

전압조절발진기의 위상잡음 연구

박세훈* · 서희성*

*안동대학교

Study on the Phase Noise of Voltage Controlled Oscillator

Se Hoon Park* · Hee Sung Seo*

*Andong National University

E-mail : separk@andong.ac.kr

요 약

소자나 외부의 간섭에 의해 입력된 잡음은 전압조절발진기(Voltage Controlled Oscillator: VCO)의 출력 신호에 위상잡음을 일으킨다. 잡음이 VCO에 입력되는 특정 시간에 따라 위상잡음에 미치는 영향이 다르다. 출력신호의 천이 중에 잡음이 입력되면 위상잡음이 미치는 영향이 커지고 출력신호의 값이 일정한 부분에서는 위상잡음에 미치는 영향이 작다. 이러한 시간에 따라 변하는 시스템에 의한 잡음의 계산은 VCO 출력 위상잡음이 기준 및 고조파의 인근 주파수 성분에 의한 것임을 밝혔다. 또한 기준 신호가 대칭일수록 위상잡음이 줄어 든다

ABSTRACT

Noises from circuits components and interference with other circuits components generate the phase noise in voltage controlled oscillators (VCO). The effects of the random noise on the phase noise is depending on the instant when the noise enters the VCO. When the noise enters at the transition time of the output of VCO, the effect is most prominent. Using this time variable system, it is revealed that the power spectral density of phase noise of VCO is made of the integrated noise powers of frequency components slightly offset from the fundamental and harmonic frequencies.

키워드

전압조절발진기, 협대역 위상변조, Impulse Sensitive Function, 위상잡음

1. 서 론

정밀한 타이밍 성능을 요구하는 시스템은 저잡음 클럭이 필수적으로 요구된다. 현대의 대부분의 시스템은 VCO를 이용하여 클럭을 발생시킨다. 그러나 VCO를 구성하고 있는 반도체 소자와 수동소자는 잡음원이 되어 클럭의 위상잡음을 발생시킨다. 클럭의 위상잡음은 타이밍 에러의 원인이 되고 이러한 클럭을 사용하는 시스템의 성능을 제한하게 된다. 따라서 VCO의 출력에 나타나는 위상잡음을 정확하게 예측하는 것은 시스템의 성능을 결정하는데 중요한 요소이다.

VCO의 위상잡음은 다양한 관점에서 분석되어 왔다. Razavi[1]는 선형 발진기 모델을 제시하여 링발진기의 위상잡음을 분석하였고, Leung[2]은 문턱전압 통과 특성을 이용하여 위상잡음을 분석하였다.

Hajimiri에 의한 위상잡음 전력 밀도 계산은 impulse sensitive function(ISF)에 기반을 두고 있다. 반도체 소자에 의한 잡음은 커패시터 양단의 잡음 전류 혹은 인덕터 양단의 잡음 전압으로 모델링 된다 [3]. Hajimiri에 의해 제안된 위상잡음 모델을 고찰하여 위상잡음이 발생하는 메커니즘을 이해하고, 모델을 보완하기 위한 개선점을 제시한다.

II. 본 론

VCO의 출력 신호는 일반식으로 표현하면 식 (1)과 같다. 이상적인 신호의 경우 진폭과 위상이 시간에 대해 일정하지만 잡음의 영향을 받은 신호는 진폭과 위상이 시간의 함수가 된다.

$$x(t) = A(t) \cos[\omega t + \phi(t)] \quad (1)$$

$A(t)$ 는 진폭의 시간에 대한 변화이며 회로의 비선형 특성이나 크기 제한 회로에 의해 결정되므로 잡음에 의한 영향이 미약하다. 그러나 위상잡음(phase noise) $\phi(t)$ 는 VCO 발진기의 동작 중에도 사라지지 않고 축적되면서 지속된다. 결과적으로 VCO 출력의 위상잡음(phase noise)은 주로 $\phi(t)$ 에 의해 결정된다. 또한 $\phi(t)$ 값은 잡음에 의한 비교적 작은 값이기 때문에 신호 $x(t)$ 는 $\phi(t)$ 의 변화에 의해 협대역 위상 변조된다.

잡음에 의한 위상변화를 계산하기 위해 잡음 전류를 위상으로 변환하는 시스템을 고려한다. 잡음원 I_n 을 입력으로 하고, 위상 $\phi(t)$ 를 출력으로 하는 시스템의 임펄스 응답 $h_s(t, \tau)$ 는 잡음에 의한 위상변화 $\phi(t)$ 를 시간의 함수로 나타낸다. 임펄스 응답 $h_s(t, \tau)$ 는 다음과 같이 impulse sensitivity function(ISF) $\Gamma(\omega, \tau)$ 에 의해 결정된다.

$$h_s(t, \tau) = \frac{\Gamma(\omega_0, \tau)}{q_{max}} u(t - \tau) \quad (2)$$

여기에서 q_{max} 는 특정한 노드에서의 최대 전하 변위이고 $u(t - \tau)$ 는 단위계단함수이다. 신호의 특정 시간에 임펄스 전류 신호를 특정 노드에 인가하면 신호의 위상변화를 측정할 수 있다. 이러한 측정을 신호의 한 주기에 걸쳐 수행하면 $\Gamma(\omega_0, \tau)$ 를 구할 수 있다. $\Gamma(\omega_0, \tau)$ 를 식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\Gamma(\omega\tau) = \frac{f'}{|\dot{f}|^2} \quad (3)$$

기울기가 큰 파형은 ISF에서 작은 피크 값을 보인다.

그림 1은 구형파와 ISF를 보여준다. 신호의 천이기가 있는 부분에 잡음이 입력되면 최대 위상변화가 일어난다.

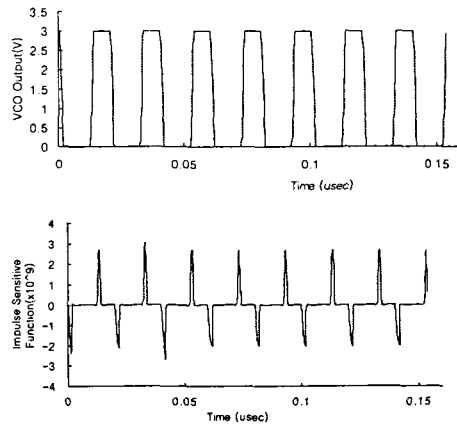


그림 1. 구형파와 관련 ISF 그래프.

임펄스 응답과 입력 잡음 전류를 이용하여 잡음에 의한 위상변화를 다음 식으로 계산한다.

$$\phi(t) = \int_{-\infty}^t h_s(t, \tau) i(\tau) d\tau = \frac{1}{q_{max}} \int_{-\infty}^t \Gamma(\omega_0, \tau) i(\tau) d\tau \quad (3)$$

여기에서 $i(\tau)$ 는 특정 노드에 입력되는 잡음전류 신호이다. $\Gamma(\omega_0, \tau)$ 가 그림 1에서 보는 것처럼 주기함수이기 때문에 Fourier series로 다음과 같이 표현된다.

$$\Gamma(\omega_0, \tau) = \frac{c_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} c_n \cos(n\omega_0\tau + \theta_n) \quad (4)$$

여기에서 c_0, c_1, \dots 는 Fourier series 계수이고, θ_n 은 n번째 고조파의 위상이며 임의의 입력 잡음

인 경우 중요하지 않아 무시된다. 식(3)에 ISF 식 (4)를 대입하면 위상변화 $\phi(t)$ 는 다음 식에 의해 계산된다.

$$\phi(t) = \frac{1}{q_{\max}} \left[\frac{c_0}{2} \int_{-\infty}^{\infty} i(\tau) d\tau + \sum_{n=1}^{\infty} c_n \int_{-\infty}^{\infty} i(\tau) \cos(n\omega_0 \tau) d\tau \right] \quad (5)$$

잡음의 첫 번째 예로서, 식 (5)에서 입력 잡음이 $\Delta\omega \ll \omega_0$ 인 주파수에서 식 (6)과 같은 정현파로 주어질 경우

$$i(t) = I_0 \cos(\Delta\omega t) \quad (6)$$

위상 $\phi(t)$ 는 식 (5)에 의해 다음의 식으로 주어진다.

$$\phi(t) = \frac{I_0 c_0 \sin(\Delta\omega t)}{2q_{\max} \Delta\omega} \quad (7)$$

식 (7)에 의한 위상의 전력 스펙트럼 밀도는 협대역 위상변조 특성에 의해 $\pm\Delta\omega$ 에 임펄스로 나타난다. 두 번째 예로서 기준주파수 ω_0 에 근접한 주파수를 가진 임의의 잡음 $i(t) = I_1 \cos[(\omega_0 + \Delta\omega)t]$ 에 의한 위상잡음은 다음 식으로 주어진다.

$$\phi(t) = \frac{I_1 c_1 \sin(\Delta\omega t)}{2q_{\max} \Delta\omega} \quad (8)$$

식 (8)의 경우에서 위상의 전력 스펙트럼 밀도는 두개의 동일한 측파대(sideband) $\pm\Delta\omega$ 에 나타난다. 다시 말하면, 기준 주파수의 고조파에 근접하는 주파수의 잡음은 위상잡음 스펙트럼 밀도가 $\pm\Delta\omega$ 에 동일한 측파대로 나타난다. 이러한 위상잡음 식을 일반화시키면 다음과 같다.

$$\phi(t) = \frac{I_n c_n \sin(\Delta\omega t)}{2q_{\max} \Delta\omega} \quad (9)$$

VCO의 전력스펙트럼을 구하기 위해서는 잡음에 의한 위상변화를 전압으로 환산해야 한다. 즉 위상변화가 전압변화로 변환 되는 것은 협대역 위상변조와 동일하다. 협대역 위상변조는 기준 신호인 식(1)의 위상 항목 $\phi(t)$ 에 식 (9)를 대입하여 계산한다. 결과적으로 $n\omega_0 + \Delta\omega$ 의 주파수를 가진 잡음 입력은 $\omega_0 \pm \Delta\omega$ 의 주파수에서 전력 밀도로 나타난다. 위상잡음에 대한 VCO 기준 출력 신호의 상대적 전력크기는 다음 식으로 주어진다.

$$P(\Delta\omega) = 10 \log \left(\frac{I_n c_n}{4q_{\max} \Delta\omega} \right)^2 \quad (10)$$

그림 2는 $I_n = 1 \text{ nA}$, $c_n = 1e-5$, $q_{\max} = 2.5e-13$ 일 경우의 위상잡음에 대한 VCO 기준 출력 신호의 상대적 전력크기가 offset 주파수 값에 따라 감소하는 것을 보여준다.

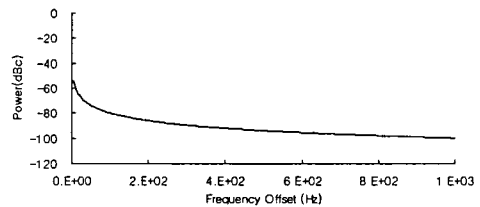


그림 2. Offset 주파수에 따른 위상잡음의 감소

전력 밀도가 $i_n^2 / \Delta f$ 인 백색잡음 전류 신호가 VCO에 입력되는 경우를 고려한다. $\Delta f = 1 \text{ Hz}$ 이면 식 (10)의 $I_n^2 / 2$ 는 $i_n^2 / \Delta f$ 이 되어 캐리어 스펙트럼 밀도에 대한 전체 단측파대 위상스펙트럼 밀도비를 dB로 표시하면 다음과 같다.

$$\Phi(\Delta\omega) = 10 \log \left(\frac{i_n^2 \sum_{n=0}^{\infty} c_n^2}{8q_{\max}^2 \Delta\omega^2} \right) \quad (11)$$

식 (12)의 Parseval의 정리에 의해 것이다.

$$\sum_{n=0}^{\infty} c_n^2 = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} |\Gamma(x)|^2 dx = 2\Gamma_{rms}^2 \quad (12)$$

참고문헌

식 (11)은 다음 식으로 정리 된다.

$$\Phi(\Delta\omega) = 10 \log \left(\frac{\Gamma_{rms}^2 \overline{f_c^2} / \Delta f}{q_{max}^2 4\Delta\omega^2} \right) \Gamma_{rms} \quad (13)$$

식 (13)은 백색 잡음에 의한 위상잡음이 $1/f^2$ 의 영역에 있음을 보여준다. 다음 식 (14)는 반도체 소자의 $1/f$ 잡음에 의한 한계 주파수 $\omega_{1/f}$ 과 위상잡음 전력 스펙트럼 밀도의 $1/f^3$ 의 한계주파수 ω_{1/f^3} 의 관계이다.

$$\omega_{1/f^3} = \omega_{1/f} \frac{c_0^2}{2\Gamma_{rms}} \approx \omega_{1/f} \left(\frac{c_0}{c_1} \right)^2 \quad (14)$$

c_0 는 ISF의 직류 성분으로 기준파형이 대칭에 가까울수록 값이 적어 ω_{1/f^3} 값을 적게 하여 위상잡음을 줄인다.

V. 결 론

VCO를 구성하는 링발진기의 노드에 정현파의 잡음 전류가 입력하면 위상잡음의 주파수는 입력 정현파의 주파수 만큼 기준 신호 주파수로부터 벗어난 값이 된다. 또한 잡음 신호의 주파수가 기준 주파수의 고조파에서 벗어난 만큼 출력 잡음의 주파수는 기준 주파수로 만큼 벗어나 있다. 즉 VCO의 출력 잡음 즉 위상잡음은 기준 주파수와 고조파에 근접한 잡음 신호의 합으로 나타난다.

Hajimiri 모델에 의한 위상잡음의 이해를 바탕으로 위상잡음을 줄이기 위해서는 신호의 대칭성을 높여야 한다. VCO 출력 신호의 대칭이 되면 ISF의 DC값 c_0 값이 적어져서 저주파 잡음이 고주파 잡음으로 변환하는 비율을 줄여준다.

Hajimiri의 모델은 정확한 위상잡음 전력 밀도의 계산을 위해 각 소자의 잡음모델 파라메타의 정확한 값을 필요로 한다. 따라서 시간에 따라 불규칙한 잡음에 대한 통계적인 모델이 같이 사용되면 보다 정확한 위상잡음을 예측할 수 있을

[1] Behzad Razavi, "A Study of Phase Noise in CMOS Oscillators". IEEE Journal of Solid-State Circuits, vol. 31. No.3 pp. 331, March 1996.

[2] Bosco H. Leung, " A Novel Model on Phase Noise of Ring Oscillator Based on Last Passage Time", IEEE Journal of Solid-State Circuits, vol. 51. No.3 pp. 471, March 2004.

[3] Ali Hajimiri and Thomas H. Lee, "A General Theory of Phase Noise in Electrical Oscillators.