

경사 감소 학습을 이용한 적응 PID 제어기

박진현^{*} · 전향식^{**} · 최영규^{***}

^{*}진주산업대학교, ^{**}한국항공우주연구원, ^{***}부산대학교

Efficient Multicasting Mechanism for Mobile Computing Environment

Jin-Hyun Park^{*} · Hyang-Sig Jun^{**} · Young-Kiu Choi^{***}

^{*}Jinju National Univ., ^{**}Korea Aerospace Research Institute, ^{***}Pusan National Univ.

E-mail : uabut@jinju.ac.kr, hsjun@kari.re.kr, ykchoi@pusan.ac.kr

요 약

각종 산업기기에서 사용되는 PID 제어기는 단순한 구조와 모델링 오차에 대한 강인성으로 인하여 광범위하게 사용되고 있다. 그러나 외란이 인가되거나 부하 특성이 비선형적으로 변화할 때에 적절한 이득과 성능을 얻기 어려워 고성능 제어 특성을 기대하기 어렵다.

본 연구에서는 구조가 간단하고, 시스템 파라미터의 변화에 강인한 적응 PID 제어기를 제안한다. 제안된 적응 PID 제어기의 성능 평가를 위하여 비선형 DC 모터의 가변 속도제어에 적용하고, 결과를 모의실험을 통하여 보이고자한다.

ABSTRACT

PID controllers, which have been widely used in industry, have a simple structure and robustness to modeling error. But it is difficult to have uniformly good control performance in system parameters variation or different velocity command.

In this paper, we propose an adaptive PID controller based on a gradient descent learning. This algorithm has a simple structure like conventional PID controller and robustness to system parameters variation. To verify performances of the proposed adaptive PID controller, the speed control of nonlinear DC motor is performed. The simulation results show that the proposed control systems are effective in tracking a command velocity under system parameters variation.

1. 서 론

일반적으로 시스템의 제어기 설계에 있어서 중요한 목표는 시스템 파라미터의 변동이나 외란 등에 강인하고 주어진 궤적을 정확히 추적하는데 있다. 그러나 각종 산업기기에서 제어요소로 널리 사용되는 제어 시스템은 대부분 일정 이득을 갖는 PID 제어 방식을 채택하고 있어, 외란이 인가되거나 부하 특성이 비선형적으로 변화할 때에 적절한 이득과 성능을 얻기 어려워 고성능 제어 특성을 기대하기 어렵다. 그러므로 제어 시스템의 비선형성과 시변 특성에 강인한 제어기의 설계를 위하여 PID 제어기의 이득을 자동동조하려는 연구가 활발히 진행되고 있다.

PID 제어기의 동조는 1942년 Ziegler-Nichols가 PID 제어 이득의 최적 설정에서 감도 영향을 고려하면서 완성한 한계감도법을 시초로 여러가지 방법이 연구되어 왔다[1]. 또한 적응 제어기를 PID 구조로 변형하고 온라인으로 시스템 특성에 따라 PID 제어 파라미터를 자동 조절하는 적응 PID 제어기에 관한 연구들이 수행되었으나, 적응 제어기를 설계할 때에 시스템의 모델차수, 지연시간 등이 실제 플랜트와 다른 경우에는 좋은 성능

을 기대할 수 없으며, 초기 적응 파라미터의 선정이 시스템의 성능에 많은 영향을 미친다[1-2]. 최근에는 퍼지제어(Fuzzy Control), 신경회로망 제어(Neural Network Control), 진화 알고리즘(Evolutionary Algorithms)과 같은 지능 제어 기법에 관한 연구가 진행되고 있다. 그러나 퍼지제어 기법을 이용한 동조 방식은 간단한 PID 제어기의 구현을 위하여 추론을 위한 규칙과 멤버십 함수의 파라미터들을 적절히 선정하여야 하는 어려움이 있다[3-4]. 또한 신경회로망은 제어대상의 수학적 모델링이 필요없다는 장점을 갖으나, 많은 학습 시간이나 복잡한 연산이 요구되어지므로 일반적인 PID 제어기의 강점인 간단한 구조의 제어기 설계가 어렵다는 단점이 있다[5-6]. 또한 최근들어 자연선택의 원리를 모방한 비결정론적 탐색 알고리즘인 진화알고리즘은 학습시간의 증가와 온라인 학습(on-line learning)의 적용이 어렵다는 단점이 있다. 또한 개체(individuals) 선택과정이 랜덤하게 선택되는 과정이 있음으로 인하여 시스템에 치명적인 문제를 일으킬 수 있다[7-8].

따라서 본 연구에서는 구조가 단순한 PID 제어기의 장점을 살리고, 시스템 파라미터의 변동에 대하여 강인성 성능을 내는 온라인 적응 PID 제

어 시스템을 개발하고자 한다. 또한, 제안된 적응 제어 시스템의 초기 제어 구간에서 안정한 스타트-업(start-up)을 보장하기 위하여 초기 제어기의 이득을 적절한 이득으로 설정하고, 그 이득의 변화량을 경사 감소법에 의하여 학습하는 방법으로 수정 제안하고자 한다. 제안된 방법들의 유용성을 검증하기 위하여 비선형 직류 모터 시스템의 파라미터 변동에 대하여 속도 제어를 적용하고, 일정이득을 갖는 일반적인 PID 제어기에 비하여 우수한 성능을 보이고자 한다.

II. 적응 PID 제어 시스템

그림 1은 경사 감소법에 의한 적응 PID 제어 시스템의 구조를 나타내었다. PID 제어기 이득의 자동 동조는 제어를 위한 오차항을 사용하여 경사 감소법에 의해 동조하였다.

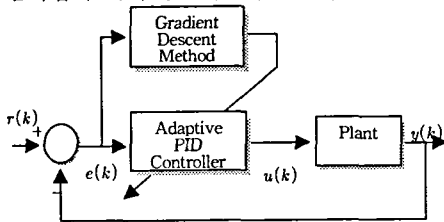


그림 1 적응 PID 제어 시스템

2.1 적응 PID 제어기(I) 설계

본 절에서는 경사 감소법에 의한 적응 PID 제어기(I)을 설계하고자 한다. 일반적인 PID 제어기는 식 (1)과 같이 설계할 수 있다.

$$u(t) = K_1 e(t) + K_2 \int_0^t e(\tau) d\tau + K_3 \dot{e}(t) \quad (1)$$

여기서, 파라미터 K_1 , K_2 , K_3 는 제어기의 비례, 적분, 미분 이득을 나타낸다.

제어 시스템의 비선형성과 시변 특성에 강인한 제어기의 설계를 위하여 PID 제어기의 이득 K_1 , K_2 , K_3 를 자동으로 동조하는 적응 PID 제어기를 설계하고자 한다.

PID 제어기의 자동 동조를 위하여 경사 감소법(gradient descent)을 사용하였다. 목표 입력 값과 플랜트 출력 값의 오차 신호를 사용한 오차 함수를 구성하여, 오차가 최소화되도록 PID 제어기의 이득 K_1 , K_2 , K_3 를 수정하도록 하였다.

오차 함수 $E_p(k)$ 는 식 (2)와 같이 구성하였다.

$$E_p(k) = \frac{1}{2}(r(k) - y(k))^2 = \frac{1}{2}e(k)^2 \quad (2)$$

여기서, $e(k)$ 는 샘플링 시간 k 에서의 오차 신호를 나타낸다.

또한, PID 제어기의 이득 K_1 , K_2 , K_3 의 업데이트를 위한 $\Delta K_1(k)$, $\Delta K_2(k)$, $\Delta K_3(k)$ 은 경사 감소법에 의하여 아래와 같이 정의하고, 이를 연쇄법(chain-rule)을 사용하면 다음과 같다.

$$\Delta K_i(k) = -\zeta \frac{\partial E_p(k)}{\partial K_i(k)} = -\zeta \frac{\partial E_p(k)}{\partial y(k)} \frac{\partial y(k)}{\partial u(k)} \frac{\partial u(k)}{\partial K_i(k)} \quad (3)$$

여기서, $i = 1, 2, 3$, ζ 는 학습률을 나타낸다.

식 (3)의 각 항들을 정리하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial E_p(k)}{\partial y(k)} = -(r(k) - y(k)) = -e(k) \quad (4)$$

그리고 $\frac{\partial y(k)}{\partial u(k)}$ 는 시스템의 자코비안(Jacobian)을 구하는 문제가 되므로, 일반적으로 알 수 없는 값이다. 따라서 수학적으로 근사인 $\frac{\Delta y(k)}{\Delta u(k)}$ 를 사용하였다[7, 13]. 이는 경사 감소학습법의 특성상 크기보다는 이 값이 갖는 부호 값의 정보가 더 중요하다. 따라서 식 (5)와 같이 사용하였다.

$$\frac{\partial y(k)}{\partial u(k)} \approx \frac{\Delta y(k)}{\Delta u(k)} \quad (5)$$

$\Delta y(k) = y(k-1) - y(k-2)$, $\Delta u(k) = u(k-1) - u(k-2)$ 를 사용하였다.

또한, $\frac{\partial u(k)}{\partial K_i(k)}$ 를 구하기 위하여, 식 (1)을 이산 시간 시스템으로 바꾸면 다음과 같다.

$$u(k) = u(k-1) + K_1(e(k) - e(k-1)) + K_2 e(k) + K_3(e(k) - 2e(k-1) + e(k-2))) \quad (6)$$

식 (6)으로부터 $\frac{\partial u(k)}{\partial K_i(k)}$ 는 식 (7)과 같이 구하여진다.

$$\frac{\partial u(k)}{\partial K_1(k)} = (e(k) - e(k-1)) \quad (7)$$

$$\frac{\partial u(k)}{\partial K_2(k)} = e(k)$$

$$\frac{\partial u(k)}{\partial K_3(k)} = (e(k) - 2e(k-1) + e(k-2))$$

이상의 식 (3)~식 (7)로부터 PID 제어기의 이득 자동 동조를 위한 업데이트 식은 경사 감소법에 의하여 다음과 같이 구하여진다.

$$K_i(k+1) = K_i(k) + \Delta K_i(k) \quad (8)$$

여기서, $i = 1, 2, 3$ 이다.

2.2 적응 PID 제어기(II) 설계

PID 제어기 이득은 시스템 성능을 결정하는 중요한 문제로 다루어진다. 따라서 이러한 문제를 적응 PID 제어기(I)은 경사 감소법에 의한 온라인 학습으로 해결하였다. 그러나, 적응 PID 제어기(I)은 다른 적응 제어 기법에서와 같이 시스템에 관한 정보가 없어도 학습이 가능한 장점을 갖으나, 초기 이득값이 결정되지 않거나 '0'으로 설정하여 사용함으로 인하여, 제어 성능에 있어서는 초기 이득에 대하여 매우 민감한 영향을 받을 수도 있다. 따라서 초기 제어 구간에서 안정한 스타트-업을 보장하기 위하여 제어기의 이득을 적절한 이득으로 설정하고, 그 이득의 변화량을 경사 감소법에 의하여 학습하는 방법으로 수정 제안하고자 한다.

따라서, 본 절에서는 경사 감소법에 의한 적응

PID 제어기(II)를 설계하고자 한다. 제어 입력 $u(t)$ 는 다음 식과 같이 설계할 수 있다.

$$u(t) = (K_p + dK_1)e(t) + (K_i + dK_2) \int_0^t e(\tau) d\tau + (K_d + dK_3)\dot{e}(t) \quad (9)$$

여기서, 파라미터 K_p, K_i, K_d 는 PID 제어기의 일정한 비례, 적분, 미분 이득을 나타내고, dK_1, dK_2, dK_3 는 학습하고자 하는 이득의 변화량을 나타내었다. 또한 부귀환 제어 시스템이 되기 위한 조건과 제어 시스템의 안정화를 위한 이득 변화량의 한계값은 아래와 같이 정의할 수 있다.

$$dK_1 > -K_i, \quad dK_2 > -K_p, \quad dK_3 > -K_d \quad (10)$$

따라서, PID 제어기의 이득 변화량 dK_1, dK_2, dK_3 의 업데이트를 위한 $\Delta dK_1(k), \Delta dK_2(k), \Delta dK_3(k)$ 는 연쇄법을 사용하면 다음과 같이 정의하였다.

$$\begin{aligned} \Delta dK_1(k) &= -\zeta_i \frac{\partial E_p(k)}{\partial dK_1(k)} \\ &= -\zeta_i \frac{\partial E_p(k)}{\partial y(k)} \frac{\partial y(k)}{\partial u(k)} \frac{\partial u(k)}{\partial dK_1(k)} \end{aligned} \quad (11)$$

여기서, $i = 1, 2, 3$, ζ_i 는 학습율을 나타낸다.

식 (11)의 $\frac{\partial E_p(k)}{\partial y(k)}$ 와 $\frac{\partial y(k)}{\partial u(k)}$ 는 식 (4), 식(5)의 정의를 그대로 사용하며, $\frac{\partial u(k)}{\partial dK_1(k)}$ 를 구하기 위하여, 먼저 식 (9)를 이산 시간 시스템으로 정리하면 다음과 같다.

$$u(k) = u(k-1) + (K_i + dK_1)(e(k) - e(k-1)) + (K_p + dK_2)e(k) + (K_d + dK_3)(e(k) - 2e(k-1) + e(k-2)) \quad (12)$$

식 (12)로부터 $\frac{\partial u(k)}{\partial dK_1(k)}$ 는 식 (13)과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial u(k)}{\partial dK_1(k)} &= (e(k) - e(k-1)) \\ \frac{\partial u(k)}{\partial dK_2(k)} &= e(k) \\ \frac{\partial u(k)}{\partial dK_3(k)} &= (e(k) - 2e(k-1) + e(k-2)) \end{aligned} \quad (13)$$

적용 PID 제어기 이득의 변화량 dK_i 의 온라인 자동 동조를 위한 업데이트 식은 다음과 같다.

$$dK_i(k+1) = dK_i(k) + \Delta dK_i(k) \quad (14)$$

여기서, $i = 1, 2, 3$ 이다.

III. 제어시스템 구성 및 모의 실험

본 장에서는 적응 PID 제어기(I), (II)에 대하여 비선형 DC 모터 시스템의 속도 제어에 적용하고자 한다. 속도 명령은 주파수 성분을 달리하는 지령과 DC 모터 시스템 파라미터를 변화시킬 경우에 대하여 모의 실험하였다. 제안된 적응 PID 제어기(I), (II)의 성능 평가를 위하여 직류 모터 방정식은 다음과 같다.

$$\tau(t) = K_a = J \frac{d\omega_p(t)}{dt} + D\omega_p(t) + T_L(t) \quad (15)$$

단, 부하토크 $T_L(t)$ 은 다음과 같은 비선형 형

태로 두고, μ 는 상수이다.

$$T_L = \mu \omega_p^2(t) \text{sign}(\omega_p(t)) \quad (16)$$

또한, 모의 실험을 위한 모터의 사양은 $J = 0.068 \text{ Kg m}^2$, $K = 3.475 \text{ Nm A}^{-1}$, $D = 0.03475 \text{ Nm s}$, $\mu = 0.0039 \text{ Nm s}^2$ 이며, 동작 범위는 $-400 < \omega_p(k) < 400 \text{ [rad/sec]}$ 으로 설정하였다.

제안된 적응 PID 제어기의 성능 비교를 위하여, 비교 대상으로 일정이득을 갖는 PID 제어기를 적용하였다. 직류 모터 시스템 제어를 위한 샘플링 시간은 2 (msec) 로 하였으며, 속도 명령은 아래 표 1과 같이 시간에 따라 속도 명령이 변화하도록 설정하였다. 또한 경사 감소법의 학습율 $\zeta_i(i=1, 2, 3)$ 는 0.9로 설정하였다.

Table 1. Velocity Command

시 간	속도명령 $=\omega(k) \text{ [rad/sec]}$
0초~8초	$32 \sin(0.001\pi \times k)$
8초~12초	$32 \sin(0.002\pi \times k)$
12초~14초	$32 \sin(0.004\pi \times k)$

속도 명령에 대하여 일정이득의 PID 제어기의 이득은 여러 번 반복 수행하여 적절한 성능을 나타내는 이득 $K_p = K_i = K_d = 1$ 로 선정하였다. 그림 2는 제안된 속도 명령에 대한 일정이득 PID 제어기의 추적 결과이다. 일정이득의 PID 제어기는 0초에서 8초까지는 적절한 성능을 나타내나, 8초 이후의 속도 명령 주파수 성분이 올라감으로 인하여 속도 명령에 대한 속응성이 떨어져 오차가 크게 남을 알 수 있다.

그림 3은 적응 PID 제어기(II)의 속도 오차 곡선이다. 제어기의 초기 이득은 일정이득을 갖는 PID 제어기의 이득을 사용하였으며, 경사 감소법에 의하여 제어기의 이득이 적응적으로 변화하도록 하였다. 그림의 결과에서 적응 PID 제어기(I)에 비하여 매우 안정된 스타트-업 성능과 빠르게 오차가 줄어들음을 알 수 있었다. 또한 일정이득의 PID 제어기에 비해서도 매우 좋은 특성을 나타내었다. 그림 3-(b) 속도 명령에 대한 PID 제어기 이득들의 변화 추이를 나타내었다. 적응 PID 제어기(I)과 같이 적응적인 이득 변화를 보였다.

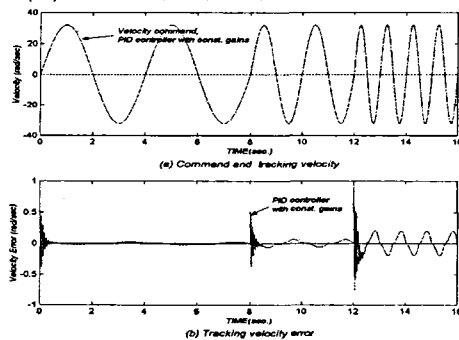


Fig. 2. Tracking velocity and error of PID controller with constant gains

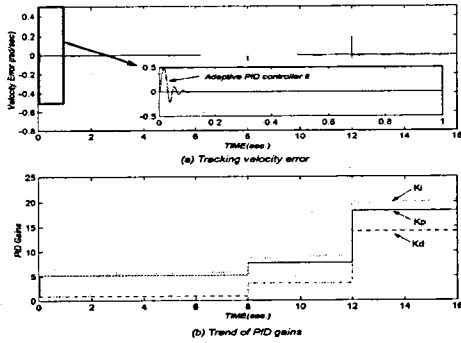


Fig. 3. Tracking velocity errors and gains of the adaptive PID controller(II)

그림 4, 5는 표 2와 같이 제어 시간대 별로 비선형 모터 시스템 파라미터 J, D, μ 를 25% 증가하였을 경우, 일정이득 PID 제어기, 적응 PID 제어기(II)의 추적 오차를 나타내었다.

먼저 그림 4의 결과와 시스템 파라미터가 변동이 없는 그림 5의 결과와 비교하면, 일정 이득 PID 제어기는 시스템 파라미터 변동이 일어나는 4, 8, 10, 12, 14초에서 크게 떨림 현상이 나타남을 알 수 있었다. 또한 14초~16초 사이는 12초~14초에 비하여 크게 오차가 발생함을 알 수 있다. 이것은 일정 이득 PID 제어기가 시스템 파라미터의 변동에 있어서 지령 속도에 대하여 잘 추종하지 못함을 알 수 있다.

그림 5는 적응 PID 제어기(II)의 속도 오차를 도시하였다. 시스템 파라미터가 변동이 일어나는 시간에 있어서 작은 떨림 현상이 나타나나, 짧은 시간에 이득이 적응적으로 변화하여 오차가 줄어들음을 알 수 있다. 따라서 제안된 적응 PID 제어기(II)의 이득값이 시스템 파라미터 변동에 대하여 적응적으로 변화함을 보였다.

Table 2. System parameters variations

시간	0초~4초	4초~8초	8초~10초	10초~12초	12초~14초	14초~16초
J, D, μ	변화없음	25%증가	25%감소	25%증가	25%감소	25%증가

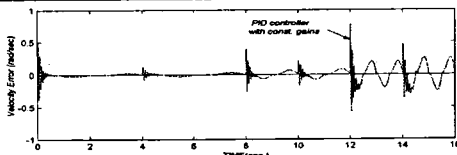


Fig. 4. Tracking velocity errors of PID controller with the constant gains under system parameters variations

[7] Sigeru Omatu and Safaai Deris, "Stabilization of Inverted Pendulum by the Genetic Algorithm," *Proc. of International Conf. in Evolutionary Computation*, pp. 700-705, 1996

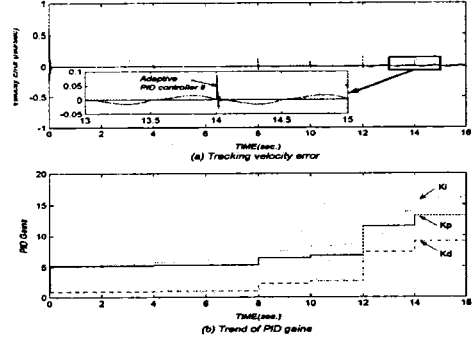


Fig. 5. Tracking velocity errors of the adaptive PID controller(II) with the constant gains under system parameters variations

V. 결론

본 연구에서는 구조가 단순한 PID 제어기의 장점을 살리고, 시스템 파라미터의 변동에 대하여 강인성 성능을 내는 적응 PID 제어 시스템을 제안하였다. 또한, 제안된 적응 PID 제어기(I)이 초기 제어 구간에서 안정한 스타트-업을 보장하기 위하여, 초기 제어기의 이득을 적절한 이득으로 설정하고 그 이득의 변화량을 경사 감소법에 의하여 학습하는 적응 PID 제어기(II)를 수정 제안하였다.

제안된 적응 PID 제어기(II)는 일정이득의 PID 제어기에 비하여 속도 명령의 주파수가 올라가거나, 시스템 파라미터 변동에 대하여 강인한 성능을 보였다. 또한 적응 PID 제어기(I)에 비해서도 초기 제어 구간에서 안정한 성능을 나타내었다.

참고문헌

[1] K. Watanabe, *Adaptive Estimation and Control, Partitioning Approach*, Prentice-hall, 1992

[2] H. P. Huang, M. L. Roan and J. C. Jeng, "On-line Adaptive Tuning for PID Controllers," *IEE Proc. Control Theory Application*, Vol. 149, No. 1, pp. 60-67, 2002.

[3] A. Visioli, "Tuning of PID Ccontrollers with Fuzzy Logic," *IEE Proc. Control Theory Application*, Vol. 148, No. 1, pp. 1-8, 2001.

[4] 황형수, 최정내, 이원혁, "PID 제어기의 On-Line 퍼지 자동동조," *대한전기학회 논문지*, 49D권, 2호 2000.

[5] Sigeru Omatu, Marzuki Khalid and Rubiyah Yusof, *Neuro-Control and Its Application*, Springer, 1996

[6] Yonghong Tan, Xuanju Dang and Achiel Van Cauwenberghhe, "A Neural Network based Nonlinear PID Controller using PID Gradient Training," *Proc. of the 1999 IEEE*