

광선추적방식을 적용한 비구면 렌즈 설계에 관한 연구

김수용*, 박정우(동아대학교 대학원 기계공학과), 서상하(부산기능대학 컴퓨터응용기계설계과), 이승수, 전언찬(동아대학교 기계공학부)

A Study on the Design of Aspherical Lens by using Ray Tracing Method

S. Y. Kim, J. W. Park(Mech. Eng. Dept., DAU), S. H. Seo(Mech. Design Eng., BPC), S. S. Lee, E. C. Jeon(Mech. Eng., DAU)

ABSTRACT

A aspheric lens is one of a key point optical element in the optical industry. The feature of a aspheric lens is not to have the spherical aberration. A aspheric lens is also essential element for high-precision and light-weight in the optical machine. Generally it have been used in a tailor progression an aspheric lens modelling much. In this study we applied a lay back-tracer using a index of refraction to draw a creative aspheric lens. And we executed a comparison experiment for refraction situation of shape and straightness experiment to inspect the drawn aspheric lens in this study.

Key Words : Aspheric Lens(비구면 렌즈), Index of Refraction(굴절률), Aberation(수차)

1. 서론

광학산업은 정밀기계산업 및 디지털 전자산업과 결합된 부가가치가 매우 높은 첨단 기술 산업이다.

현재 디지털 카메라, 캠코더 같은 광학 장비 등이 생활 전반에 급속도로 보급되고 있으며, 광학 부품의 고 정밀화, 소형 경량화 및 고 기능화가 필수적으로 요구되고 있다. 이상의 조건을 만족하는 광학부품중 하나인 비구면 렌즈는 광학 장비의 성능에 중요한 영향을 미치는 핵심 기술이며, 디지털 광학기기 및 복합 OA기기 등과 같이 주변에서 흔히 볼 수 있는 제품에서부터 광 의료기기, 인공위성 카메라 및 반도체 노광기와 같은 첨단 기기에 이르기까지 다양하게 사용되어진다.

일반적으로 많이 사용되는 구면 렌즈는 태생적으로 수차를 포함하고 있으며, 이 수차는 렌즈를 통하여 얻어지는 결상을 불명확하게 하거나 원래의 상을 변형시킴으로써 렌즈의 광학적 특성을 저하시키게 된다. 이러한 구면수차는 초점의 크기를 크게 함으로써 렌즈의 결상 기능을 저해하는 큰 요인으로 알려지고 있으며, 수차를 감소시키기 위한 방법으로 첫째, 수학적 수식에서 가능한 높은 차수의 수식을

적용함으로써 수차를 감소시키는 방법¹⁾, 둘째, 하나의 렌즈에 다양한 굴절률을 가지도록 새로운 재료를 사용하는 방법²⁾, 셋째, 수차보정용 렌즈를 수차를 가지고 있는 렌즈와 동시에 사용함으로써 광학계의 수차를 보정하는 방법³⁾ 등이 사용되고 있다.

그러나 이러한 문제점들은 근본적으로 수차를 제거하는 것이 아니며, 보정의 어려움으로 인해 최근에는 초점 집광 성능을 향상시켜 구면 수차를 제거하고, 복잡한 렌즈 조합을 필요로 하지 않으며 높은 투과율이 얻어지는 등 많은 장점을 지닌 비구면 렌즈의 활용이 높아지고 있는 실정이다. 비구면 렌즈를 사용함으로써 렌즈 모듈과 동일한 효과를 얻을 수 있으며, 렌즈 두께 감소로 인한 광학 장비의 경량화 및 소형화의 효과가 얻어진다. 따라서 비구면 렌즈의 채용은 광학 장비의 소형화, 경량화 그리고 고성능화를 위하여 필수적이다.

비구면 렌즈에 대한 국내 연구는 가공 및 제작에 국한되어 있으며⁴⁾, 설계에 대한 연구는 진부한 실정이다. 비구면 렌즈를 설계하는 방법으로는 수식을 사용하여 직접 곡면을 생성하는 방법과 광선 역추적 방식을 이용하여 구면 수차 보정을 하는 방법 등이 사용된다⁵⁾. 그러나 이러한 수식 전개 및 보정에는

많은 변수들이 작용하고, 이들 변수의 변화에 따라 비구면 렌즈의 정밀도가 크게 달라진다. 또한 비구면 렌즈의 설계는 수많은 수식이 사용되고 있으나 전진국에서의 특허 문제 등으로 인하여 많은 제약을 받고 있는 실정이다.

따라서 본 연구에서는 독창적인 비구면 렌즈를 설계하기 위하여 물질의 굴절률을 이용한 광선 추적 방식을 적용하였다. 이는 광선 역추적방식과 달리 광원의 위치와 입사각을 고정시킬 수 있는 장점을 가진다. 그리고 본 연구에서 설계한 비구면 렌즈를 검증하기 위하여 상의 굴절(refraction)현상 비교실험과 직진성(straightness) 실험을 수행하였다.

2. 비구면렌즈 설계

2.1 Snell's law

Fig. 1에 Snell's law의 원리를 나타내었다. Snell's law는 굴절의 법칙이라고도 한다. 네덜란드의 W. Snell이 1615년 발견했으며, 빛뿐만 아니라 일반 파동에 대해서도 성립하는 법칙이다.

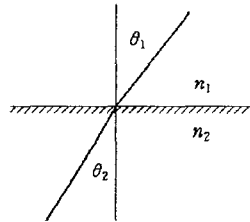


Fig. 1 Principle of Snell's law

파동이 등방성(等方性) 매질에서 다른 등방성 매질로 입사해 굴절할 경우, 입사면(입사파의 방향과 경계면의 법선을 포함하는 면)과 굴절면(굴절파의 방향과 경계면의 법선을 포함하는 면)은 같은 평면 내에 있고, 입사각을 θ_1 , 굴절각을 θ_2 라고 하면

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = n$$

이라는 관계가 성립한다.

이 경우에 n 을 입사면 매질에 대한 굴절면 매질의 굴절률(index of refraction)이라고 하며, 아래와 같이 정의할 수 있다.

$$n \equiv \frac{c}{v_{phase}}$$

여기서 c 는 빛의 속도($c \equiv 2.99792458 \cdot 10^8 m/sec$)이고, v_{phase} 는 매질에서의 속도이다.

따라서, Snell의 법칙은 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$n_1 \cdot \sin \theta_1 = n_2 \cdot \sin \theta_2$$

Fig. 2에 Snell's law를 적용하였을 때 구면 렌즈와 비구면 렌즈의 비교를 나타내었다. 구면 렌즈의 경우 렌즈 축과 평행한 빛들이 광학계를 지난 다음 한 점에 모이지 않는 구면수차를 가지며, 비구면 렌즈는 이러한 구면수차가 존재하지 않음을 나타낸다.

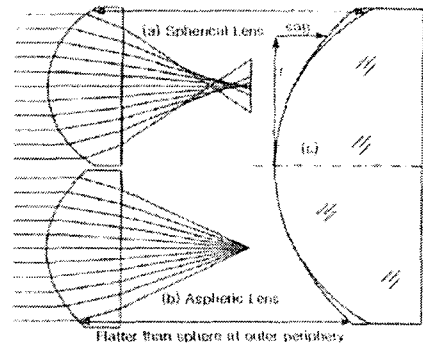


Fig. 2 Comparison of a spherical and an aspherical lens

2.2 광선추적방식(Ray tracing method)

기하광학에서 렌즈의 배열과 상의 위치를 작도하기 위해서 광선추적방식이 적용된다. 이는 초점거리를 알고 있는 렌즈를 이용하여 물체의 크기, 위치가 변할 때 렌즈를 통한 위치와 크기 등을 판단하는 간단한 방법으로서 다음과 같은 간단한 규칙을 가진다.

- 1) 물체를 출발하여 렌즈에 평행하게 입사하는 광선은 렌즈 반대쪽 초점(Focal point)을 지난다.
- 2) 물체를 출발하여 렌즈 입사쪽 초점을 지나는 광선은 렌즈를 통과한 후 광축(Optical axial)과 평행하게 진행한다.
- 3) 물체를 출발하여 렌즈의 중심을 지나는 광선은 굴절하지 않고, 직진한다.

본 연구에서는 기존의 광선추적방식 중 비구면 렌즈 광축(Optical axial)상의 초점을 통과하는 광선은 광축과 평행하게 진행된다는 규칙을 적용하여 비구면 렌즈를 설계하고자 한다.

2.3 비구면 렌즈의 수학적 모델링

Nomenclature

Y axis	: One side surface of the aspherical lens
$F(x)$: The equation for curvature surface of the aspherical lens
$F'(x_1)$: The gradient of tangent line at B point (= dy/dx)
θ_0	: The maximum spread angle of laser seat
θ_1	: The angle of refraction at A point
θ_2	: The angle of incidence for tangent line at B point
θ_3	: The angle of refraction for tangent line at B point
$\tan \theta$: The gradient of a straight line
H	: The distance between a laser seat generator and a center of aspherical lens
t	: The maximum width of the aspherical lens
n_1	: The index of refraction at A point
n_2	: The index of refraction at B point

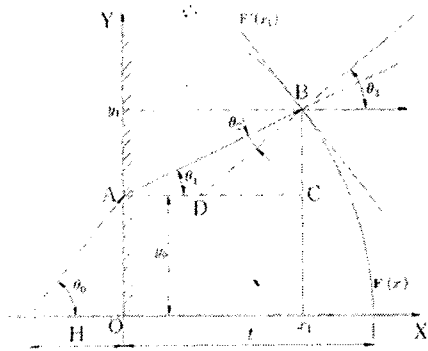


Fig. 3 Schematic diagram of geometric model for the aspherical lens

Fig. 3에서 Y축은 축대칭 렌즈의 한 면이고, θ_0 는 레이저 시트의 최대각이다. 또한, H는 레이저 시트 발진부와 렌즈 중심까지의 거리를 나타내며, 이를 초점거리라 한다. 광선 추적방식에 의해 광축상의 레이저 시트 발생기(generator)에서 생성된 레이저가 렌즈를 통과한 후 축과 평행하게 된다.

Fig. 3의 점 B를 통과하는 접선의 방정식 $F'(x_1)$ 을 구하기 위하여, 먼저 θ_1 , θ_2 , θ_3 를 구해야 한다. A점에서의 굴절률 n_1 에 스넬의 법칙을 적용하면

$$n_1 = \frac{\sin \theta_0}{\sin \theta_1} \quad (1)$$

이다. (공기와 아크릴의 굴절률은 1/0.65 이므로 기저값이다.)

여기서, θ_0 는 처음 조건에서 주어지는 기저값이므로 θ_1 은 다음과 같다:

$$\theta_1 = \sin^{-1} \left(\frac{\sin \theta_0}{n_1} \right) \quad (2)$$

점 A와 B에서의 굴절률은 다음과 같은 관계를 가지고 있다:

$$n_1 = \frac{1}{n_2} \quad (3)$$

그리고 점 B에서의 굴절률 n_2 는 다음과 같이 정의된다:

$$n_2 = \frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_3} \quad (4)$$

\triangle 또한, θ_3 는 동위각으로 $\angle BDC$ 와 같고 $\triangle ABD$ 에 삼각함수의 덧셈공식을 이용하여 정리하면 다음과 같다.

$$\frac{1}{n_2} = \frac{\sin \theta_1}{\tan \theta_2} + \cos \theta_1 \quad (5)$$

식 3)을 식 5)에 대입하면

$$n_1 = \frac{\sin \theta_1}{\tan \theta_2} + \cos \theta_1 \quad (6)$$

이고, 식 9)에서 θ_2 에 대해 정리하면 다음과 같다:

$$\theta_2 = \tan^{-1} \left(\frac{\sin \theta_1}{n_1 - \cos \theta_1} \right) \quad (7)$$

여기서 θ_3 는 식 2)와 식 7)을 이용하여

$$\theta_3 = \theta_1 + \theta_2 \quad (8)$$

과 같이 구할 수 있다. 점 B를 지나는 접선의 방정식은 다음과 같다:

$$y = -\frac{1}{\tan \theta_3} x + C \quad (9)$$

그리고 점 A와 B를 지나는 직선의 방정식을 구하면 다음과 같다. 이때, 직선의 기울기가 $\tan \theta_1$ 이고, y절편이 y_0 이므로

$$y = \tan \theta_1 \cdot x + y_0 \quad (10)$$

이다. 위의 결과에서 비구면의 좌표점은 B점을 지나 는 접선(식 9)과 직선 \overline{AB} 를 지나 는 직선(식 10)과의 교점이다.

그런데, 식 9)의 상수계수를 구할 필요가 있다. 즉, 연속성을 고려하여 θ_0 를 분할하고 우선 (L0)의

초기조건을 사용하여 좌표값을 구한 후 순차적으로 그 결과로부터 비구면 좌표점을 구한다.

따라서, 식 10)의 점선의 방정식은 (x_{old}, y_{old}) 를 지 나고, $-\frac{1}{\tan\theta_1}$ 의 기울기를 가지므로 다음과 같이 새 롭게 정의할 수 있다:

$$(y - y_{old}) = -\frac{1}{\tan\theta_2}(x - x_{old}) \quad (11)$$

여기서 (x_{old}, y_{old}) 는 순차적인 계산에 있어서 기 지값이고, 계산순서에 따라 초기치를 $(t, 0)$ 로 한다. 따라서 식 10)과 식 11)를 연립하여 구하면 비구면의 각 위치 좌표를 다음과 같이 얻을 수 있다:

$$x = \frac{\frac{1}{\tan\theta_3}x_{old} + y_{old} - y_0}{\tan\theta_1 + \frac{1}{\tan\theta_3}} \quad (12)$$

$$y = \tan\theta_1 \cdot x + y_0 \quad (13)$$

2.4 비구면렌즈의 기하학적 모델링

본 연구에서는 위에서 정리된 수식을 바탕으로 비구면의 좌표점을 생성하는 프로그램을 Fortran (power station)으로 완성하였다. Fig. 4에 출력된 결과 를 나타내었으며, 이를 AutoCAD에서 호출하여 모델 링을 수행하였다. 그 결과를 Fig. 5에 나타내었다.

X	Y
0.0000	14.74747
0.0000	14.74747
0.0007	14.74807
0.0015	14.74917
0.0023	14.75087
0.0031	14.75317
0.0039	14.75607
0.0047	14.75957
0.0055	14.76367
0.0063	14.76837
0.0071	14.77367
0.0079	14.77957
0.0087	14.78607
0.0095	14.79317
0.0103	14.80087
0.0111	14.80917
0.0119	14.81807
0.0127	14.82757
0.0135	14.83767
0.0143	14.84837
0.0151	14.85967
0.0159	14.87157
0.0167	14.88407
0.0175	14.89717
0.0183	14.91087
0.0191	14.92517
0.0199	14.94007
0.0207	14.95557
0.0215	14.97167

Fig. 4 Data of modeling for the aspherical lens

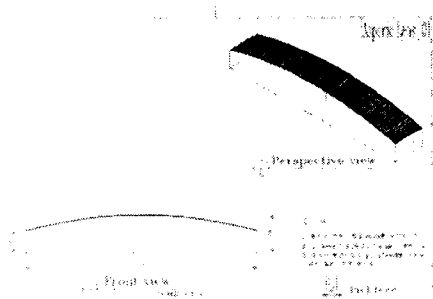


Fig. 5 Drafting of geometric model for the aspherical lens

이때 프로그램에 입력된 값은 초점거리 $H = 1000 \text{ mm}$, $t = 50 \text{ mm}$ 이다. 그리고 Fortran으로 얻어진 데이터를 이용하여 비축대칭 렌즈를 모델링하였다.

3. 비구면렌즈설계의 검증

비구면렌즈의 검증용 위하여 세가지 정도의 방법 이 사용된다. 첫째, 상의 왜곡현상을 체크하는 방법 으로 구면렌즈는 상의 굴절이 발생하나 비구면렌즈 는 상의 굴절이 발생하지 않는다. 둘째, 광원을 고정 한 후 레이저 시트를 비구면렌즈에 통과시켜 광선추 적방식의 조건에 맞는지 여부를 판단하는 방법이다. 셋째, 평행한 레이저 광선을 비구면렌즈에 통과시킨 후 구면수차를 측정하는 방법으로 정밀 측정장치가 필요하다.

본 연구에서는 첫째와 두 번째 방법을 적용하여 설계된 비구면 렌즈를 검증하고자 한다. Fig. 6은 비 구면렌즈와 구면렌즈의 상의 굴절현상을 비교한 사 진이다. 아래에 있는 축대칭 구면렌즈에서 상의 굴 절현상을 확인할 수 있으며, 위에 있는 비축대칭 비 구면렌즈는 전혀 상의 굴절현상이 나타나지 않는다.

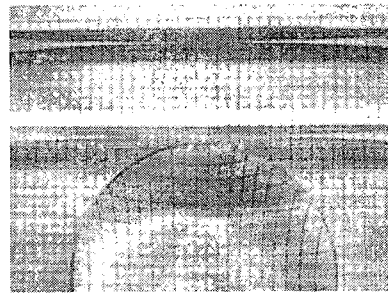


Fig. 6 Photography of refraction experiment

Fig. 7은 비구면렌즈의 직진성 실험의 결과를 나 타내고 있다. 레이저 발생기로부터 1 m 떨어진 지점 과 5 m 떨어진 지점의 레이저 광선 폭을 조사하였으 며, 동일하게 23.5 cm의 폭을 유지하고 있음을 보여 준다.

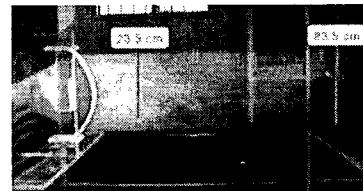


Fig. 7 Photography of experiment result for aspherical lens

4. 결론

광선추적방식을 응용하여 비구면 렌즈를 설계한 후 이를 검증하기 위해 굴절실험과 직진성 실험을 실시하였다. 그 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 광선추적방식에 굴절률을 적용함으로써 다양한 형태의 비구면 형상설계가 가능하다.
2. 굴절률을 적용한 광선추적방식에 의해 설계시 초점거리만으로도 비구면의 형상설계가 가능함을 나타내었다.
3. 굴절률을 적용한 광선추적방식은 기존에 수치 해석적 방법들에 의한 다양한 변수를 줄여준다.
4. 비구면렌즈의 모델링에 엄밀해를 제시함으로써 설계과정을 표준화할 수 있다.

후기

본 연구는 산업자원부 지방기술혁신사업(신소형 제가공정정공정개발연구센터) 지원으로 수행되었습니다.

참고문헌

1. Beamonte, J. I., "Stability of the spherical aberration up to the fifth order in cemented doublets", *Journal of Optics A-pure and Applied Optics* 2, pp. 161-168, 2000.
2. Roman Ilinsky, "Gradient-index meniscus lens free of spherical aberration", *Journal of Optics A-pure and Applied Optics* 2, pp. 449-451, 2000.
3. M öller, K. D., *Optics*, University Science Books, pp. 1-73, 434-464, 2000.
3. K. Park, C. Y. Han, "Flow Simulation and Deformation Analysis for Injection Molded Plastic Lenses using Solid Elements", *Proceeding of Korean Society of Precision Engineering*, pp. 784-787, 2003.
4. W. B. Kim, S. J. Lee, Y. J. Kim, E. S. Lee, "Ultra-precision Polishing Technique for Micro 3 -Dimensional Structures using ER Fluids", *Journal of Korean Society of Precision Engineering*, Vol. 19, No. 12, pp. 134-141, 2002.
5. Jesus Atencia and Manuel Quintanilla, "Ray tracing for holographic optical element recording with non-spherical waves", *Journal of Optics A-pure and Applied Optics* 2, pp. 387-397, 2001.
6. H.S. Kim, K.Y. Park, W.K. Lee, J.U. Jeon, "Design of Spherical Aberration Free Aspherical Lens by Use of Ray Reverse Tracing Method", *Journal of Korean*

Society of Precision Engineering, Vol. 20, No. 10, pp. 191-198, 2003.

7. 조재홍, 장수, 황보창권, 조부진, "광학-4/ed", 두양사, pp. 127-131, 311-335, 2002.