

## 유리분수함수 근사법에 기반한 풍하중을 받는 구조물의 동특성 추정

Modal Parameter Estimations of Wind-Excited Structures  
based on a Rational Polynomial Approximation Method

김상범† · 이완수\* · 윤정방\*\*

Saang Bum Kim, Wan-Soo Lee and Chung-Bang Yun

**Key Words :** Modal parameter estimation (동특성 추정), Wind response analysis (풍응답 해석), MIMO system identification (다자유도 시스템 동정), Rational polynomial transfer function (유리분수 전달함수).

### ABSTRACT

This paper presents a rational polynomial approximation method to estimate modal parameters of wind excited structures using incomplete noisy measurements of structural responses and partial measurements of wind velocities only. A stochastic model of the excitation wind force acting on the structure is estimated from partial measurements of wind velocities. Then the transfer functions of the structure are approximated as rational polynomial functions. From the poles and zeros of the estimated rational polynomial functions, the modal parameters, such as natural frequencies, damping ratios, and mode shapes are extracted. Since the frequency characteristics of wind forces acting on structures can be assumed as a smooth Gaussian process especially around the natural frequencies of the structures according to the central limit theorem (Brillinger, 1969; Yaglom, 1987), the estimated modal parameters are robust and reliable with respect to the assumed stochastic input models. To verify the proposed method, the modal parameters of a TV transmission tower excited by gust wind are estimated. Comparison study with the results of other researchers shows the efficacy of the suggested method.

### 1. 서 론

고강도 경량 재료의 개발과 구조해석기술의 발전에 따라 장대교량이나, 고층건물과 같은 장대 유연 구조물의 건설이 증가하고 있으며, 이를 구조물의 다양한 진동현상에 대한 연구가 많이 진행되고 있다. 최근에는 초고층 빌딩이나 장대교량에 계측 시스템을 설치하여, 측정된 구조물의 응답으로부터 구조물의 동특성을 추정하고, 이로부터 구조물의 건전성을 모니터링하며, 과도한 진동에 의한 사용성 및 안정성을 저하를 방지하기 위한 제진/방진 체계를 구축하고, 나아가 적절한 보수/보강을 할 수 있는 스마트 시스템을 구축하려는 시도도 이루어지고 있다. 이를 위해 계측된 신호로부터 구조물의 특성을 알아 낼 수 있는 System Identification 기법이 중요한 역할을 담당하고 있다.

바람, 지진, 파랑과 같은 외부환경하중 및 교통, 장비하중 등에 의한 구조물의 진동에 있어서, 구조물에 작용하는 가진력을 측정하는 것은, 구조물의 응답을 측정하는 것에 비해 매우 어렵다. 계측된

응답만으로 구조물의 동특성을 추정하기 위해, 주로 단자유도 구조계에 적용되어온 Random Decrement Method 나, 다자유도 구조물에 적용되어 온 NeXT-ERA Method 등과 같은 기법들이 연구, 개발되어져 왔다.

이 논문에서는, 거스트 바람에 의한 베페팅 진동을 하는 구조물을 대상으로, 풍하중의 추계론적 모형과 바람의 제한된 계측을 추가로 고려함으로써, 기존의 구조응답만을 사용한 기법들에 비해, 보다 정확하고 정밀하게 구조물의 동특성 추정을 할 수 있는 기법을 제시하고자 한다. 또한 300m 높이의 TV 송신탑의 동특성 추정에 대한 모의실험을 수행함으로써, 제안된 기법의 적용성을 검증한다.

### 2. Modeling of TV Transmission Tower

이 논문의 대상 구조물은 풍하중을 받는 310.1m 높이의 TV 송신탑이며, 운동방정식은 다음과 같다.

$$\mathbf{M}_s \ddot{\mathbf{y}}_s(t) + \mathbf{C}_s \dot{\mathbf{y}}_s(t) + \mathbf{K}_s \mathbf{y}_s(t) = \Gamma_{sf} f_s(t) \quad (1)$$

고유치 해석을 통해 얻어진 구조물의 동특성을 다음의 표와 그림에 나타내었다. 대상구조물은 12 층에 전망대가 설치되어 있으며, TV 송신을 위한 송신탑 상부는 매우 유연한 구조로 되어 있다.

† 김상범: 삼성물산 건설부문

E-mail : saangkim@gmail.com

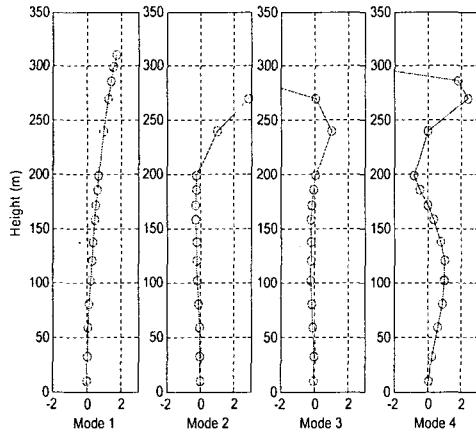
Tel : (02) 2145-6483, Fax : (02) 2145-6500

\* 삼성물산 건설부문

\*\* 한국과학기술원

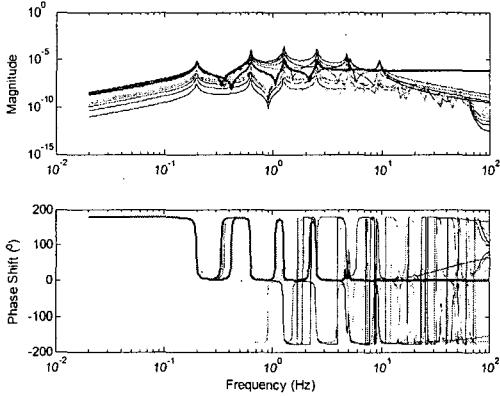
**Table 1 Modal Parameters of the TV Transmission Tower**

	1st	2nd	3rd	4 <sup>th</sup>	5 <sup>th</sup>
Natural Frequency (Hz)	1.2434	3.9149	7.8821	11.4837	15.7488
Damped Natural Frequency (Hz)	1.2433	3.9148	7.8819	11.4836	15.7480
Damping Ratio	0.0166	0.0068	0.0063	0.0050	0.0100

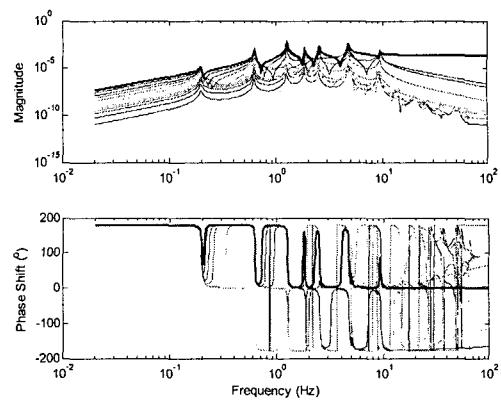


**Fig. 1 Mode Shapes of the TV Transmission Tower**

거스트 바람에 의한 구조물의 버페팅응답의 전달함수를 다음 그림에 나타내었다.



**(a) 12<sup>th</sup> Story (240.4m)**



**(b) 16<sup>th</sup> Story (310.1m)**

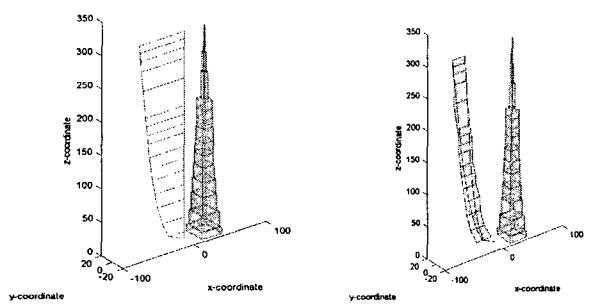
**Fig. 2 Frequency Response Functions of the Buffeting Displacements from the Gust Wind Excitations**

구조물에 작용하는 거스트 바람은, 다음과 같이 Vaicaitis 에 의해 제안된 추계론적 모형을 따르는 것으로 가정하였다.

$$S_{u_{w\mu}}(\omega) = \frac{4z_0 u_{w\mu}^2 N}{2\pi n f (1+N^2)^{5/6}} \exp\left(-\frac{c_1 |f| |\Delta z|}{u_{w\mu}}\right) \quad (2)$$

$$N = \frac{1700f}{u_{w\mu}}$$

다음의 그림에 높이에 대한 평균풍속과 변동풍속의 변화를 나타내었다.



**(a) Mean Velocity**

**(b) Fluctuation Velocity**

Spectral Representation Method 에 의해 생성된 풍하중의 시간이력과 Power Spectral Density 를 다음 그림에 보이었다.

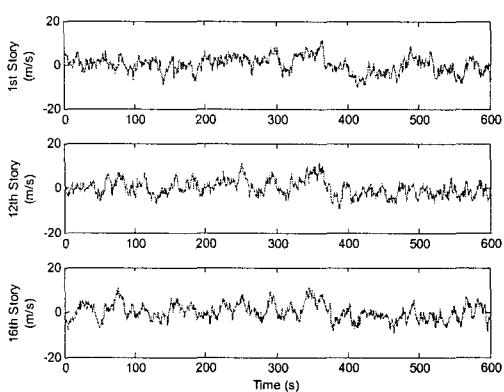
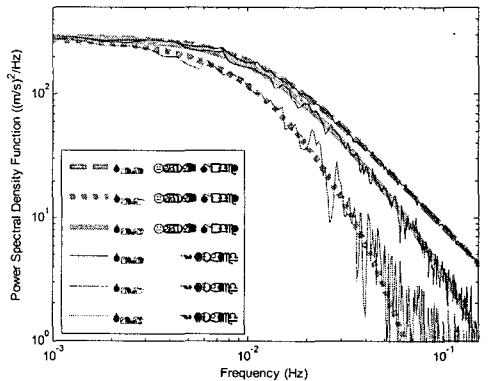
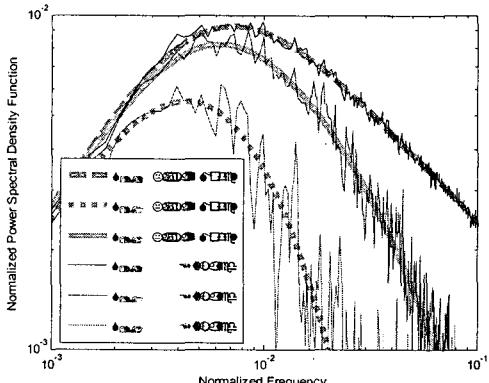


Fig. 4 Time History of Simulated Wind Velocity



(a) Physical Coordinate



(b) Monin Coordinate

Fig. 5 Estimated Cross Power Spectral Densities of Simulated Wind Velocity

### 3. Modal Parameter Estimation

구조물에 작용하는 풍하중의 추계론적 모형은 다음과 같다.

$$S_{f_w}(\omega) = (\rho_{air} C_d A_x u_{w\mu}) S_{f_w}(\omega) (\rho_{air} C_d A_x u_{w\mu})^T \quad (3)$$

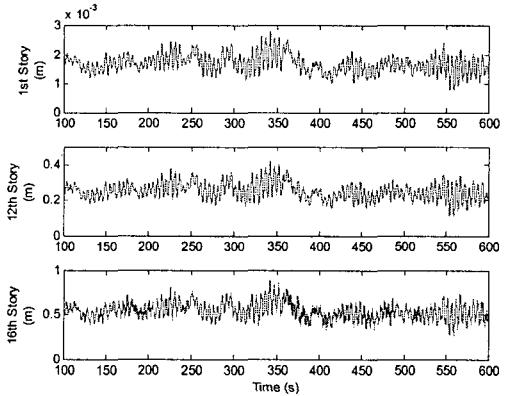
거스트 바람의 제한된 계측으로부터 구조물에 작용되는 풍하중에 대한 위의 추계론적 모형을 추정할 수 있다.

또한, 계측된 구조물의 응답으로부터 구한 Power Spectral Density Function 과 위에서 추정된 풍하중의 Power Spectral Density Function로부터 구조물의 전달함수를 추정할 수 있다.

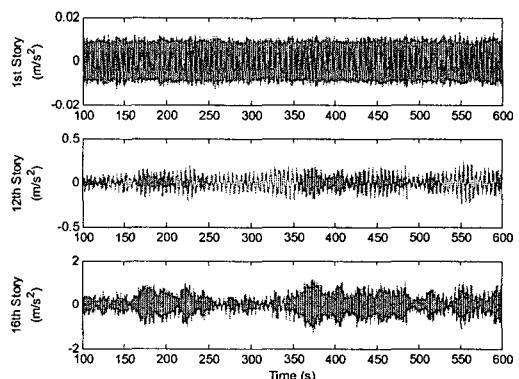
$$\begin{aligned} S_{y_f}(\omega) &= H_{yf} S_{f_w}(\omega) H_{yf}^T \\ &= \Phi_{yf} \Lambda_{yf} \Phi_{yf}^T S_{f_w}(\omega) \Phi_{yf} \Lambda_{yf}^T \Phi_{yf}^T \end{aligned} \quad (4)$$

위의 관계식은 전달함수행렬에 대한 2 차 방정식이다. 이 방정식을 풀으로써, 구조물의 전달함수를 추정할 수 있다. 추정된 전달함수는 Kim 등에 의해 개발된 프로그램, mfdid 를 사용하여 유리분수함수로 모형화할 수 있으며, 이로부터 모달계수를 추정할 수 있다.

다음의 그림에 구조물의 변위응답과 추정에 사용된 가속도 응답을 보이었다.



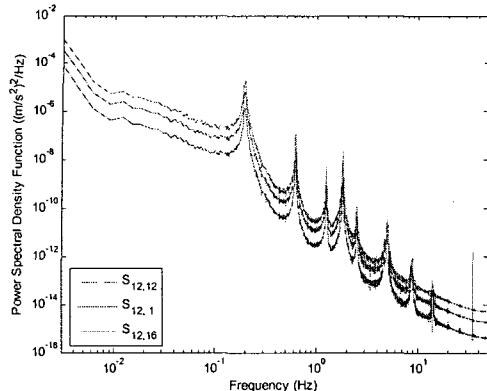
(a) Displacement Response



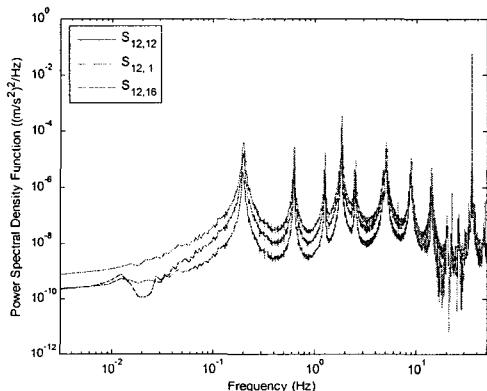
(b) Acceleration Response

Fig. 6 Time History of the Buffeting Responses

다음 그림은 계측된 신호로부터 구한 구조물 응답의 Power Spectral Density 이다.



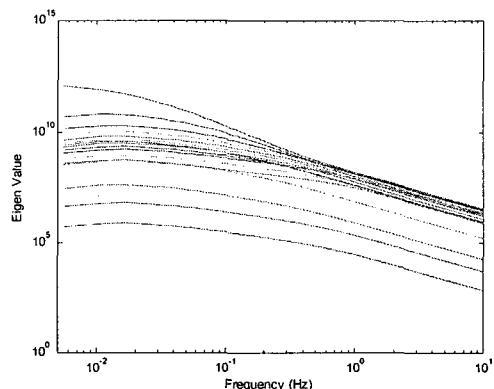
(a) Displacement Response



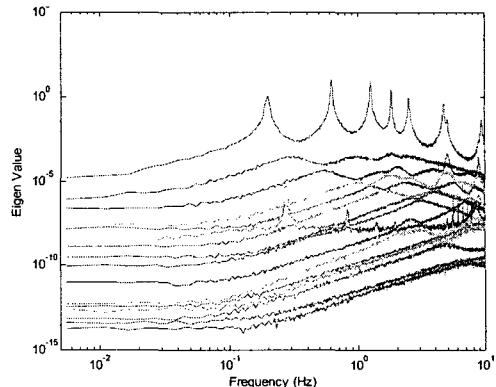
(b) Acceleration Response

Fig. 7 Power Spectral Density Functions of the Buffeting Responses

거스트 풍하중과 버페팅 응답의 고유치의 주파수 응답을 다음 그림에 보이었다.



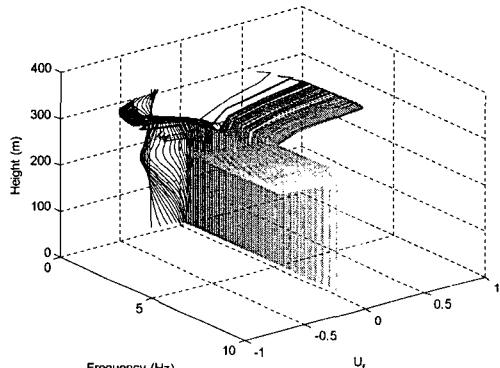
(a) Excitation Wind Force



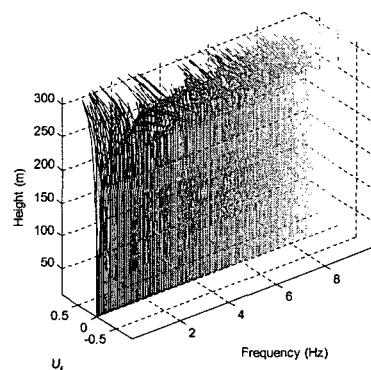
(b) Measured Structural Response

Fig. 8 Eigen Value Plot for Power Spectral Density Function

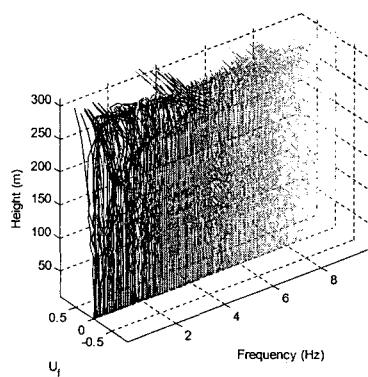
Right Singular Vector 와 Singular Value Plot 은 다음과 같다.



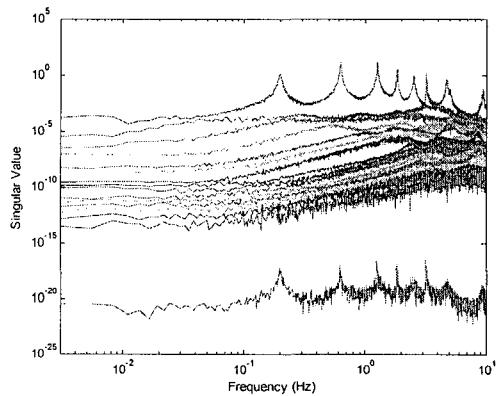
(a) Right Singular Vector for Excitation Wind Force



(b) Right Singular Vector of Structural Response for 1<sup>st</sup> Mode

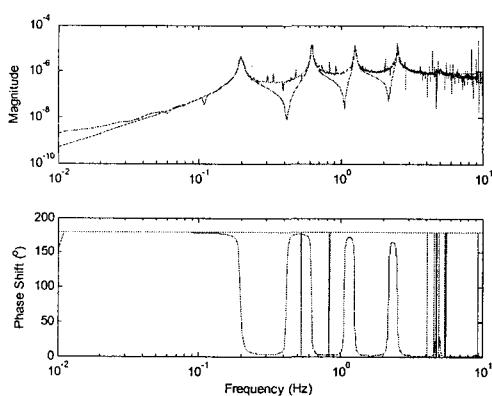


(c) Right Singular Vector of Structural Response for 2<sup>nd</sup> Mode

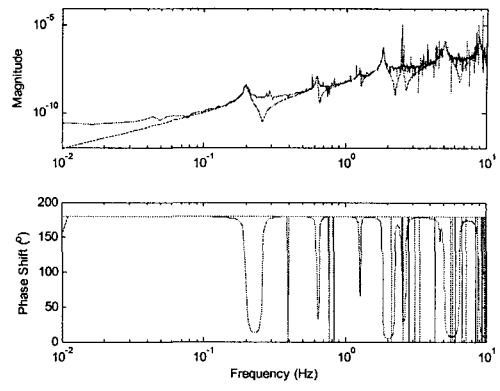


(d) Singular Value Plot for Structural Response  
Fig. 9 Singular Value Analysis

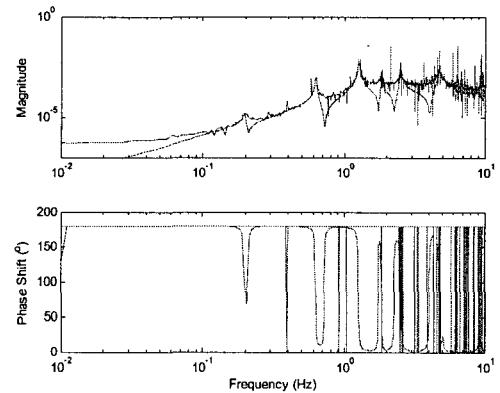
논문에서 제안된 기법을 사용하여 추정된 전달함수를 다음에 보이었다.



(a) 12<sup>th</sup> Story (240.4m)



(b) 1<sup>st</sup> Story (10.1m)



(c) 16<sup>th</sup> Story (310.1m)

Fig. 10 Estimated Frequency Response Functions

#### 4. 결 론

입력하중의 제한된 정보를 추가로 고려한, 풍하중을 받는 구조물의 동특성 추정기법에 대하여 연구하였다. 제안된 기법을 버페팅 진동을 하는 TV 송신탑에 적용하였으며, 이로부터 제안된 기법이 풍하중을 받는 구조물의 동특성을 추정하는데 효과적으로 사용될 수 있음을 확인하였다.

#### 후 기

이 연구는 삼성물산 건설부문의 후원으로 수행되었습니다. 관계자 여러분께 감사 드립니다.

#### 참 고 문 헌

- (1) Brillinger, D. R., 1969, Asymptotic Properties of Spectral Estimates of Second Order, Biometrika, 56(2), pp. 375-390.
- (2) Yaglom, A. M., 1987, Correlation Theory of Stationary

- and Related Random Functions, Springer, New York.
- (3) Deodatis, G., 1996, Simulation of Ergodic Multi-variate Stochastic Processes, *Journal of Engineering Mechanics*, 122(8), pp. 778-787.
- (4) Feng, M. Q., Kim, J-M. and Xue, H., 1998, Identification of a dynamic system using ambient vibration measurements, *Journal of Applied Mechanics*, ASME, Vol. 65, No. 4, pp. 1010-1021.
- (5) Hong, K. S. and Yun, C. B., 1993, Improved Method for Frequency Domain Identifications of Structures, *Engineering Structures*, 15(3), pp. 179-188.
- (6) Kim, S. B., Spencer, B. F. Jr., and Yun, C.-B., 2005, Frequency Domain Identification of MIMO Systems Considering Physical Relationships between Measured Variables, *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, Vol. 131, No. 5, pp. 461-472.
- (7) Kollár, I., 1993, On Frequency Domain Identification of Linear Systems, *IEEE Trans Instrumentation and Measurement*, 42(1), 2-6.
- (8) Reinhorn, A. M., Soong, T. T., and Cao, H., 1995, Preliminary Evaluation of Wind Induced Response of Nanjing Tower, Department of Civil Engineering, SUNY Buffalo, NY.
- (9) Simiu, E., Scanlan, R. H., 1996, Wind Effects on Structures, Wiley Interscience.
- (10) Schoukens J., and Pintelon, R., 1991, Identification of Linear Systems: a Practical Guideline to Accurate Modeling, London, Pergamon Press.
- (11) Schoukens J., Pintelon, R., and Rolain, Y., 1999, Study of Conditional ML Estimators in Time and Frequency-Domain System Identification, *Automatica*, 35, 91-100.