

다중모드제어를 위한 단일 입출력 양변위 되먹임제어기의 설계 Design of Single-Input Single-Output Positive Position Feedback Controller For the Control of Multiple Modes

정문산† ·곽문규*·이명일**

Moon-San Jeong, Moon K. Kwak, Myungil Lee

Key Words : Multiple Mode Control(다중모드제어), 양변위 되먹임제어기(Positive Position Feedback Control)

ABSTRACT

This paper is concerned with the active vibration control of beam equipped with piezoceramic sensors and actuators. The single-input and single-output positive position feedback controller is considered as an active vibration controller for the beam. The proposed single-input and single-output positive position feedback controller can cope with many modes of interest by summing each positive position feedback controller designed for each mode. In this paper, theoretical formulation is first explained in detail. We discuss how to design the single-input and single-output positive position feedback controller for a target structure by considering Euler-Bernoulli beam. It is found that the theories developed in this study are capable of predicting the control system characteristics and its performance.

1. 서 론

지능구조물은 분포된 감지기와 작동기, 그리고 이들과 협력하여 진동 억제를 이루어내는 제어 시스템으로 이루어지는 것으로 정의된다. 개념적으로는 지능구조물이 외부 교란과 내부의 변화에 대응할 수 있어야 한다. 지능구조물의 감지기와 작동기로 사용되는 재료는 많이 있는데 압전 재료, 형상기억합금, ER 유체, MR 유체 등이다. 이들 재료들은 구조물에 부착되어 감지거나 작동기로 사용된다. 이 중 비교적 강성이 높고, 온도에 덜 민감하며 적용이 간편한 재료가 압전 세라믹 재료이다. 압전세라믹 재료에 전압이 가해지면 기계적인 변형이 일어나고, 반대로 기계적인 변형을 주면 전하가 발생한다. 이런 이유도 압전세라믹 재료는 감지기와 작동기로 모두 사용이 가능하다.

압전 감지기와 작동기를 이용해 지능구조물의 진동 제어에 대한 연구는 주로 보를 대상으로 진행되었다. Crawley[1,2]등은 압전세라믹 감지기와 작동기가 부착된 보의 모델링에 대해서 연구를 했으며, Hanagud[3]등은 유한 요소법을 사용하여 지능구조물을 모델링하고 모달 변위의 시간 변화율과 최적 제어를 제어기로 제안하였다. Fanson and Caughy[4]는 모달 변위에 근거한 양변위 되먹임 (Positive Position Feedback, PPF) 제어기를 소개하였다. Poh and Baz[5]는 PPF 제어기를 독립모달공간제어기[6]의 개념을 도입해 다자유도계로 적용

하였다. Friswell and Elnman[7]은 PPF 제어기와 출력되먹임 제어기의 관계에 대해 조사했다. PPF 제어기의 안정조건, 성능 및 설계 방법에 대해서는 광[8]등이 조사했으며, 이외에도 많은 연구자들[9-11]이 다양한 형태의 지능구조물에 대한 제어 방법을 제시하였다.

PPF 제어기는 특정 진동 모드를 제어하는데 아주 효과적이다. PPF 제어기는 다른 모드들을 불안정하게 만들지 않으면서 목표로 삼은 진동수 대역의 감쇠를 확실하게 증가시킬 수 있다. 하나의 입력과 하나의 출력으로 이루어진 PPF 제어기는 저주파 통과 필터의 형태를 가지고 있어 아날로그 회로로 쉽게 구현된다[12]. 이런 이유로 PPF 제어기가 지능구조물의 능동진동제어기로 선호되어왔다. 그러나 PPF 제어기의 단점은 고유진동 특성이 이론이나 실험으로 미리 파악되어야 한다는 것인데 이 과정을 PPF 제어기를 조정하는 것이라고 말한다.

이 연구는 압전 감지기와 작동기를 장착하고 있는 보구조물의 능동진동제어기 설계와 관련이 있다. 본 연구에서 해결하고자 하는 제어 문제는 무한개의 자유도를 가지는 구조물에 대해 한 개의 감지기와 작동기를 가지고 되도록이면 많은 개수의 진동 모드를 제어하고자 하는 것이다. 앞선 연구[13]에서 각각의 모달 변위에 대해 하나의 입출력을 갖는 PPF 제어기를 설계하고 이를 준역행렬 방법을 이용해 다중 입출력 PPF 제어기를 구성하는 방법을 제안하였다. 그러나 본 연구에서는 모달 좌표계에 대한 운동 방정식을 유도하고 이로부터 각각의 모드를 제어하는 PPF 제어기를 설계하고 이를 합함으로써 진동 모드에 대한 제어력을 증대시키는 방법을 모색하였다. 이론 결과는 이런 목표가 가능함을 보여준다.

† 책임저자; 동국대학교 기계공학과 교수, 정회원
E-mail : kwakm@dongguk.edu
Tel : (02) 2260-3705, Fax : (02) 2263-9379

* 동국대학교 기계공학과 석사과정

** 동국대학교 기계공학과 석사과정

2. 문제의 정식화

먼저 다음 그림과 같은 보 요소를 고려해 보자. 보 요소에 작용하는 굽힘 모멘트와 전단력, 그리고 하중과 모멘트를 각각 그림에 나타내면 다음과 같다.

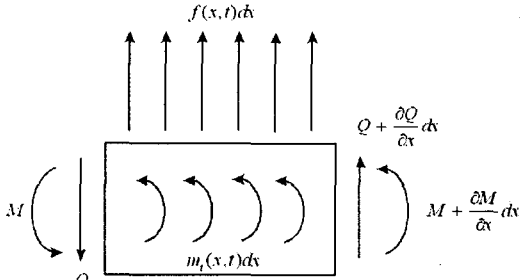


Fig. 1 Beam Element with Applied Forces and Moments

여기서 M 은 굽힘 모멘트, Q 는 전단력, $f(x,t)$ 는 분포 하중, $m_i(x,t)$ 는 분포 모멘트이다. 이 자유 물체도에 대해 뉴턴 제이법칙을 적용하여 힘의 평형과 모멘트 평형을 고려하면 다음과 같은 식이 유도된다.

$$\left[Q + \frac{\partial Q}{\partial x} dx \right] - Q + f dx = \bar{m} dx \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \left[M + \frac{\partial M}{\partial x} dx \right] - M + m_i dx \\ + \left[Q + \frac{\partial Q}{\partial x} dx \right] dx + f dx \frac{dx}{2} = 0 \end{aligned} \quad (2)$$

여기서 \bar{m} 는 단위 길이당 질량을 나타내며, w 는 보의 변위를 나타낸다. 식 (1)로부터 다음과 같은 식이 유도된다.

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + f = \bar{m} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (3)$$

또한 식 (2)로부터 다음식이 유도된다.

$$\frac{\partial M}{\partial x} + m_i + Q = 0 \quad (4)$$

모멘트와 보의 변위와의 관계식은 다음 식으로 표현된다.

$$M = EI \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (5)$$

여기서 E 는 Young 의 계수이며, I 는 단면 이차 모멘트를 나타낸다. 식 (3), (4)와 (5)를 이용하면 다음과 같은 운동방정식이 유도된다.

$$-\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EI \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) - \frac{\partial m_i}{\partial x} + f = \bar{m} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (6)$$

본 연구에서는 이론의 전개를 위해 균일 보를 고려하고 외력이 작용하지 않는 경우를 고려하였다. 이 경우 운동방정식은 다음과 같다.

$$\bar{m} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} = -\frac{\partial m_i}{\partial x} \quad (7)$$

고유치 문제를 풀어 고유 벡터를 구하면 보의 변위를 이 고유벡터와 일반좌표계의 합으로 이루어진 급수전개로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$w = \sum_{i=1}^n \phi_i q_i \quad (8)$$

식 (8)을 식 (7)에 대입하면 다음과 같다.

$$\sum_{i=1}^n \bar{m} \phi_i \ddot{q}_i + \sum_{i=1}^n EI \frac{\partial^4 \phi_i}{\partial x^4} q_i = -\frac{\partial m_i}{\partial x}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (9)$$

이 식에 ϕ_j 를 곱하면 길이에 대해 적분을 수행하면 다음과 같은 식이 유도된다.

$$\sum_{i=1}^n \bar{m} \int_0^L \phi_j \phi_i dx \ddot{q}_i + \sum_{i=1}^n EI \int_0^L \frac{d^4 \phi_i}{dx^4} \phi_j dx q_i = -\int_0^L \frac{\partial m_i}{\partial x} \phi_j dx \quad (10)$$

여기서 L 은 보의 길이이다. 고유벡터의 직교성과 경계조건을 고려하면 식 (10)은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$m \ddot{q}_i + EI \frac{\lambda_i^4}{L^3} q_i = \int_0^L \frac{d \phi_i}{dx} m_i(x,t) dx \quad (11)$$

여기서 $m = \bar{m} L$ 은 보의 질량이다. 이 식을 다시 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\ddot{q}_i + \omega_i^2 q_i = P_i \quad (12)$$

여기서

$$P_i = \frac{1}{m} \int_0^L \frac{\partial \phi_i}{\partial x} m_i(x,t) dx \quad (13)$$

이며 $\omega_i^2 = EI \lambda_i^4 / mL^3$ 이다. 식 (12)를 풀기 위해서는 다음과 같은 초기 조건이 필요하다.

$$q_i(0) = \frac{1}{L} \int_0^L \phi_i w(x,0) dx \quad (14)$$

$$\dot{q}_i(0) = \frac{1}{L} \int_0^L \phi_i \dot{w}(x,0) dx \quad (15)$$

3. 보에 부착된 압전 작동기와 감지기

한 개의 압전 작동기가 보에 부착된 경우 압전 작

동기의 시작과 끝에 크기가 같고 방향이 반대인 모멘트, 즉 Couple 이 작용하는 것으로 가정할 수 있다. 이 가정을 사용하는 경우 식 (12)의 외부에서 작용하는 모멘트는 다음과 같은 표현식을 갖는다.

$$m_i(x, t) = \frac{E_p d_{31} b_{ps} t_b}{2} [\delta(x - (\xi_p + \ell_p)) - \delta(x - \xi_p)] \quad (16)$$

여기서 E_p 는 압전판의 Young 의 상수, d_{31} 는 압전 상수, b_{ps} 는 압전작동기 판의 넓이, t_b 는 보의 두께를 각각 나타낸다. 그리고 ξ_p 는 압전작동기의 시작점, ℓ_p 는 압전작동기의 길이를 나타낸다. 식 (16)을 식 (13)에 대입하면 일반력에 대해 다음과 같은 결과가 유도된다.

$$P_i = \frac{E_p d_{31} b_{ps} t_b}{2m} \left[\left. \frac{d\phi_1}{dx} \right|_{x=\xi_p + \ell_p} - \left. \frac{d\phi_1}{dx} \right|_{x=\xi_p} \right] \quad (17)$$

따라서 모달 좌표계에 근거한 운동 방정식은 다음과 같은 행렬식으로 표현될 수 있다.

$$\ddot{q} + \Lambda q = B_a v_a \quad (18)$$

여기서

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \omega_1^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \omega_2^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \omega_n^2 \end{bmatrix} \quad (19a)$$

$$B_a = \frac{E_p d_{31} b_{ps} t_b}{2m} \begin{bmatrix} \phi_1(\xi_p + \ell_p) - \phi_1(\xi_p) \\ \phi_2(\xi_p + \ell_p) - \phi_2(\xi_p) \\ \vdots \\ \phi_n(\xi_p + \ell_p) - \phi_n(\xi_p) \end{bmatrix} \quad (19b)$$

$$= b_a \bar{\Phi}_a^T$$

압전 감지기는 전하앰프와 연결되어 표현되는데 압전 작동기 식과 유사한 형태로 표현되는데 변위에 대해 전압이 출력되는 형태를 가진다.

$$v_s = \frac{E_p d_{31} t_b b_{ps}}{2C_f} \sum_{i=1}^n \left\{ \left. \frac{\partial \phi_i}{\partial x} \right|_{x=\xi_s + \ell_s} - \left. \frac{\partial \phi_i}{\partial x} \right|_{x=\xi_s} \right\} q_i \quad (20)$$

여기서 b_{ps} 는 압전감지기 판의 넓이, C_f 는 전하앰프의 축전지값을 나타낸다. 식 (20)은 다음과 같이 간단하게 표현할 수 있다.

$$v_s = C_s q \quad (21)$$

여기서

$$C_s = \frac{E_p d_{31} b_{ps} t_b}{2C_f} [\phi_1(\xi_p + \ell_p) - \phi_1(\xi_p) \\ \phi_2(\xi_p + \ell_p) - \phi_2(\xi_p) \dots \phi_n(\xi_p + \ell_p) - \phi_n(\xi_p)] \quad (22)$$

$$= c_s \bar{\Phi}_s$$

식 (18), (19), (21)과 (22)를 이용하면 각각의 모달 좌표계에 대해서 다음과 같이 운동방정식과 감지기 방정식을 표현할 수 있다.

$$\ddot{q}_i + \omega_i^2 q_i = b_a \bar{\Phi}_{ai} v_a \quad (23)$$

$$v_s = \sum_{i=1}^n c_s \bar{\Phi}_{si} q_i \quad (24)$$

4. PPF 제어기의 설계

각각의 모달 좌표계에 대한 PPF 제어기는 다음과 같이 표현된다.

$$\ddot{Q}_i + 2\zeta_f \omega_i \dot{Q}_i + \omega_i^2 Q_i = g_i \omega_i^2 q_i \quad (25)$$

여기서 ζ_f 는 PPF 제어기의 감쇠계수이며 g_i 는 이득이다. 이와 같은 PPF 제어기를 적용하기 위해서는 다음과 같은 두 개의 가정이 필요하다.

$$b_a \bar{\Phi}_{ai} v_a = \omega_i^2 Q_i \quad (26)$$

$$q_i = v_s / c_s \bar{\Phi}_{si} \quad (27)$$

식 (26)은 각각의 모달 제어력에 대응하는 압전 작동기 전압이 있음을 의미한다. 각각의 모달 제어력에 대한 것이기 때문에 여러 개의 모달제어력을 고려한다면 이를 모두 합해야 한다. 식 (27)은 각각의 모달 좌표가 한 개의 압전감지기로 부터 추출이 가능하다는 것을 의미한다. PPF 제어기 자체가 저주파수통과 필터이기 때문에 실제로 이와 같은 가정은 타당성을 가진다고 말할 수 있다. 식 (25), (26)과 (27)을 이용하면 다음과 같은 식이 유도된다.

$$v_a = \frac{\omega_i^2}{b_a \bar{\Phi}_{ai}} Q_i = \frac{\omega_i^2}{b_a \bar{\Phi}_{ai}} \frac{g_i \omega_i^2}{(s^2 + 2\zeta_f \omega_i s + \omega_i^2)} \frac{v_s}{c_s \bar{\Phi}_{si}}$$

$$= \frac{g_i \omega_i^4}{b_a c_s \bar{\Phi}_{ai} \bar{\Phi}_{si}} \frac{1}{(s^2 + 2\zeta_f \omega_i s + \omega_i^2)} v_s \quad (28)$$

위에서 설명한 바와 같이 여러 개의 모드를 고려한다면 개별적인 제어 전압은 모두 합쳐야 한다 따라서 실제 제어 전압은 다음과 같은 표현식을 가지게 된다.

$$v_a = \frac{1}{b_a c_s} \sum_{i=1}^n \left(\frac{g_i \omega_i^4}{\bar{\Phi}_{ai} \bar{\Phi}_{si}} \right) \frac{1}{s^2 + 2\zeta_f \omega_i s + \omega_i^2} v_s \quad (29)$$

식 (29)에서 가장 큰 영향을 주는 요소는 $\bar{\Phi}_m, \bar{\Phi}_n$ 이다. 이들은 각각 (19)와 (22)에서 보이듯이 각 모드의 변형각으로 부터 계산되는 값이다. 따라서 여러 개의 모드를 처리하기 위해서는 이 값이 최대화되어야 한다. 최대화되는 경우에 이 모드를 제어하는 제어 전압이 최소화되어 가장 효율적으로 그 모드를 제어할 수 있게 된다. 변형각의 차이가 최대화되는 것은 변위의 이차 미분이 최대가 되는 점이다. 제어 대상 모드의 이차 미분을 구하면 압전 작동기의 최적 위치를 결정할 수 있다.

5. 결론

본 연구에서는 한 개의 압전작동기와 감지기를 가지고 여러 개의 진동 모드를 제어하는 방법을 소개하였다. 먼저 균일보를 대상으로 압전작동기가 포함된 경우에 대한 운동방정식을 유도하였고, 이 운동방정식에 대한 감지기 방정식을 유도하였다. 이론 모델은 각각의 모달 좌표에 대한 운동방정식으로 귀결되며 이에 대한 양변위되먹임 제어기를 설계하는 방법과 이를 다시 통합하는 방법을 토의하였다. 이론 연구를 통해 압전 작동기와 감지기가 제어 성능에 미치는 영향을 조사하였다. 진동 제어가 효과적으로 이루어지기 위해서는 압전 작동기와 감지기의 위치가 변형각의 차, 즉 변위의 이차 미분이 최대가 되는 위치에 부착해야 함을 입증하였다. 본 연구에서 제안한 새로운 PPF 제어기가 지능구조물의 능동진동제어에 효과적으로 사용될 수 있을 것으로 예상된다. 차후 실험으로 이와 같은 이론 결과를 입증할 예정이다.

후 기

본 연구는 국방과학연구소가 지원하는 수중운동체 특화 연구센터의 수중/구조진동 연구실 지원으로 이루어졌다. 관계자 여러분께 감사드립니다.

참고문헌

(1) Crawley, E.F. and de Luis, J., "Use of Piezoelectric Actuators as Elements of Intelligent Structures", AIAA Journal, Vol. 25, No. 10, 1987, pp. 1373-1385.
 (2) Crawley, E.F. and Anderson, E.H., "Detailed Models of Piezoceramic Actuation of Beams", Journal of Intelligent Material Systems and Structures, Vol. 1, No. 1, 1990, pp. 4-25.

(3) Hanagud, S., Obal, M.W., and Calise, A.J., "Optimal Vibration Control by the Use of Piezoceramic Sensors and Actuators", Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 15, No. 5, 1992, pp. 1199-1206.

(4) Fanson, J. L. and Caughey, T. T., "Positive Position Feedback Control for Large Space Structures," AIAA Journal, Vol. 28, No. 4, April 1990, pp. 717-724.

(5) Poh, S. and Baz, A., "Active Control of a Flexible Structure Using a Modal Positive Position Feedback Controller", Journal of Intelligent Material Systems and Structures, Vol. 1, 1990.

(6) Meirovitch, L. and Baruh, H, "Control of Self-Adjoint Distributed-Parameter Systems", Journal of Guidance and Control, Vol. 5, 1982, pp. 60-66.

(7) Friswell, M.I. and Inman, D.J., "The Relationship between Positive Position Feedback and Output Feedback Controllers", Smart Materials and Structures, Vol. 8, 1999, pp. 285-291.

(8) 광문규, 한상보, 허석, "양변위 되먹임 제어기의 안정성, 제어 성능 및 설계 방법", 한국소음진동공학회 논문집, 제 14 권 제 3 호, 2004, pp. 208-213

(9) Denoyer, K.K. and Kwak, M.K., "Dynamic Modeling and Vibration Suppression of a Slewing Active Structure Utilizing Piezoceramic Sensors and Actuators", Journal of Sound and Vibration, Vol. 189, No. 1, Jan. 1996, pp. 13-31.

(10) M. K. Kwak and D. Sciulli, "Fuzzy-Logic Based Vibration Suppression Control Experiments on Active Structures", Journal of Sound and Vibration, Vol. 191 No. 1, March 1996, pp. 15-28.

(11) Hwang, W.-S., Park, H.C., and Hwang, W., "Vibration Control of a Laminated Plate with Piezoelectric Sensor/Actuator: Finite Element Formulation and Modal Analysis", Journal of Intelligent Material Systems and Structures, Vol. 4, 1993, pp. 317-329.

(12) 허석, 김기영, 광문규, "아날로그 회로와 마이크로 프로세서를 이용한 PPF 제어기의 구현", 한국소음진동공학회 논문집, 제 14 권 제 6 호, 2004, pp. 455-462.

(13) 광문규, "지능구조물의 능동진동제어를 위한 PPF 제어기와 수정 LQG 제어기의 비교 연구", 한국소음진동공학회지, 제 8 권, 제 6 호, 1998년, pp 1121-1129.