D. S., Han, J. M. and Yoo, H. H., 1999, "A Generalized Recursive Formulation for Constrained Mechanical System Dynamics", Mech. Struct. And Machines, Vol. 27, No 3, pp 293-315.

(10) Bae, D. S., Lee, J. K., Cho, H. J. and Yae, H., 2000, "An Explicit Integration Method for Real-time Simulation of Multibody Vehicle Models", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 187, pp. 337-350.

(11) Bae, D. S., Han, J. M., Choi, J. H. and Yang, S. M., 2001, "A Generalized Recursive Formulation for Constrained Flexible Multibody Dynamics", International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 50, pp. 1841-1859.

(12) Ryu, H. S., Bae, D. S., Choi, J. H. and Shabana, A. A., 2000, "A Compliant Track Link Model for High-speed, High-mobility Tracked Vehicles", International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 48, pp. 1481-1502.

(13) Kim, H. W., Bae, D. S. and Choi, Choi, K. K., 2001, "Configuration Design Sensitivity Analysis of Dynamics for Constrained Mechanical Systems", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 190, pp. 5271-5282.

(14) Bathe, K. J., 1996, "Finite Element Procedure", Prentice-Hall, Inc.