

파수 영역에서 지향성 구조-음향 연성 방사체 설계

Design of Directional Structural-Acoustic Coupled Radiator in Wave Number Domain

서희선*·김양한**

Hee-Seon Seo and Yang-Hann Kim

Key Words : Structural-acoustic Coupling(구조-음향 연성), Spatial Fourier Transform(공간 푸리에 변환), Optimal Design(최적설계)

ABSTRACT

A design procedure using spatial Fourier transform is presented for a structural-acoustic coupled radiator that can emit sound in the desired direction with high power and low side lobe level. The design procedure consists of three steps. Firstly, the structural-acoustic coupled radiator is chosen to obtain strong coupling between structural vibration and acoustic pressure. The radiator is composed by two spaces which are separated by a wall. Spaces can be categorized as reverberant finite space and unbounded semi-infinite space, and the wall are composed of two plates and an opening. The velocities on the wall are predicted. Secondly, directivity and energy distribution of radiator are predicted in wave number domain using spatial Fourier transform. Finally, optimal design variables are calculated using a dual optimal algorithm. Its computational example is presented including the directivity and resulting pressure distribution using proposed procedure.

1. 서론

구조-음향 연성현상 즉, 구조물의 진동과 음장 사이의 물리적 관계를 이해하고 이를 이용하여 소음제어를 하거나, 효율적인 방사체를 만들기 위해서 Sum 등⁽¹⁾과 Seo 와 Kim⁽²⁾의 논문에 기술된 바와 같이 많은 선행 연구가 수행되었다. 최근에는 보다 일반적인 구조-음향 문제를 설명하기 위해 Kim 과 Kim^(3,4)이 두 개의 서로 다른 형태의 경계를 갖는 입구가 있는 2 차원 박막-공동 연성계에 대해 홀로그래피 방법을 이용한 실험결과와 모드 해석 방법을 이용한 해석결과를 발표하였다. 또한, Seo 와 Kim^(5,6)은 경계 값의 변화에 따른 연성 현상의 변화에 대한 고찰과 다양한 경계의 형상에 따른 내부 음장 및 외부 음장의 특성을 발표하였다. 하지만 이러한 연구는 소음제어에 주요 목적을 두고 있으므로 약한 연성에 대한 접근이 주로 이루어 졌으며, 연성 현상을 효과적으로 활용하는 연구는 부족하였다. 이러한 연성현상을 적극적으로 이용하는 대표적인 예로서 평판의 진동과 공동의 연성을 이용하는 기타와 같은 악기에서 찾아볼 수 있다.

최근에 Seo 와 Kim^(2,7)이 방사체 설계에 관한 연구를 발표하였다. 하지만 콘볼루션 적분을 이용하여 외부 음장의 방사 파워와 빔 패턴을 구하고 이로부터 목적함수를 계산함으로써 최적화 과정에 많은 시간이 소요되었다. 본 연구는 보다 효율적

으로 목적함수를 계산하기 위해 공간 영역에서 콘볼루션 적분하지 않고 경계에서 계산된 속도를 공간 푸리에 변환 (spatial Fourier transform)하여 파수 영역으로 변환한 후, 파수 영역에서 최적화를 수행하는 방법을 제안하였다. 먼저, 이 연구에서 취급하고자 하는 문제의 형태 즉, 문제 정의를 살펴보고, 파수 영역에서 방사 패턴을 얻을 수 있는 방법에 대해 알아본다. 다음으로 이를 이용하여 최적화 설계 예제를 제시하고 결론을 도출한다.

2. 문제 정의 및 수식화

2.1 문제정의

반사가 큰 음향학적으로 유한한 크기를 가지는 공간과 반 무한 공간이 입구 또는 유연 구조물을 통하여 서로 물리량을 주고 받는 일반적인 연성 현상을 모두 포함하는 Fig. 1 과 같은 연성계에서 강한 연성현상을 이용하여, 원하는 형태의 지향성 방사패턴을 설계할 수 있으면 보다 일반적인 형태의 구조-음향 연성계를 이용하여 다양한 형태의 방사패턴을 갖는 방사체를 설계할 수 있을 것이다. 직사각 형태의 공동이 반 무한 공간의 강체 배플에 설치되어 있고, 단순화를 위하여 물리적 현상이 y 방향에 대해 독립이라 가정하였다. 공동의 규격과 경계조건은 참고문헌 2 과 동일하다. 설계 변수로는 연성 구조물의 강성을 변화시킬 수 있는 평판의 두께, 입구를 통한 압력에 의한 상호작용과 구조물의 연성에 의해서 발생하는 체적에 의한 상호작용의 비를 조절하기 위한 입구의 크기 및 가진하는 음원의 주파수를 변경 가능한 설계인자로 두었다.

* 정회원, 국방과학연구소 2 체계 수중음향센서연구실

E-mail : hsseo@add.re.kr

Tel : (055) 540-6081, Fax : (055) 542-3737

** 정회원, 한국과학기술원 기계공학과 교수

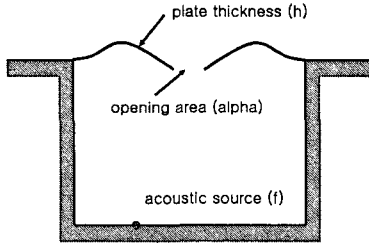


Fig. 1 The mathematical model of coupling system.

2.2 지배방정식과 경계조건

공동 내/외부의 음압에 대한 지배방정식은 조화함수의 형태를 가정하면, 2 차원 동차 파동방정식으로 표현할 수 있다. 그리고 유연한 구조물은 내/외부에 존재하는 압력의 차를 외력으로 한 1 차원 비 동차 파동방정식으로 표현할 수 있다. 한편, 음원이 있는 바닥 면의 경계조건은 오일러 방정식을 이용하여 표현할 수 있고, 공동 내부에서는 x 축에 수직한 벽면에서 음압의 공간 미분이 0 이 되는 경계조건, 입구에서의 압력과 속도에 대한 연속 조건, 구조물의 속도는 공동 내/외부 유체의 입자 속도와 같아야 하는 경계조건을 적용할 수 있다. 이로부터 필요한 지배 방정식과 경계 조건을 모두 수학적으로 표현할 수 있고, 이에 대해서는 참고문헌[2-4]에 자세히 기술되어 있다.

주어진 지배방정식과 경계조건을 이용하여 공동의 입구에서 속도를 얻기 위해 연성 문제에서 잘 정립된 이론 중 하나인 모드 함수의 합을 이용하는 방법을 적용할 수 있다. 한편, 외부음장은 유연한 구조물과 입구에 의해 연성되어 있으므로 구조물의 법선 방향 속도와 공동 내/외부의 입자 속도, 입구에서의 음압 및 입자 속도 연속 조건을 동시에 고려하여야 한다. 여기서 외부음장은 $z = 0$ 위치에 가상의 음원이 강제 배플에 놓여있는 경우로 생각할 수 있으며, 이는 키르호프-헬름홀츠(Kirchhoff-Helmholtz) 적분방정식을 이용하여 표현할 수 있다.

유연한 구조물과 입구의 음압 분포를 모드 조합으로 표현할 수 있다고 가정하고, 모드조합으로 표현된 경계조건을 이용하여 모드 계수를 구하여 내/외부 음장 및 구조물의 변위 또는 속도를 구하는 방법은 참고문헌[8-10]에 잘 기술되어 있다. 여기서 참고문헌과 다른 것은 외부 음장을 구하기 위해 콘볼루션 적분하지 않고 유한한 개수의 모드를 이용하여 공동의 경계에서 속도를 구하고, 이를 공간 푸리에 변환하여 최적화하거나 전방예측(forward prediction)을 하는데 있다.

3. 파수 영역에서 최적설계 및 고찰

3.1 파수 영역에서 방사 패턴 계산

파수 영역에서 방사 패턴을 얻을 수 있는 방법에 대해 알아보자. 외부 음장은 조화함수를 가정한 레일리 적분식(Rayleigh integral equation)을 이용하여 계산할 수 있다. 원점에서 속도 v 를 갖는 음원의 위치 r' 를 $(x', y', 0)$ 로 표현하고, 관측점의 위치 r 를 (x, y, z) 로 두면, 레일리 적분식은

$$p(r, y, z) = \frac{-j\rho_0ck}{2\pi} \iint_S v(x', y', 0) \frac{e^{jk|r-r'|}}{|r-r'|} dx' dy' \quad (1)$$

로 표현된다. 여기서 방사패턴은 원거리에서 음원의 특성을 표현하는 지표이므로 원거리 근사를 할 수 있다. 여기에 x, y, z 좌표를 r, θ, ϕ 좌표계로 변환하면, 식(1)은

$$p(r, \theta, \phi) = -j\rho_0ck \frac{e^{jkr}}{2\pi} \iint_S v(x', y', 0) e^{-j(k_x x' + k_y y')} dx' dy' \quad (2)$$

로 표현되고, 속도를 공간 푸리에 변환하여

$$p(r, \theta, \phi) = -j\rho_0ck \frac{e^{jkr}}{2\pi r} V(k_x, k_y, 0) = \frac{e^{jkr}}{r} D(\theta, \phi) \quad (3)$$

로 표현할 수 있다. 여기서 $D(\theta, \phi)$ 는 방향에 따른 특성을 표현하므로 방향성 함수(directionality function)라 한다.

가장 간단한 경우로 각 변의 길이가 L 인 정사각 평면이 1의 속도를 갖는 경우에 대한 단면적, x 방향 길이가 L 이고 1의 속도를 갖는 음원을 생각하자. 이때 방향성 함수는 $\text{sinc}(k_x L/2)$ 의 형태를 가질 것이다. 이를 그림으로 표현하면 Fig. 2와 같다. 여기서 관심 있는 주파수를 선정하면 그에 따른 파수가 결정되고, 이 파수에 해당하는 원(3차원인 경우 구)을 선택하면 원 내부에 포함되는 파수 성분은 원거리 음장으로 방사되는 성분(radiation component)이고, 원에 포함되지 않는 파수 성분은 음원의 근처에서 지수함수적으로 감소하는 감쇠파(evanescent wave)가 된다. 이 원을 방사 원(radiation circle)이라 하고, 3차원의 경우에는 Ewald 구(Ewald sphere)라 한다. 여기서 Ewald 구는 광학에서 처음 사용된 것으로 방사 면에서의 속도를 공간 푸리에 변환하여 구한 값을 구의 표면에 투영하여 공간상에서 형성되는 방사 패턴을 얻을 수 있는 구이다[8].

방사 원을 결정하는 파수(k)와 방사 원 내에 있는 파수(k_x)는 공간에서의 방향(θ)에 대하여

$$\sin \theta = \frac{k_x}{k} \quad (4)$$

의 기하학적 관계를 갖는다. 따라서 이 관계를 이용하면 파수 영역에서 얻어진 방향성 함수의 스펙

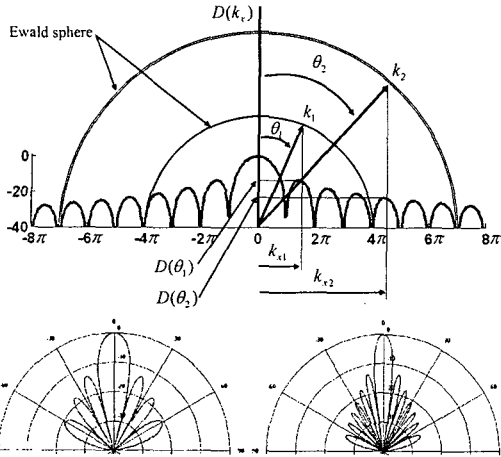


Fig. 2 Geometric interpretation of the Ewald sphere construction: (a) geometric relation between the Ewald sphere and wavenumber spectrum; (b) directivity pattern for $k_x L/2 = 4\pi$; (c) directivity pattern for $k_x L/2 = 7\pi$.

트럼을 이용하여 실제 공간 상에서의 방사 패턴을 얻을 수 있다. 예를 들어 Fig.2(a)에서 방사 원을 결정하는 파수를 $k_x L/2$ 의 4π 배 즉, k_1 으로 선정하면 Fig.2(b)의 방사패턴을 얻을 수 있으며, 7π 배 또는 k_2 로 결정하면 Fig.2(c)의 방사패턴을 얻을 수 있다. 알려진 바와 같이 유한한 크기의 일정한 속도를 가지는 단면에서 방사되는 음장의 경우는 주파수가 높아지면 지향성이 커지고 많은 개수의 부엽 발생하는 것을 볼 수 있다.

3.2 파수 영역 최적설계 해석 예제

Ewald 구를 이용하여 방사 패턴을 얻을 수 있으므로 구조-음향 연성 현상을 이용하여 방사체를 설계하기 위한 새로운 최적화 방법을 생각할 수 있다. 제한하는 방법은 3 단계의 절차를 거치는데 첫째로, 모드 함수의 합을 이용한 해석 방법을 사용하여 구조-음향 연성에 의해 발생하는 경계에서의 속도를 구한다. 둘째로, 계산된 경계에서의 속도를 공간 푸리에 변환하여 파수 영역으로 변환한 후, 파수 영역에서의 값을 Ewald 구를 이용하여 방사 패턴을 얻어 목적함수의 값을 계산한다. 이 과정을 반복하여 목적함수를 최소화(또는 최대화)하는 최적화된 변수를 얻을 수 있다. 마지막으로 최적화된 결과 즉, 최적 설계 변수를 대입하여 전 방향 예측(forward prediction)을 함으로써 반 무한 공간의 음장을 예측하고, 음장 정보를 살펴볼 수 있다.

이 방법은 최적화 과정에서 반복하여 계산되

는 목적함수의 계산을 푸리에 변환을 하여 파수 영역으로 해석 영역을 변환하여 수행함으로써 컨볼루션 적분을 이용하여 목적함수를 계산하는 방법에 비하여 계산 시간을 단축할 수 있어 효율적으로 구조-음향 연성 현상을 이용한 방사체 설계를 할 수 있다.

해석 예제를 통하여 제안된 방법의 유용성을 고찰하여보자. 참고문헌 2 와 같은 평판의 두께와 입구의 넓이를 선택하고 초기 주파수로 다섯 번째 공동-우세 모드에 해당하는 값으로 선택하면 Fig.3 과 같이 입구에서의 z 방향 속도를 얻을 수 있다. 이를 공간 푸리에 변환을 하여 파수 영역에서 관찰하면 Fig.4 와 같은 결과를 얻는다. 이 과정에서 공간상의 유한한 음원의 크기는 파수 영역에서의 파수 분해능과 관련되고, 공간 엘리어싱(aliasing)에 의한 오차 및 계산 분해능의 저하를 가져온다. 이것과 관련하여서는 Williams 와 Maynard⁽⁹⁾가 그 개선 방향을 제시하였고, 대표적으로는 크기가 '0'인 가상 음원을 더해(zero padding) 주어 원하는 분해능을 얻을 수 있다. 여기서 가진 주파수는 2530Hz 이므로 파수는 46.35 에 해당한다. 파수로 변환된 속도 성분 중에서 이보다 작은 값의 파수 성분은 원거리로 방사하게 되고 큰 값의 파수 성분은 음원의 근처에서 지수 함수적으로 감소하게 되어 방사 음장에 영향을 주지 못한다. Ewald 구의 개념을 이용하여 공간상의 빔 패턴을 구하고, 부엽 준위를 가능한 작게 하는 것이 첫 번째 목적함수가 된다.

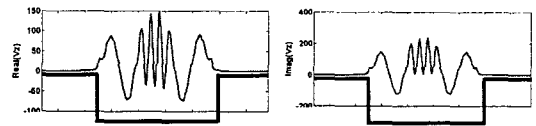


Fig. 3 Velocity distribution of normal component on the boundary: (a) real; (b) imaginary.

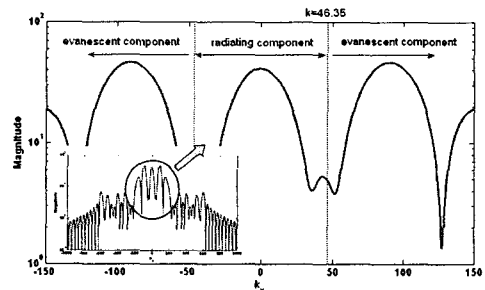


Fig. 4 Wave number spectrum of the initial value at the fifth cavity-dominated mode.

두 번째 목적함수로는 방사되는 파워의 크기를 키우기 위하여 원거리 음장으로 방사되는 성분인 방사원 내의 모든 파수 성분에서의 속도 스펙트럼 크기의 합을 최대화 하는 것이다. 따라서 두 가지 목적을 동시에 이루기 위해서는 다목적 함수를 선택하여야 한다. 대표적으로 가중치 방법을 이용하여 최적 해를 구하였다.

Fig.5 는 최적 설계된 방사체의 속도를 공간 푸리에 변환하여 보인 것이다. Fig.6 은 최적화된 방사 패턴과 초기 방사 패턴을 빔 패턴의 표현에 많이 사용되는 극좌표 형식으로 비교한 것이다. 부엽준위 측면에서 많은 설계 개선이 빠른 계산을 통하여 이루어 졌음을 확인 할 수 있다. Fig.7 은 전방 예측 기법을 이용하여 계산한 최적 설계 음장 분포를 그린 것이다. 부엽준위가 개선되고 최대 방사 파워의 경우 1.51 배 증가하여, 두 가지 목적을 동시에 만족하는 설계 개선이 제안된 방법을 이용하여 효율적으로 이루어 질 수 있음을 확인할 수 있다.

4. 결론

구조-음향 연성 현상을 이용하여 지향성 방사 패턴을 갖는 방사체를 설계하기 위해 파수 영역에서 목적함수를 빠르게 계산할 수 있는 방법을 제시하고 이에 대한 해석 예제를 보여 이 연구에서

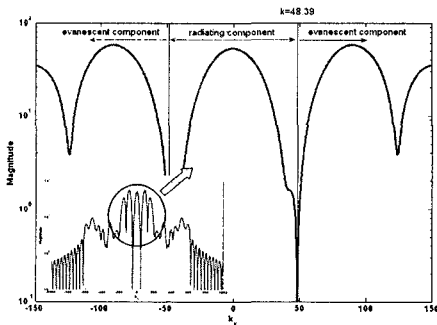


Fig. 5 Wave number spectrum of the optimized system.

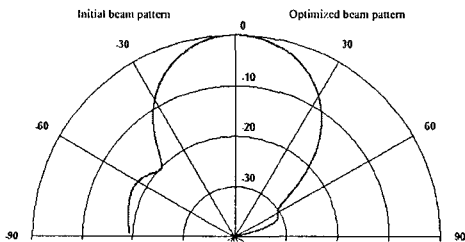


Fig. 6 Comparison between optimized and initial directivity pattern.

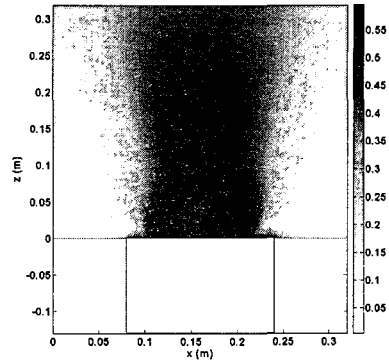


Fig. 7 Optimized pressure distribution in the radiation field.

제시한 최적설계 방법이 효과적으로 적용 가능함을 보였다. 이 연구에서 제시한 방법을 이용하면 구조물의 공간 분포에 따라 달라지는 외부 음장의 형태 즉, 원하는 형태의 방사패턴을 갖고 방사 파워를 최대화하는 구조-음향 연성 현상을 이용한 방사체를 효과적으로 설계할 수 있을 것이다.

참고문헌

- (1) K. S. Sum and J. Pan, "An analytical model for bandlimited response of acoustic-structural coupled systems. I. Direct sound field excitation," *J. Acous. Soc. Am.*, **103**(2), 911-923 (1999).
- (2) H.-S. Seo and Y.-H. Kim, "Directional radiation pattern in structural-acoustic coupled system," *J. Acous. Soc. Am.*, **118**(1), 92-103 (2005).
- (3) S.-M. Kim and Y.-H. Kim, 2001, "Structural-acoustic coupling in a partially opened plate-cavity system: Experimental observation by using nearfield acoustic holography," *J. Acous. Soc. Am.*, Vol. 109, No. 1, pp. 65-74.
- (4) S.-M. Kim and Y.-H. Kim, 2002, "Solution of coupled acoustic problems: a partially opened cavity coupled with a membrane and a semi-infinite exterior field," *J. Sound Vib.*, vol. 254, No. 2, pp. 231-244.
- (5) 서희선, 김양한, 2004, "구조-음향 연성계의 경계값 변화에 따른 방사음 변화," *한국소음진동공학회지*, 14 권 7 호, pp. 604-611
- (6) 서희선, 김양한, 2004, "다양한 경계 형상에 따른 구조-음향 연성계의 음향특성," *한국소음진동공학회지*, 14 권 8 호, pp. 718-725.
- (7) H.-S. Seo and Y.-H. Kim, 2004, "Transmission from reverberant field to unbounded space," *Proceedings of the ICA2004 Conference*, pp. 937-940.
- (8) E. G. Williams, *Fourier Acoustics: sound radiation and nearfield acoustical holography*, (Academic Press, 1999), Ch 2. Plane Waves.
- (9) E. G. Williams and J. D. Maynard, "Numerical evaluation of the Rayleigh integral for planar radiators using the FFT," *J. Acous. Soc. Am.*, **72**(6), 2020-2030 (1983).