

원심 펌프의 설계를 위한 비속도에 따른 무차원 설계 변수의 설계 범위에 관한 연구

박무룡* · 오재민** · 유일수*

Investigation on the Feasible Range of Design Variables Versus Specific Speed for Centrifugal Pumps

Moo Ryong Park*, Jae Min Oh**, Il Su Yoo*

Key Words : Centrifugal pump(원심펌프), Single stage(단단), Optimum design(최적설계), Specific speed(비속도)

ABSTRACT

The feasible range of design variables for centrifugal pumps have been investigated. The present study has suggested a searching procedure to find the feasible ranges using only non-dimensional parameters. The results in the typical specific speed region and the low specific speed region have been presented.

1. 서론

원심펌프의 기초설계는 주로 일차원 유동 및 손실 모델에 기반하여 이루어진다. 요구되는 유량, 펌프 회전수 그리고 수두에 대해서 기하학적 형상을 최적화하는 방식이 많이 사용되고 연구되어 왔다^{1,2}.

최근 낮은 비속도 영역에 대해서 종래의 용적형 펌프를 대신해 원심형 펌프를 사용하려는 시도가 늘고 있다. 이는 용적형 펌프의 단점인 소음, 진동 등의 문제를 해결하는 동시에 소형화 및 고속화에 원심형 펌프가 적합하기 때문이다.

낮은 비속도 영역에서 원심형 펌프의 기초설계를 수행할 때, 종래의 기하학적 변수의 최적화를 통한 설계는 설계점 탐색에 많은 어려움이 따른다. 이는 일반적으로 제안된 설계 변수와 유동 변수의 설계 영역이³

낮은 비속도 영역에 대한 설계점 탐색에 적절치 못함으로써 발생한다. 또한, 손실 모델의 복잡한 식들은 설계 변수 및 유동 변수에 따라 계산 오류를 발생시키기도 한다.

본 연구에서는 비속도에 대한 기하학적 변수 및 유동 변수의 설계 가능 영역에 대해 알아보하고자 한다. 특히, 낮은 비속도 영역에 대한 조사에 중점을 두었다. 이를 위해 무차원 변수를 이용한 설계 방법을 만들었으며, 이를 이용해 확산계수 및 확산률의 제한 조건에 기초하여 설계 및 유동 변수의 설계 가능영역에 대한 탐색을 수행하였다.

2. 설계가능영역 이론

2.1 무차원 변수의 정의

입구측 유동의 회전방향 속도는 없다고 가정하였다. 이때, Euler 수두 방정식은 다음과 같다.

* 한국기계연구원

** 한국과학기술원

E-mail : mrpark@kimm.re.kr

$$gH = U_2 V_{2u} \quad (1)$$

본 연구에서 사용된 무차원 변수의 정의는 다음과 같다.

$$\phi = Q / (\omega D_2^3) \quad (2)$$

$$\psi = gH / U_2^2 = \eta_h \lambda U_2^2 / U_2^2 = \eta_h \lambda \quad (3)$$

$$\lambda = V_{2u} / U_2 \quad (4)$$

$$\eta_h = \omega \sqrt{Q} / (gH)^{3/4} = (8\phi)^{1/2} / \psi^{3/4} \quad (5)$$

$$= (8\phi)^{1/2} / (\tau_h^{3/4} \lambda^{3/4})$$

위에서부터 차례대로, 유량계수, 수두계수, 일계수 그리고 비속도를 나타낸다. 여기서 일계수는 출구측 속도삼각형을 결정하는 중요한 변수로써, 임펠러가 작동유체로 전달하는 에너지 양의 척도로써 의미를 가진다. 정해진 회전수와 펌프의 크기(지름)에서 유체로 전달할 수 있는 최대 일의 양을 나타낸다.

펌프의 기하학적 길이는 임펠러 출구측 지름, 그리고 속도는 임펠러 출구 측 날개 회전속도에 대해서 무차원화 하였다.

$$d_{1t} = \frac{D_{1t}}{D_2} \quad (6)$$

$$v = \frac{V}{U_2}, w = \frac{W}{U_2} \quad (7)$$

$$X = \frac{d_{1h}}{d_{1t}} \quad (8)$$

2.2 설계 조건

Euler 수두방정식을 입구와 출구 속도 삼각형 관계로부터 변환한 다음의 식으로부터 원심형 펌프 내부에서의 에너지 전달 방식을 알 수 있다.

$$w = \frac{U_2^2 - U_1^2}{2} + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + \frac{W_1^2 - W_2^2}{2} \quad (9)$$

첫 번째항은 원심력에 의한 수두 상승과 연결된다. 두 번째 항은 유체의 동압력 상승을 의미한다. 세 번

째 항은 유체의 상대속도의 확산에 의한 압력 상승의 의미를 가진다. 동압력 상승은 펌프에서 일종의 손실로 간주할 수 있고, 원심력에 의한 수두 상승과 상대속도의 확산에 의한 수두 상승은 바람직한 에너지 전달 방식이라 할 수 있다.

이 때, 상대속도의 과도한 확산은 펌프내에서 유동의 박리를 일으키게 된다. 따라서, 적절한 제한 조건을 가해주어야 한다. 본 연구에서는 다음의 식으로 정의되는 확산률이 1.4를 넘지 않아야 한다는 조건⁴을 사용하였다.

$$D_R = \frac{W_{1t}}{W_2} < 1.4 \quad (10)$$

위 식은 확산률이 가질 수 있는 최대값의 범위를 한정해준다. 하지만, 확산률의 최소값에 대해서는 마땅한 기준이 제시된 바 없다. 확산률이 작아진다는 것은 임펠러 날개깃 사이의 유동이 디퓨저유동에서 노즐 유동처럼 거동한다는 것을 의미하고, 확산에 의한 바람직한 정압 상승이 어려워진다는 것을 뜻한다. 따라서 확산률이 가질 수 있는 적절한 최소값을 제시할 필요성이 생긴다.

본 연구에서는 확산률이 가질 수 있는 최소값을 확산계수를 이용하여 설정하였다. 확산계수는 날개부하손실⁵을 예측하는 데 필요한 값이다. 날개부하손실은 역압력 구배하에서 날개의 경계층 성장에 의한 운동량 손실에 관계되어 있고 또한 임펠러 내의 박리나 2차유동과도 관련되어 있다. 확산계수는 다음의 식과 같다.

$$D_j = 1 - \frac{1}{D_R} + \frac{0.75\lambda}{D_R \left[\frac{Z}{\pi} (1 - d_{1t}) + 2d_{1t} \right]} \quad (11)$$

확산률의 최소값을 설정하기 위해 확산계수는 양의 값을 가져야 한다는 조건을 사용하기로 한다. 이는 임펠러 날개깃 사이의 유동이 역압력 구배를 받는 디퓨저 유동처럼 거동하기 위한 최소 조건이라고 생각할 수 있다. 또한, 확산계수는 날개부하손실 계산식에서 제곱의 항으로 나타난다. 따라서 설계변수의 최적화 과정시에 확산계수가 음의 값을 가져도 날개부하손실이 계산되는 오류에 빠지는 경우가 생긴다. 이를 방지하기 위해서도 확산계수는 양의 값을 가져야 한다는

조건이 필요하다.

따라서, 확산률이 1.4보다 작다라는 조건과 확산계수가 양이라는 조건으로부터 확산률이 가질 수 있는 값의 범위는 다음과 같고, 펌프의 설계 가능 영역을 나타내는 기준이 된다.

$$0 < 1 - \frac{0.75\lambda}{\frac{Z}{\pi}(1-d_{1t}) + 2d_{1t}} < D_R < 1.4 \quad (12)$$

3. 설계가능영역 탐색 방법

임펠러 출구에서 유동은 날개짓을 따라가지 못하고, 흡입면에서 압력면으로 편향되게 된다. 이를 유동의 미끄럼(slip)이라 한다. 미끄럼의 양은 다음과 같이 미끄럼 계수로 나타낼 수 있다.

$$V_{slip} = U_2(1-\sigma) \quad (13)$$

유동의 미끄럼은 펌프가 회전하면서 유체로 전달할 수 있는 에너지의 총량을 줄이는 효과를 가져온다. 미끄럼이 많으면 많을수록 주어진 회전수와 직경에 대해 유체로 해줄 수 있는 일의 양이 줄어든다. 본 연구에서는 가장 널리 쓰이는 Wiesner의⁶ 미끄럼 계수 모델을 사용하였다.

$$\sigma = 1 - \frac{\sqrt{\sin^2\beta_{2b}}}{Z} \quad (14)$$

임펠러 출구측 속도삼각형으로부터 다음과 같이 출구측 상대 속도를 구할 수 있다.

$$u_2 = \sqrt{(1-\lambda)^2 + (\sigma-\lambda)^2 \tan^2\beta_{2b}} \quad (15)$$

확산률이 1.4보다 작다라는 조건은 다음의 식과 같이 된다.

$$\frac{w_{1t}}{\sqrt{(1-\lambda)^2 + (\sigma-\lambda)^2 \tan^2\beta_{2b}}} < 1.4 \quad (16)$$

위식은 다시 다음과 같이 일계수에 대한 이차부등

식으로 정리된다.

$$\lambda^2 - 2(\cos^2\beta_{2b} + \sigma \sin^2\beta_{2b})\lambda + \sigma^2 \sin^2\beta_{2b} + \left(1 - \frac{w_{1t}^2}{1.4^2}\right) \cos^2\beta_{2b} > 0 \quad (17)$$

위 이차 부등식의 해는 다음과 같다.

$$\lambda < \lambda_1 \quad \alpha \quad \lambda > \lambda_2 \quad (18)$$

where,

$$\lambda_1 = \frac{(\cos^2\beta_{2b} + \sigma \sin^2\beta_{2b}) - \sqrt{(\cos^2\beta_{2b} + \sigma \sin^2\beta_{2b})^2 - \sigma^2 \sin^2\beta_{2b} - \left(1 - \frac{w_{1t}^2}{1.4^2}\right) \cos^2\beta_{2b}}}{2}$$

$$\lambda_2 = \frac{(\cos^2\beta_{2b} + \sigma \sin^2\beta_{2b}) + \sqrt{(\cos^2\beta_{2b} + \sigma \sin^2\beta_{2b})^2 - \sigma^2 \sin^2\beta_{2b} - \left(1 - \frac{w_{1t}^2}{1.4^2}\right) \cos^2\beta_{2b}}}{2}$$

위 식에서 $\cos^2\beta_{2b} + \sigma \sin^2\beta_{2b} = \sigma + (1-\sigma)\cos^2\beta_{2b} > \sigma$

이고 출구측 속도삼각형에서 $\sigma \geq \lambda$ 이므로, $\lambda > \lambda_2$ 조건은 만족되지 않는다. 따라서, $\lambda < \lambda_1$ 만 성립 가능하다.

확산률이 만족시켜야 될 또하나의 조건은 다음과 같다.

$$1 - \frac{0.75\lambda}{\frac{Z}{\pi}(1-d_{1t}) + 2d_{1t}} < D_R \quad (19)$$

or,

$$1 - \frac{0.75\lambda}{\frac{Z}{\pi}(1-d_{1t}) + 2d_{1t}} < \frac{w_{1t}}{\sqrt{(1-\lambda)^2 + (\sigma-\lambda)^2 \tan^2\beta_{2b}}}$$

여기서, 오른쪽 항의 분모는 미끄럼 계수가 1 일때 최대가 되므로, 아래와 같은 관계가 성립한다.

$$\frac{w_{1t}}{(1-\lambda) \sec\beta_{2b}} < \frac{w_{1t}}{\sqrt{(1-\lambda)^2 + (\sigma-\lambda)^2 \tan^2\beta_{2b}}} \quad (20)$$

따라서, 아래의 조건을 만족시키면 확산률 조건을 항상 만족시킨다.

$$1 - \frac{0.75\lambda}{\frac{Z}{\pi}(1-d_{1t})+2d_{1t}} < \frac{w_{1t}}{(1-\lambda)\sec\beta_{2b}} \quad (21)$$

위 식은 다시 일계수에 대한 이차부등식이 되며 아래와 같다.

$$\lambda^2 - (B+1)\lambda + B(1-w_{1t}\cos\beta_{2b}) < 0 \quad (22)$$

$$\text{where, } B = \frac{4}{3} \left[\frac{Z}{\pi}(1-d_{1t})+2d_{1t} \right]$$

위 이차 부등식의 해는 다음과 같다.

$$\lambda_3 < \lambda < \lambda_4 \quad (23)$$

where,

$$\lambda_3 = \frac{1+B}{2} - \sqrt{\left(\frac{1+B}{2}\right)^2 - B(1-w_{1t}\cos\beta_{2b})}$$

$$\lambda_4 = \frac{1+B}{2} + \sqrt{\left(\frac{1+B}{2}\right)^2 - B(1-w_{1t}\cos\beta_{2b})}$$

$\lambda_3 > \lambda_1$ 인 경우에는 확산률 조건을 만족시키는 일계수가 존재하지 않는 것을 의미한다. $\lambda_3 > \lambda_1$ 이고 $\lambda_4 < \lambda_1$ 인 경우에는 $\lambda_3 < \lambda < \lambda_4$ 가 설계 가능한 일계수의 범위가 되고, $\lambda_3 < \lambda_1$ 이면서 $\lambda_4 > \lambda_1$ 인 경우에는 $\lambda_3 < \lambda < \lambda_1$ 이 설계 가능한 일계수의 범위가 된다.

입구 상대속도는 다음의 식으로부터 구할 수 있다.

$$w_{1t} = \frac{u_{1t}}{\cos\beta_{1t}} = \frac{d_{1t}}{\cos\beta_{1t}} \quad (24)$$

임펠러 출구 각도는 유량을 최대가 하도록 설계한다. 완전 삼차원 임펠러에 대해서($\phi=0^\circ$) 유량을 최대가 되게 하는 임펠러 출구 각도는 다음과 같다.

$$\beta_{1t} = \tan^{-1} \left[\frac{1}{2} \left\{ 1 - \left(\frac{r_{1h}}{r_{1t}} \right)^2 \right\} \right]^{1/2} \quad (25)$$

일반적으로 완전 삼차원 임펠러의 경우 임펠러 허브 반경대 팁 반경의 비율은 0.3에서 0.6 사이의 값을 가지며, 이 때 임펠러 팁 각도는 30도에서 34도 사이의 값을 가진다.

완전 이차원 임펠러의 경우 유량을 최대가 되게 하는 임펠러 팁 각도는 45도가 된다.

따라서 본 연구에서는 임펠러 입구 팁 각도는 30도에서 45도 사이로 제한시켰다.

입구 경사각은 $0^\circ \sim 90^\circ$ 사이에 존재한다. 입구 경사각은 다음의 관계를 만족시킨다.

$$\cos\phi = \frac{1-X}{2} \frac{d_{1t}}{b_1} \quad (26)$$

여기서 입구폭은 유량누설($C_1\phi$)을 고려하여 다음의 식으로 나타낼 수 있다.

$$b_1 = \frac{4(1+C_1)\phi}{\pi(1+X)d_{1t}v_{1m,m}BL_1} \quad (27)$$

여기서 $C_1=0.05$, 입구블락지계수는 $BL_1=0.95$ 로 하였다. 입구측 속도삼각형으로부터 $v_{1m,m}=u_{1m}\tan\beta_{1m}$ 이므로, 입구 경사각 식은 다음과 같이 된다.

$$\phi = \frac{\pi BL_1(1-X^2)d_{1t}^2}{8(1+C_1)\phi} \sqrt{\frac{1+X^2}{2}} \tan\beta_{1m} \quad (28)$$

유량계수는 다음의 식으로 변형할 수 있다.

$$\phi = \frac{\psi^{1.5} \eta_h^2}{8} = \frac{\eta_h^{1.5} \lambda^{1.5} \eta_h^2}{8} \quad (29)$$

$0 < \cos\phi < 1$ 의 조건이 만족되기 위해서는,

$$\eta_h \geq \frac{d_{1t}^2}{\lambda} \left[\frac{\pi^2(1-X^4)(1-X^2)BL_1^2 \tan^2\beta_{1m}}{2\eta_h^4(1+C_1)^2} \right]^{1/3} \quad (30)$$

위식에서 오른쪽항은 일계수가 최소일 때 최대가 되며, 효율은 1보다 작아야 하므로 다음의 제한 조건이 생성된다. 최소 일계수는 앞에서 다룬 일계수의 범위로부터 구할 수 있다.

$$\frac{d_{1t}^2}{\lambda_{\min}} \left[\frac{\pi^2(1-X^4)(1-X^2)BL_1^2 \tan^2\beta_{1m}}{2\eta_h^4(1+C_1)^2} \right]^{1/3} < 1 \quad (31)$$

아래와 같이 비속도등의 변수를 변화시키면서, 지금

까지 열거한 설계 조건들을 만족시키는 설계 변수의 영역을 탐색하였다.

$$n_s = 0.1 \sim 1.5$$

$$d_{1t} = 0.1 \sim 0.9$$

$$\frac{d_{1h}}{d_{1t}} = X = 0.1 \sim 0.9$$

$$\beta_{2b} = 1^\circ \sim 89^\circ$$

$$\beta_{1m} = 30^\circ \sim 45^\circ$$

4. 탐색 결과

먼저 탐색 결과는 일반적 원심펌프의 설계 영역에서 벗어나는 비속도 영역에 대해서 설계 가능 영역이 줄어든다는 것을 보여주고 있다.

일계수의 경우(Fig. 1) 높은 비속도로 갈수록 최대 일계수와 최소 일계수가 동시에 감소함을 알 수 있다. 낮은 비속도 영역에서는 설계 가능한 일계수의 범위가 점점 작아진다. 이는 낮은 비속도 영역에서 원심 펌프의 설계가 어려운 하나의 이유가 된다.

임펠러 입구 팁 지름의 경우(Fig. 2), 비속도가 커질수록 최소 지름이 계속 커지는 경향을 나타낸다. 이는 높은 비속도 영역에서 원심 펌프의 장점인 원심력에 의한 수두 상승을 기대하기 힘들어지는 것을 의미하고, 축류형 펌프 형태로 가야함을 의미한다. 비속도가 낮아지는 경우, 최대 임펠러 팁 지름이 급격히 감소하는 것을 볼 수 있다. 이는 임펠러 입구 폭이 매우 작고, 입구 폭에 비해 펌프 전체 지름이 매우 큰 형태로 펌프를 설계해야 함을 의미한다.

임펠러 입구에서 팁반경에 대한 허브 반경의 비(Fig. 3)는 설계 영역 탐색 조건에 큰 영향을 받지 않는다는 결과를 보여주고 있다.

날개 개수의 경우(Fig. 4) 비속도가 낮아지는 경우 요구되는 최소 날개수가 증가하는 경향을 보여준다. 이는 낮은 비속도 영역에서 임펠러 입구 팁 지름의 최대값이 급격히 감소하고, 설계 가능한 일계수 범위가 높은 값을 갖기 때문에 발생한다. 설계 가능한 일계수가 높은 것은 임펠러 출구에서 미끄럼 양이 작아야지만이 가능해지고 이는 임펠러 날개갯수의 증가를 요구한다.

임펠러 출구 날개 각도의 경우(Fig. 5), 낮은 비속도 영역으로 갈수록 설계 가능한 각도가 점점 작아지는

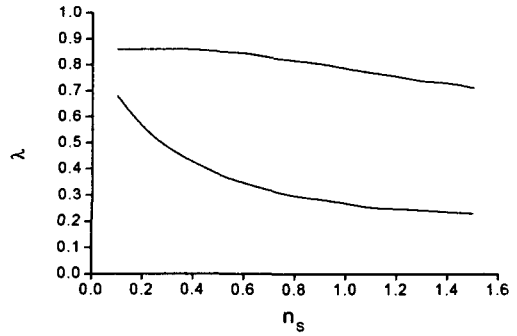


Fig. 1 Work factor versus specific speed

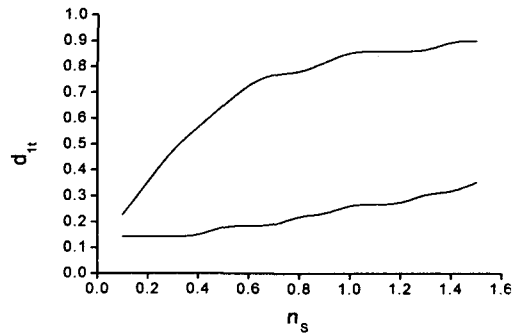


Fig. 2 Non-dimensional impeller tip diameter versus specific speed

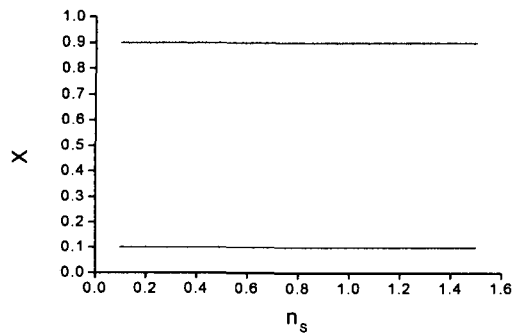


Fig. 3 Impeller hub/tip diameter ratio versus specific speed

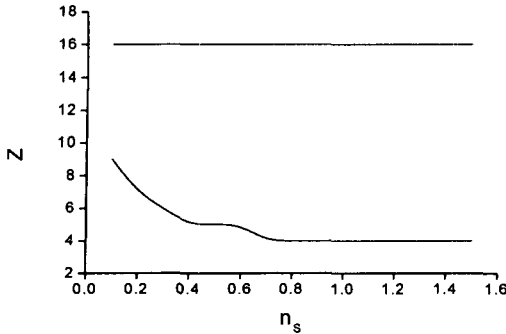


Fig. 4 Impeller vane number versus specific speed

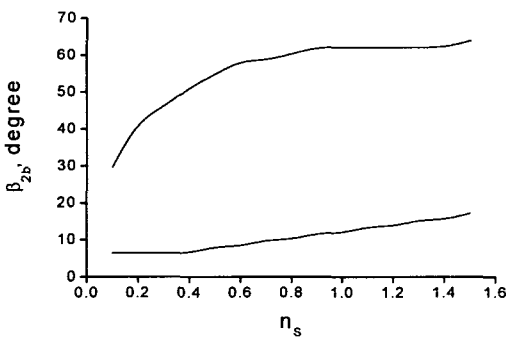


Fig. 5 Impeller exit blade angle versus specific speed

것을 알 수 있다. 이 또한 일계수의 설계 가능 범위와 연관된다. 낮은 비속도 영역에서 설계 가능한 일계수의 범위가 높은 값에서 형성되므로, 임펠러 출구에서 미끄럼이 아주 작아야 한다는 걸 요구한다. 미끄럼 계수 식에서 알 수 있듯이 이는 낮은 임펠러 출구 각도를 요구하게 된다.

5. 결론

본 연구에서는 무차원 설계 변수를 이용한 설계 변수의 설계 가능 영역 탐색을 수행하였다. 확산률과 확산계수의 제한 조건으로부터 설계 가능한 일계수의 범위식을 찾아내었으며, 이를 기반으로 설계 가능 영역의 탐색 방법을 제시하였다.

본 연구를 통해 각각의 비속도에 대해서 각 설계

변수의 설계 가능한 영역을 도출하였다. 이 결과는 특히 낮은 비속도에서 설계 변수의 설계 가능 영역이 좁아지는 것을 보여주고 있으며 낮은 비속도에서의 원심 펌프 설계시 유의한 정보를 제공해 줄 수 있다. 또한, 원심 펌프의 기초 설계 단계에서 최적화 단계에서 설계점 탐색의 안정성을 높여 줄 수 있을 것으로 기대된다.

참고문헌

- (1) 오형우, 정명균, 1997, "단(양) 흡입형 원심펌프의 성능 예측," 한국자동차공학회논문집. 5(6), pp. 103-110.
- (2) Oh, H. W., Yoon, E. S. and Chung, M. K., 1999, "Optimum values of design variables versus specific speed for centrifugal pumps," *Journal of Power and Energy*, Vol. 213(A3), pp. 219-226.
- (3) Karassik, I. J., Krutzsch, W. C., Fraser, W. H. and Messina, J. P., 1976, *Pump Handbook*, McGRAW-HILL.
- (4) Jansen, W. and Sunderland, P. B., 1990, "Off-design performance prediction of centrifugal pumps," *ASME FED*, Vol. 101, pp. 1-9.
- (5) Coppage, J. E., Dallenback, F., Eichenberger, H. P., Hlavaka, G. E., Knoernschild, E. M. and Van Lee, N., 1956, "Study of supersonic radial compressors for refrigeration and pressurization systems," WADC report 55-257
- (6) Wiesner, F. J., 1967, "A review of slip factor for centrifugal impellers," *Journal of Engineering for Power*, Vol. 89, pp. 558-572.