

# 잡음 제거를 위한 웨이브렛기반 알고리즘에 관한 연구

배 상 범 · 김 남 호

\* 부경대학교 공과대학 제어계측공학과

## A Study on the Wavelet-based Algorithm for Noise Cancellation

Sang-Bum Bae · Nam-Ho Kim

\* Dept. of Control and Instrumentation Eng., Pukyong National Univ.

E-mail : blueskybsb@mail1.pknu.ac.kr

### 요 약

최근, 사회는 고도의 디지털 정보화 시대로 급속히 발전하고 있다. 그러나 여전히 신호를 처리하는 과정에서 여러 가지 원인에 의해 잡음이 발생하고 있으며, 이러한 잡음들을 제거하기 위한 다양한 방법들이 연구되고 있다. 잡음을 제거하기 위해 기존에 FFT와 STFT 등이 있었으나, 신호에 대한 시간정보를 알 수 없고 시간-주파수 국부성이 상충관계를 갖는다. 따라서 이러한 한계를 극복하기 위해, 다중해상도 해석이 가능한 웨이브렛기반의 잡음 제거 기법들이 신호처리 분야에서 응용되고 있다. 그러나 threshold와 상관관계를 이용한 잡음 제거 방법은 잡음의 통계적 특징만을 반영함에 따라, 많은 잡음들이 edge로써 판단될 수 있으며, AWGN과 임펄스 잡음을 동시에 제거하기 위한 방법을 제공하지 않는다. 따라서 본 논문에서는 웨이브렛기반의 새로운 잡음 제거 방법을 제시하여, 기존의 방법들과 비교하였다.

### ABSTRACT

A society has progressed rapidly toward the highly advanced digital information age. However, noise is generated by several causes, when signal is processed. Therefore, methods for eliminating those noises have researched. There were the existing FFT(fast fourier transform) and STFT(short time fourier transform) for removing noise but it's impossible to know information about time and time-frequency localization capabilities have conflictive relationship. Therefore, for overcoming these limits, wavelet-based denoising methods that are capable of multiresolution analysis are applied to the signal processing field. However, existing threshold- and correlation-based denoising methods consider only statistical characteristics for noise, accordingly a lot of noise is acceptable as an edge and are impossible to remove AWGN and impulse noise, at the same time. Hence, in this paper we proposed wavelet-based new denoising algorithm and compared existing methods with it.

### 키워드

AWGN, impulse noise, wavelet, denoising, threshold

## 1. 서 론

사회는 컴퓨터 및 개인휴대단말기 등과 같은 다양한 미디어와 통신기술의 급속한 발달로 고도의 디지털 정보화 시대를 맞이하게 되었다. 이에 따라, 영상 및 음성 데이터를 획득, 전송, 저장하기 위한 하드웨어와 소프트웨어 관련 기술들을 바탕으로 하여, 멀티미디어 통신 서비스가 국내외적으로 상용화되었다.

그러나 데이터를 처리하는 과정에서 여러 가지 원인에 의해 열화가 발생하고 있으며, 이러한 열화로 인해 전송 데이터에서 오류가 발생하거나, 영상 및 음성 데이터의 인지도를 저하시킨다. 그리고 열화의

주된 원인은 AWGN과 임펄스 잡음으로 알려져 있으며, 특히 모든 전자·통신 시스템에서 발생하고 있는 AWGN을 제거하기 위한 연구는 신호처리 분야에서 가장 활발히 진행되고 있다.

AWGN을 제거하기 위한 가장 간단한 방법으로 평균 필터가 있으나, 신호를 평활화함에 따라 edge 성분의 열화를 초래한다. 그리고 많은 응용분야에서, 신호를 주파수축 상에서 해석하기 위해 FFT(fast fourier transform)가 사용되었다. 그러나 FFT를 이용한 신호해석은 특정 주파수 성분에 대한 시간 정보를 고려하지 않으므로 응용의 한계성을 지니고 있다.

따라서 이러한 한계를 극복하기 위하여, 다중 해

상도 해석이 가능한 웨이브렛기반의 잡음 제거 기법들이 제안되었다. 그리고 Xu 등은 인접 스케일에서 웨이브렛 상세계수의 상관관계를 이용하여 잡음과 신호의 edge를 분리할 수 있는 방법을 제안하였다 [1]. 또한 현재 AWGN에 훼손된 신호를 복원하기 위하여, threshold에 기초한 방법들이 가장 보편적으로 사용되고 있다. 그리고 임펄스 잡음을 제거하기 위해 B-wavelet을 이용한 방법 등이 제안되었다.

그러나 현재까지 연구되었던 웨이브렛기반의 잡음 제거 방법들은 잡음에 대한 통계적 특징만을 반영함에 따라, 신호 내의 많은 작은 edge들이 잡음으로 판단되거나 상대적으로 큰 잡음이 edge로써 판단될 수 있다. 또한 AWGN과 임펄스 잡음을 동시에 제거하기 위한 방법을 제공하지 않는다.

따라서 본 논문에서는 웨이브렛 계수를 이용한 새로운 잡음 제거 방법을 제시하여, 기존의 방법들과 비교·분석하였다.

## II. 웨이브렛 변환

어떤 함수  $\psi(t)$ 의 푸리에 변환을 다음의 식 (1)과 같이 정의한다. 이때,  $\Psi(\omega)$ 가 식 (2)의 허용조건 (admissibility condition)을 만족하면, 함수  $\psi(t)$ 를 mother 웨이브렛으로 정의한다.

$$\Psi(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) e^{-j\omega t} dt \quad (1)$$

$$C = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\Psi(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega < \infty \quad (2)$$

식으로부터  $\omega = 0$  일 때,  $C$ 가 무한한 값을 갖지 않기 위해서는  $\Psi(0) = 0$ 가 성립되어야 한다. 그리고  $\psi(t)$ 의 이동과 확장에 의해 식 (3)의 baby 웨이브렛을 얻을 수 있으며,  $a$ 는 scale factor이고  $b$ 는 translation factor이다.

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (3)$$

따라서 신호  $f(t) \in L^2(R)$ 이면, 연속 웨이브렛 변환(CWT)은 식 (4)와 같이 정의된다.

$$Wf(a, b) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \psi_{a,b}^*(t) dt \quad (4)$$

식으로부터, scale factor  $a$ 가 변화함에 따라 연산을 위한 웨이브렛 창의 넓이가 확대 또는 축소되어, 주파수 영역에 따른 다중 해상도 해석을 가능하게 한다. 그리고 각 파라미터가  $a = 2^j$ ,  $b = 2^j k$  ( $j, k \in Z$ )와 같은 dyadic sampling에 의한 이산

웨이브렛 변환(DWT)은 식 (5)와 같이 표현된다[2].

$$W_d f = 2^{-j/2} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \psi^*(2^{-j}t - k) dt \quad (5)$$

$j, k \in Z$

## III. 웨이브렛기반 잡음 제거 알고리즘

### 1. Threshold를 이용한 알고리즘

웨이브렛을 이용하여 잡음을 제거하기 위한 많은 방법들이 연구되고 있다. 이러한 방법들 중에서 현재 AWGN을 제거하기 위해 가장 활발하게 진행되고 있는 threshold에 기초한 방법은 잡음 제거 성능이 우수하며, 다음과 같이 그 알고리즘이 간단하다.

- Step 1. 잡음이 첨가된 noisy 신호를 웨이브렛 변환하여 웨이브렛 계수  $w$ 를 얻는다.
- Step 2. 각 scale  $j$ 에서 hard 또는 soft-threshold  $th$ 를 적용한다.
- Step 3. 역 웨이브렛 변환을 수행하여, 추정된 신호를 얻는다.

그리고 Step 2에서 threshold를 적용하기 위해서는 적절한 방법과  $th$  레벨을 선택해야하며, 현재 다양한 방법들이 제시되고 있다.

Donoho는 OWT(orthogonal wavelet transform)에서 soft-threshold를 적용하였으며, 다음의 식 (6)과 같다[3]-[4]. 식으로부터  $th = \sigma\sqrt{2 \log N}$ 이며,  $N$ 은 신호의 길이이다.

$$\eta_S(w, th) = \text{sgn}(w)(|w| - th)_+ \quad (6)$$

### 2. 공간적 상관도를 이용한 알고리즘

잡음이 중첩된 noisy 신호의 웨이브렛 상세계수는 각 scale에서 신호의 edge와 잡음 성분으로 구성되어 있다. 그리고 신호의 날카로운 edge 성분은 일반적으로 잡음에 의한 웨이브렛 계수보다 큰 값을 가지며, 잡음성분은 scale이 증가함에 따라 급속히 감소한다. 따라서 이러한 특징을 이용한 인접한 scale 간의 공간적 상관도는 edge와 잡음에 대한 판단 기준을 제시한다[1].

식 (7)의 공간적 상관함수  $\text{Corr}_l(m, n)$ 는 잡음의 작고 날카로운 특징을 억제하는 동안 신호의 edge가 강화되도록 한다.

$$\text{Corr}_l(m, n) = \prod_{i=0}^{l-1} W(m+i, n) \quad (7)$$

$n = 1, 2, \dots, N$

식으로부터  $W(m, n)$ 는 웨이브렛 변환 데이터이며,  $m$ 은 scale index,  $n$ 은 translation index이고,

$l < M - m + 1$ ,  $M$  은 scale 의 총수이다.

이러한 SSNF(spatially selective noise filtration) 알고리즘은 다음과 같다.

Step 1. 모든 scale에서 상관함수  $Corr_2(m, n)$  를 계산한다.

Step 2.  $W(m, n)$  과  $Corr_2(m, n)$  을 이용하여 식 (8)과 같은  $New\ Corr_2(m, n)$  을 계산한다.

$$New\ Corr_2(m, n) = Corr_2(m, n) \sqrt{PW(m)/PCorr(m)} \quad (8)$$

식으로부터,  $PW(m) = \sum_n W(m, n)^2$  이며,  $PCorr(m) = \sum_n Corr_2(m, n)^2$  이다.

Step 3. 만약,  $|New\ Corr_2(m, n)| \geq |W(m, n)|$  이면, 그 지점을 edge로 판단한다.

그리고 NSSNF(new SSNF)에서는 새로운 파라미터  $\lambda(m)$  을 도입하여, SSNF에서 edge로써 판단되는 잡음 성분들에 대한 영향을 더욱 감소시켰으며, edge에 대한 판단 조건은 식 (9)와 같다.

$$|New\ Corr_2(m, n)| \geq \lambda(m) |W(m, n)| \quad (9)$$

### 3. 제안한 알고리즘

미지의 신호  $f(n)$  에 잡음이 중첩된 noisy 신호  $d(n)$  은 다음의 식 (10)과 같이 표현된다.

$$d(n) = f(n) + \sigma z(n) + \gamma(n), \quad n = 1, 2, \dots, N \quad (10)$$

여기서,  $z(n)$  은 가우시안 잡음이며,  $\sigma$  는 잡음의 레벨이다. 그리고  $\gamma(n)$  은 임펄스 잡음을 나타낸다. 이때,  $z(n)$  은  $\sigma$  에 관계없이 통계적으로 그 평균이 0이며,  $\gamma(n)$  은 긴 지속시간을 가지지 않으므로, 웨이브렛 상세 계수의 누적으로부터 근사적으로 noisy 신호에 대한 profile 정보를 얻을 수 있다. 그리고 각 scale에서 상세계수에 대한 재차누적 데이터는 잡음과 신호의 edge 성분을 분리하기 위한 판단 기준으로써 사용될 수 있다. 다음의 식 (11)은 noisy 신호의 누적함수를 나타내고 있다.

$$F(n) = \sum_{i=1}^n Wd(i) + F(n-1), \quad n = 1, 2, \dots, N \quad (11)$$

위의 식으로부터 누적함수  $F(n) = 0$  ( $\forall n \leq 0$ ) 이며,  $Wd(\cdot)$  는  $d(n)$  에 대한 웨이브렛 변환 데이터를 나타낸다.

그리고 noisy 신호로부터 edge 성분을 분리·검출하기 위해 보간법에 의한 근사 데이터와  $F(n)$  과의 차를 이용하며, 다음의 식 (12)와 같다.

$$e(n) = \max |F(i) - I(i)|, \quad n_0 \leq i \leq n \quad (12)$$

위의 식으로부터  $e(\cdot)$  는 오차함수이며,  $I(\cdot)$  는  $i$  의 구간에서 일차 보간법에 의해 생성된 근사 데이터를 의미하고,  $n_0$  는  $i$  의 초기 지점이다. 즉, 어떠한 데이터 지점  $n$  에서의 오차  $e(n)$  은 구간  $[n_0, n]$  에서의 일차 보간 함수와  $F(n)$  에 대한 오차의 최대값이다.

### IV. 시뮬레이션 및 결과

본 논문에서는 신호로부터 잡음을 제거하기 위하여, 웨이브렛기반의 새로운 잡음 제거 알고리즘을 제시하였으며, 객관적인 성능평가를 위해 테스트신호로서 HeaviSine 신호를 사용하였다. 이때, 신호의 길이는 2048 샘플이며, 그림 1과 같이 각기 다른 부호와 크기를 갖는 임펄스 잡음과 SNR (signal-to-noise ratio) 12[dB]의 AWGN을 원신호에 중첩하여 시뮬레이션하였다.

그림 2는 HeaviSine 신호에 대한 시뮬레이션 결과이다. 그림으로부터 (a)는 HeaviSine 신호이며, (b)는 Noisy version이다. 그리고 그림 (c)는 OWT에 의해 잡음이 제거된 신호이며, 그림 (d)는 SSNF, (e)는 NSSNF, (f)는 본 논문에서 제안한 방법에 의해 잡음이 제거된 신호이다. 이때, SNR\_G는 SNR 이득을 의미한다. 그림 2의 결과로부터 SNR이 12[dB]인 경우, 기존의 방법들은 SNR 이득에서 약 11[dB] 이하의 개선효과를 나타내었으며, 대부분의 임펄스 잡음은 제거되지 않았다. 그러나 본 논문에서 제안한 방법은 대부분의 AWGN과 임펄스 잡음을 제거하여 16.68 [dB]의 개선효과를 나타내었다.

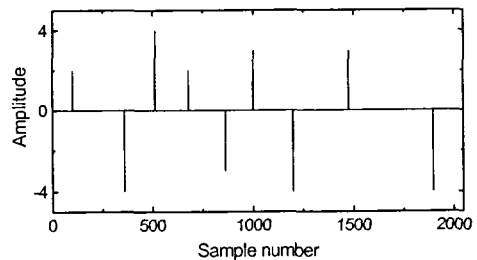


그림 1. 임펄스 잡음

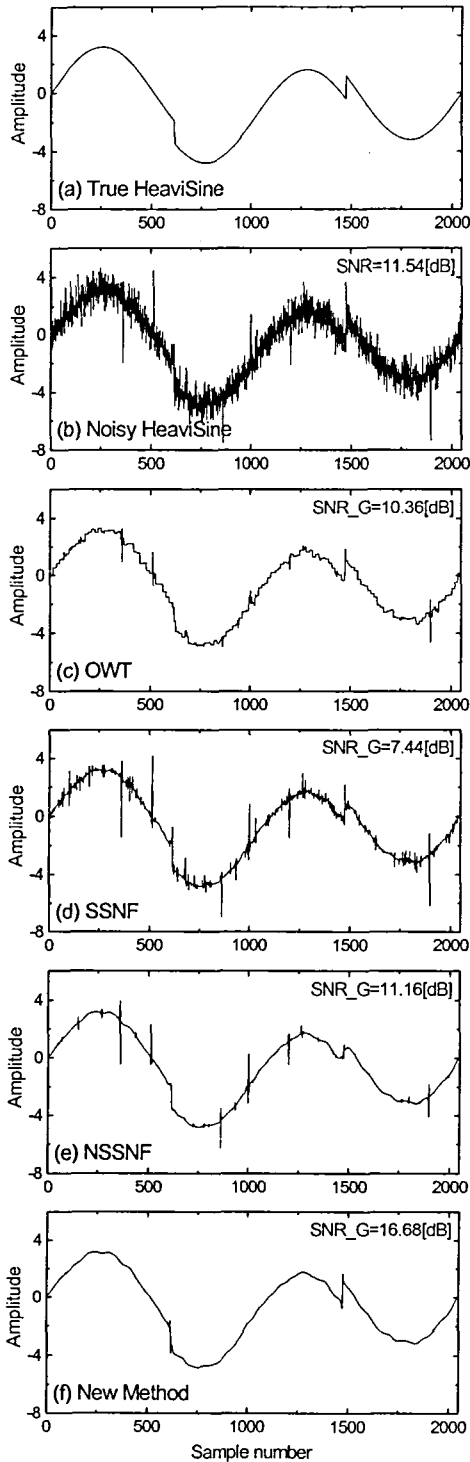


그림 2. 각 방법에 의한 잡음 제거 결과

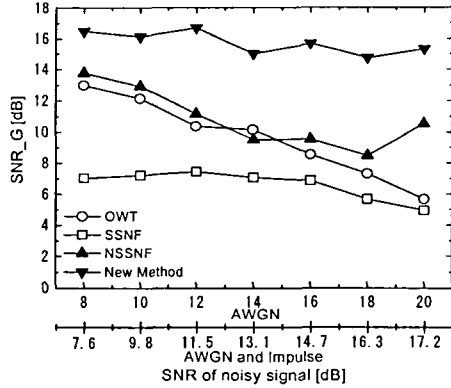


그림 3. SNR에 따른 개선이득 비교

그리고 그림 3은 각각의 방법들에 의한 잡음 제거 효과를 전체적으로 비교하기 위해, SNR에 따른 SNR 이득을 도표로써 나타낸 것이다. 결과로부터, 제안한 방법은 모든 SNR 범위에서 기존의 방법들 보다 우수한 SNR 특성을 나타내었다.

### V. 결론

본 논문에서는 noisy 신호로부터 잡음을 분리·제거하기 위하여, 웨이블릿기반의 새로운 잡음 제거 알고리즘을 제시하였다.

시뮬레이션 결과로부터 threshold를 적용한 OWT는 subsampling에 의해 부드럽지 못한 형태를 나타내었으며, SSNF와 NSSNF는 OWT에 비해 edge 검출에서 효과적이지만, 여전히 많은 잡음들이 제거되지 않았다. 그러나 본 논문에서 제안한 방법은 대부분의 잡음을 제거하여, 모든 SNR 범위에서 우수한 SNR 이득 특성을 나타내었으며, 신호의 edge 성분을 정확하게 검출하여 복원하였다. 따라서 제안된 방법은 잡음 제거 성능이 우수하여, 신호처리의 여러 응용분야에 적용되리라 사료된다.

### 참고 문헌

- [1] Y. Xu et al., "Wavelet transform domain filters: A spatially selective noise filtration technique", IEEE Trans. Image Processing, vol. 3, Nov. 1994.
- [2] S. Mallat, "Characterization of signals from multiscale edges", IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell., vol. 14, July 1992.
- [3] D. Donoho, "Denoising by softthresholding", IEEE Trans. Inform. Theory, vol. 41, 1995.
- [4] D. Donoho, "Wavelet shrinkage: Asymptopia?", J. R. Stat. Soc., Series B, vol. 57, pp. 301-369, 1995.