

움직이는 감쇠제어기를 이용한 능동진동제어 Active Vibration Suppression Using Sweeping Damping Controller

배병찬*·곽문규†·이명일**
Byung-Chan Bae, Moon K. Kwak, Myungil Lee

Key Words : Active Vibration Control(능동진동제어), 감쇠제어기(Damping Controller), 스위핑제어(Sweeping Control)

ABSTRACT

This paper is concerned with the sweeping damping controller for beam. The active damping characteristics can be enhanced by moving the damper along the longitudinal axis. In this paper, the equation of motion for a beam including a sweeping damping controller is derived and its stability is proved by using Lyapunov stability theorem. It is found from theoretical study that the sweeping damping controller can enhance the active damping characteristics, so that a single damper can suppress all the vibration modes of the beam. To demonstrate the concept of the sweeping damping control, the eddy current damper was applied to a cantilever, where the eddy current damping can move along the axis. The experimental result shows that the sweeping eddy current damper is an effective device for vibration suppression.

1. 서론

최근에 구조물의 진동 억제를 위해서 수동적인 방법과 능동적인 진동제어 방법이 시도되고 있다. 수동 진동 제어 장치 중 별도의 부가 전자 장비가 필요 없는 댐퍼로는 와전류를 이용한 댐퍼가 있다. 영구자적으로 이루어진 와전류 댐퍼를 알루미늄과 같이 전도성 구조물에 근접시키면 와전류로 인해 감쇠 효과가 발생한다. 감쇠 효과는 와전류 댐퍼가 놓여진 부위의 속도에 비례하며 크기는 영구 자석에 의해 발생하는 와전류의 크기에 비례한다. 이런 형태의 댐퍼는 진동책에서 볼 수 있는 점성 댐퍼와 동등한 형태로 모델링이 가능하다. 점성감쇠기(Viscous Damper)에 대해서는 Inman[1]과 Meirovitch[2]의 책에 잘 설명이 되어 있다. 이와 같이 구조물의 한 지점에 감쇠력을 발생시키는 장치를 보와 같이 연속적인 구조물에 적용시키면 감쇠 효과가 위치에 따라 변하게 된다.

본 연구에서는 한 지점에 작용하는 감쇠 제어기를 움직임으로써 보의 모든 진동 모드를 제어하는 방법을 개발하였다. 감쇠 제어기를 움직이는 기법을 본 연구에서는 Sweeping Controller 라고 칭했으며 이를 통해 새로운 형태의 능동진동제어 개념을 도입하고자 한다. 이를 위해 본 연구에서는 먼저

Euler-Bernoulli 보를 고려하고 이 보에 점 댐퍼를 위치하여 이 댐퍼가 전체 시스템의 진동 특성에 미치는 영향을 조사하였다. 운동 방정식을 살펴보면 모달 좌표를 근거로 했을 경우에도 감쇠항이 전부 연성된 형태로 나타나는 것을 확인할 수 있다. 따라서 연속계에 이산화된 댐퍼가 부착되어 있을 경우를 해석하는 것은 이론적으로 용이한 일은 아니다.

본 연구에서는 보와 같은 연속계에 이산화된 댐퍼가 부착되어 있는 경우의 안정성 문제를 Lyapunov 안정성 이론을 이용해 증명하였다. 따라서 연속계에 이산화 댐퍼가 부착된 시스템은 안정이라고 말할 수 있다. 본 연구에서 제안한 개념인 움직이는 댐퍼의 경우에도 시스템은 안정이다. 더 나아가서 한 지점에 고정된 댐퍼보다 움직이는 댐퍼가 모든 진동 모드를 제어할 수 있음을 알 수 있다. 한 지점에 고정된 댐퍼는 만일 그 지점이 진동 모드의 절점일 경우에 그 모드를 제어할 수 없는 단점을 가지고 있다. 그러나 댐퍼를 움직임으로써 이런 가능성을 배제할 수 있다.

본 연구에서는 자석에 의해 발생하는 와전류(Eddy Current)(3)가 기계적인 감쇠 효과로 전환되는 메커니즘에 근거한 와전류 감쇠기(ECD)를 감쇠 제어기로 이용하였다. 와전류 감쇠기는 비접촉이며 수명이 반 영구적이라는 장점을 가지고 있다. 영구 자석을 보 구조물의 표면을 따라 움직이면서 이론적으로 제안한 움직이는 감쇠 제어기를 구현하였다. 실험 결과는 이동하는 와전류 감쇠기가 진동 제어에 매우 효과적임을 보여주고 있다.

† 책임저자; 동국대학교 기계공학과 교수, 정회원
E-mail : kwakm@dongguk.edu
Tel : (02) 2260-3705, Fax : (02) 2263-9379

* 동국대학교 기계공학과 석사과정

** 동국대학교 기계공학과 석사과정

2. 문제의 정식화

본 연구에서 고려한 Euler-Bernoulli 보의 운동 방정식은 다음과 같다.

$$\bar{m} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EI \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) = f \quad (1)$$

여기서 \bar{m} 는 보의 단위 길이당 질량이며, EI 는 보의 강성, f 는 보에 작용하는 외력을 나타낸다. 본 연구에서는 균일보를 대상으로 문제를 정식화하고자 한다. 만일 보가 균일하다면 주어진 경계 조건에 대해 고유벡터를 구할 수 있다. 이 경우 변위를 고유벡터와 일반좌표를 이용해 급수 전개로 표현하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$w = \sum_{i=1}^n \phi_i q_i \quad (2)$$

식 (2)를 식(1)에 대입하고 경계조건을 이용하고 적분을 수행하면 다음과 같은 모달 방정식이 유도된다.

$$\ddot{q}_i + \omega_i^2 q_i = Q_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3)$$

여기서

$$Q_i = \frac{1}{m} \int_0^L \phi_i f dx \quad (4)$$

여기서 L 은 보의 길이를 나타내며 $m = \bar{m}L$ 은 보의 전체 질량을 나타낸다. 만일 균일보의 임의의 지점, x_0 에 그 지점에서의 변위 속도에 비례하는 점성 감쇠제어기가 놓여있다고 가정하면 감쇠 제어력은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} f(x, t) &= -c\delta(x - x_0)\dot{w}(x, t) \\ &= -c \sum_{j=1}^n \phi_j \dot{q}_j \delta(x - x_0) \end{aligned} \quad (5)$$

여기서 c 는 점성감쇠계수이다. 식 (5)를 식 (4)에 대입하면 다음과 같은 일반력 표현식이 유도된다.

$$\begin{aligned} Q_i &= \frac{1}{m} \int_0^L \phi_i \left(-c \sum_{j=1}^n \phi_j \dot{q}_j \right) \delta(x - x_0) dx \\ &= -\frac{c}{m} \sum_{j=1}^n \phi_i(x_0) \phi_j(x_0) \dot{q}_j \end{aligned} \quad (6)$$

식 (6)을 식 (3)에 대입하면 최종적인 운동방정식이 다음과 같이 유도된다.

$$\ddot{q} + C\dot{q} + \Lambda q = 0 \quad (7)$$

여기서

$$C = \frac{c}{m} \begin{bmatrix} \phi_1^2 & \phi_1 \phi_2 & \dots & \phi_1 \phi_n \\ \phi_2 \phi_1 & \phi_2^2 & \dots & \phi_2 \phi_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_n \phi_1 & \phi_n \phi_2 & \dots & \phi_n^2 \end{bmatrix} \quad (8)$$

는 감쇠 행렬을 나타낸다. 감쇠행렬의 형태로부터 알 수 있듯이 감쇠 행렬은 모든 항이 연성되는 형태로 나타난다. 이것은 구조물의 진동 해석에 있어 감쇠 행렬을 대각선 행렬로 가정하는 것과 배치된다. 게다가 감쇠제어기가 움직인다면 시간에 따라 이 행렬의 성질이 변하게 된다. 식 (7)에 필요한 초기 조건은 다음과 같다.

$$q_i(0) = \frac{1}{L} \int_0^L \phi_i w(x, 0) dx \quad (9)$$

$$\dot{q}_i(0) = \frac{1}{L} \int_0^L \phi_i \dot{w}(x, 0) dx$$

수치 계산을 수행하기 전에 식 (1)과 (5)로 주어진 시스템의 안정성 문제를 Lyapunov 안정성 이론을 적용해 증명해 보자. Lyapunov 함수를 다음과 같이 운동에너지와 탄성에너지의 합으로 표현해 보자. 이 경우 Lyapunov 함수는 에너지의 특성상 항상 영보다 큰 값을 가지게 된다.

$$L = \frac{1}{2} \int_0^L \bar{m} \dot{w}^2 dx + \frac{1}{2} EI \int_0^L \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 dx \quad (10)$$

이 함수를 시간에 대해 미분해 보면 다음과 같은 결과가 유도된다.

$$\begin{aligned} \dot{L} &= \int_0^L \left[\dot{w}(\bar{m} \dot{w}) + EI \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \left(\frac{\partial^2 \dot{w}}{\partial x^2} \right) \right] dx \\ &= \int_0^L \dot{w} \left[\bar{m} \dot{w} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EI \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \right] dx \\ &= \int_0^L \dot{w} [-c\delta(x - x_0)\dot{w}] dx \\ &= -c [\dot{w}(x_0, t)]^2 \leq 0 \end{aligned} \quad (11)$$

따라서 시스템은 감쇠 제어기의 위치 x_0 에 상관없이 Lyapunov 안정임을 알 수 있다. 이 말은 보와 같은 연속계의 한 지점에 점성 감쇠기를 부착하였을 경우 시스템이 안정이라는 말과 동일하다. 식 (11)의 결과에서 x_0 의 위치가 중요함을 알 수 있는데 만일 감쇠기가 놓여진 위치에서 속도가 0이 된다면 감쇠 효과는 없게 된다. 진동에 있어서 그런 경우는 감쇠기가 진동 모드의 절점에 놓일 경우이다.

3. 일정속도로 움직이는 감쇠제어기

균일한 외팔보를 따라 고정단으로부터 균일한 속도로 움직이는 감쇠제어기를 고려해 보자. 수치 계산을 위해서는 외팔보의 고유벡터 표현식이 필요하다. 외팔보의 고유벡터는 다음식과 같다.

$$\phi_r(x) = \cosh \frac{\lambda_r x}{L} - \cos \frac{\lambda_r x}{L} - \sigma_r \left(\sinh \frac{\lambda_r x}{L} - \sin \frac{\lambda_r x}{L} \right) \quad (12)$$

여기서

$$\lambda_r = 1.87510407, 4.69409113, 7.85475744, 10.99554073, 14.13716839, (2i-1)\pi/2; i > 5$$

$$\sigma_r = \frac{\sinh \lambda_r - \sin \lambda_r}{\cosh \lambda_r + \cos \lambda_r} \quad (13a,b)$$

초기 조건으로는 정지 상태에 있는 보의 자유단에 충격을 가한 것으로 가정하였다. 이 경우에 식 (9)로 나타난 초기조건은 다음과 같다.

$$q_r(0) = 0, \dot{q}_r(0) = \frac{v_0}{L} \phi_r(L) \quad (14)$$

먼저 두 번째 모드의 절점에 감쇠제어기가 붙어있는 경우를 고려해보자. 이 경우에 두 번째 모드가 제어가 되지 않으리라는 것을 우리는 쉽게 알 수 있다. 예상한 바대로 다음 그림은 두 번째 모드가 제어되지 않음을 보여준다.

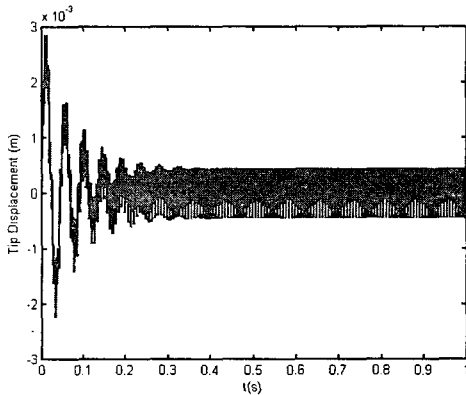


Fig. 1 Time History of Tip Displacement via Fixed Damping Controller

이번에는 감쇠 제어기가 고정단에서부터 일정속도로 움직여 자유단까지 가는 경우를 고려해보자. 다음 그림은 감쇠제어기가 1 초 동안 움직여 갔을 경우의 시간 응답을 보여준다. 그림에서 알 수 있듯이 감쇠 제어기가 이동하는 경우에는 모든

모드가 제어 됨을 알 수 있다.

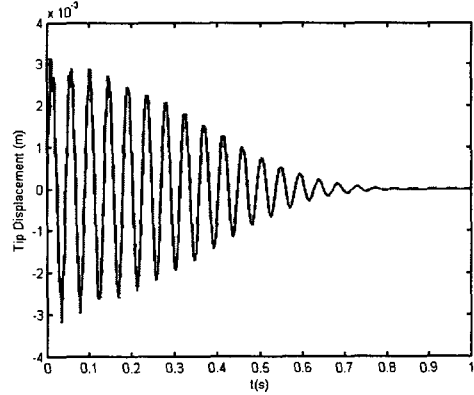


Fig. 2 Time History of Tip Displacement via Moving Damping Controller

4. 이동 와전류 감쇠기를 이용한 실험

영구 자석을 이용한 와전류 감쇠기는 비접촉 감쇠기로서 그 효율성이 증명되었다[***]. 이 와전류 감쇠기를 이용해 이동 감쇠 제어기가 보의 진동에 미치는 영향을 조사해 보았다. 다음 그림은 실험 장치를 보여주고 있다.

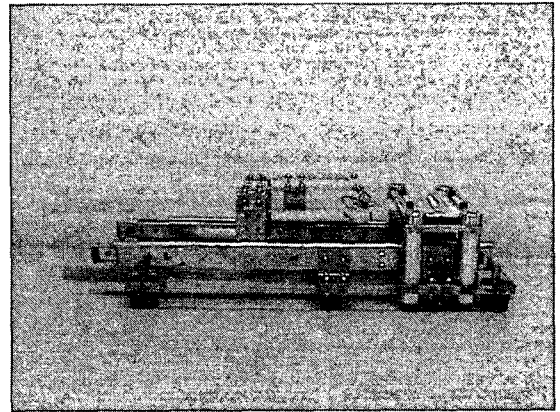


Fig. 3 Experimental Setup for Moving Eddy Current Damper

다음 그림에 보이는 것처럼 영구 자석을 알루미늄 보위에 놓으면 와전류가 발생해 한점에 작용하는 감쇠 제어가 이루어진다.

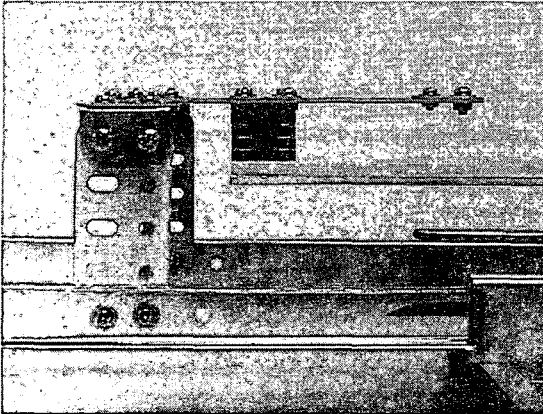


Fig. 4 Permanent Magnet as a Damper

실험 장치의 제약으로 인해 다음 그림에 보이는 것처럼 와전류 감쇠기는 자유단까지 움직일 수 없게 되어 있다.



Fig. 5 Schematics of Experimental Setup

감쇠 제어기는 실험에서 손으로 움직여졌다. 다음 그림은 제어기를 움직이지 않았을 경우와 움직였을 경우의 센서 응답을 보여주고 있다. 그림에서 알 수 있듯이 이동 감쇠제어기가 움직이면서 진동 억제 효과가 효과적으로 이루어짐을 알 수 있다.

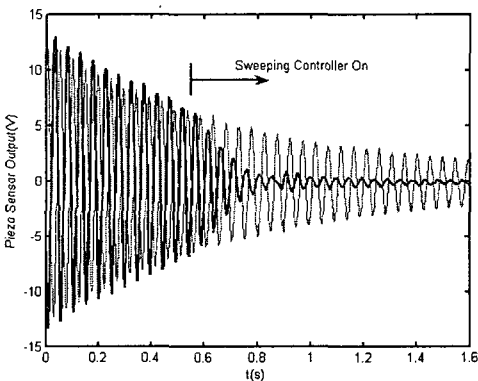


Fig. 6 Time History of Sensor Output

5. 결론

본 연구에서는 보와 같은 연속체의 능동진동제어를 위해 한 지점에 작용하는 점성 감쇠기를 이동함으로써 감쇠 효과를 증대시키는 방법을 개발하였다. 이를 위해 보의 한 지점에 부착된 점성 감쇠기를 고려하여 운동 방정식을 유도하고 이 운동 방정식의 특성을 토의하였다. 가장 중요한 문제인 안정성 문제를 Lyapunov의 안정성 이론을 이용해 증명하였는데 보 구조물에 이산화된 감쇠기가 부착되었을 경우 안정임을 증명하였다. 또한 이산화된 감쇠기가 이동하는 경우에도 시스템이 안정임을 입증하였다. 모든 진동 모드에 대해 효과적이기 위해서는 부착된 지점의 속도가 0이 되면 곤란함을 보여주었으며, 따라서 점성 감쇠기가 진동 모드의 절점에 위치하면 진동 억제 효과가 없음을 설명하였다.

이론 모델을 근거로 수치 해석을 수행하여 한 지점에 고정된 점성 감쇠기와 이동하는 점성 감쇠기의 진동 억제 효과를 조사하였다. 수치 해석 결과 한 지점에 고정된 점성 감쇠기는 한정된 진동 모드에 대해 효과적인 반면에 이동하는 점성 감쇠기는 모든 모드에 대해 효과적임을 알 수 있었다.

본 연구에서 개발한 이론을 실험을 입증하기 위해 와전류 감쇠기를 이용해 실험 장치를 구성하였다. 실험에서 와전류 감쇠기를 알루미늄 보의 표면을 따라 이동함으로써 진동 억제를 이룩할 수 있음을 입증하였다. 따라서 본 연구에서 개발한 이동하는 감쇠 제어기는 진동 제어에 효과적이라고 말할 수 있다.

참고문헌

- (1) Inman, D. J., Engineering Vibration, Prentice-Hall, 1994.
- (2) Meirovitch, L. Elements of Vibration Analysis, 2nd. Ed., McGraw-Hill, 1996.
- (3) 한경희, 서보 구동 시스템에 적합한 와전류 제동기의 특성해석, 석사논문, 동국대 전기공학과, 2002.