

다축 수준기의 오차분석을 통한 측정 정밀도 향상

이정근(한국전력연구원), 박재준(한양대학교 기계공학과), 조남규(한양대학교 기계정보경영공학부)

Development of accuracy for the statical inclinometer by error analysis

J. K. Lee(KEPRI), J. J. Park, N. G. Cho(Mechanical Eng. Dept., HYU).

ABSTRACT

In this study, we were developed an accuracy of the proposed two dimensional statical inclinometer what used a position sensitive detector (PSD) by an error analysis. The inclinometer consists of a laser source, a mass, an optic-fiber, and a PSD. The gravity direction on a base platform of the inclinometer is changed by an unknown inclination angle. And a laser spot is moved from the origin to another position of a PSD following a variation of an optical path by the gravity. These processes enable the inclinometer to estimate the inclination angle from distance information of the moving spot.

A design methodology on the basis of a sensitivity analysis was applied to improve the measurement performance such as a full measuring range and a resolution. But it still has error factors, so we analyze the uncertainty of the inclinometer to evaluate the systematic errors from alignments, assembly error and so on. The experimental performance evaluation about the design objectives as a measuring range and a resolution was performed. And the validity and the feasibility of the design process were certified by an experimental process. Systematic errors eliminated to improve the accuracy of the inclinometer by the corrected measuring model from the calibration process between the inclination angle and the PSD position instead of the nominal measuring model. The ANOVA(analysis of variance) confirmed the effect of eliminating the systematic errors in the inclinometer.

From these methodologies, the proposed inclinometer was able to measure with a high resolution (35.14sec) and a wide range (from -15° to 15°).

Key Words : inclinometer(수준기), error analysis(오차분석), uncertainty(불확실도), analysis of variance(유의성평가)

1. 서론

수준기는 고밀도물질 속의 저밀도물질이 부력을 갖고 위로 상승하려는 특성과 저밀도물질이 고밀도물질 속에서 고정되어 있기 위해서는 부력이 모든 방향으로 평형을 이루어야 한다는 원리를 이용하여 고안되고 발전된 계측기이다. 건설현장과 토목현장 등에서 건축물의 수평 확인, 고정능 산입기계의 설치, 기계 가공물의 가공정도 확인 등 다양한 목적으로 사용된다. 또한 자동차 등 동적 기구의 자세 제어, 건축물의 안전도감시 등 시스템의 제어와 관리를 위한 계측기로서 사용범위가 확대되고 있으며, 최근에는 MEMS 등 초경량 가공장비와 계측기의 사용이 증가함에 따라 보다 고 분해능의 성능이 요구되고 있다.

수준기는 아날로그 방식인 기포관수준기와 디지털 방식인 전자수준기로 구별된다. 기포관수준기는 수준기의 고안 원리를 사용하는 것으로, 기포 속의 공기 기포가 가운데에 있을 때 수평이 맞았다고 판별을 하는 계측기이다. 일반적으로 2~3개씩 조합하여 경사도를 측정하는데 사용하며, 비교적 저렴하다는 장점을 가지고 있다. 그러나 정확한 측정값을 얻을 수 없고 전자신호 출력이 불가능해 최근 증가하고 있는 시스템의 감시 또는 제어에 사용이 부적합하다는 단점을 가지고 있다. 이러한 단점을 보완하기 위해 다양한 방법의 전자수준기가 제안되었다. 기포관수준기의 기포에 레이저를 주사하여 얻어지는 레이저의 산란을 측정하는 방법¹⁾, 측정봉에 레이저를 반사하여 각도변형을 광저레임으로 측정하는 방법²⁾, 정전용량형 센서를 이용하는 방법³⁾, 이

그네릭 용액을 이용하는 방법뿐, 전기유도를 이용하는 방법도 등이 연구되었으며, LVDT 스트레인게이지 등을 이용한 방법은 이미 상용화 되어 판매되고 있다. 그러나 좁은 측정영역, 복잡한 측정원리, 비싼 가격 등의 문제점을 가지고 있으며, 2차원을 동시에 측정을 위해서는 두 개 이상의 센서를 사용해야 하므로 이 과정에서 오차가 누적되는 문제점이 있다.

이러한 기존 수준기의 단점을 보완하기 위하여 이전의 연구에서는 새로운 정적 다축 수준기를 제안하였다. 본 연구에서는 이 수준기의 정확도를 향상시키고자 오차요인들을 분석하였으며, 이 오차들을 제거했을 때 그 결과의 유의성을 판별하였다.

2. 정적 다축 수준기

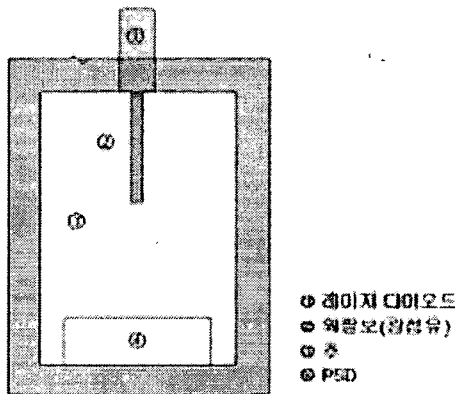


Fig. 1 Scheme of the inclinometer

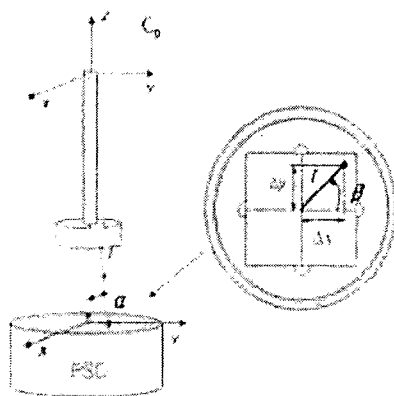


Fig. 2 Measurement principle of the inclinometer

이전의 연구에서 새롭게 제안된 수준기는 Fig. 1과 같이 정심유와 축을 사용하여 변형부를 구성하였고 Position Sensitive Detector(PSD)와 레이저를 이용해 검출부를 구성하였다. 이때 변형부에 레이저

다이오드를 설치 시 발생 가능한 오차들과 가공에서의 어러움을 제거하기 위해 레이저 다이오드는 시스템의 외부에 설치가 되어, 정심유를 사용하여 외부로부터 레이저를 유도하였다.

Fig. 2와 같이 새롭게 제안된 수준기는 외부의 정사각(α)을 상호 독립된 F_x 와 F_y 로 변환시킨 후 이 힘에 의한 광심유의 변형과 이에 따른 광점의 이동변위 Δx 와 Δy 를 PSD에서 검출한다. 이 때 원점과 레이저 광점 사이의 거리를 r 이라 하며, x 축에 대한 r 의 정사각을 β 라 한다. 이 r 과 β 값은 Δx 와 Δy 값으로부터 결정이 되며, r 값에 대한 해석만 수행한다. 또한, 출력은 $(\Delta r, \Delta \beta)$ 로 얻는다.

3. 측정 시스템의 불확도 평가

3.1 오차분석을 위한 시스템 일반화

제안된 수준기는 가공과 조립시에 발생하는 오차와 PSD의 자체오차 등 여러 요인들에 의해 발생하는 오차를 가지게 되는데 불확도 분석을 통하여 이러한 오차 요인들을 분류, 분석하였다. 이 불확도 분석 결과는 실제 측정시스템의 설계 및 구축 시 측정 오차 감소를 위한 지표로서 사용이 가능하다.

제안된 수준기가 갖는 불확도 요인을 크게 기하학적 요인과, PSD 측정 오차에 의한 요인으로 분류하였으며, 수준기 시스템을 일반화하여 나타내면 식 (1)과 같다.

$$\hat{d}_i = f_i(p_i; \hat{q}_j) \quad \begin{matrix} i = 1 \\ j = 1, 2, \dots, 9 \end{matrix} \quad (1)$$

p_i 는 외부의 입력각도, \hat{q}_j 는 시스템의 설계 변수에서의 오차, d_i 는 PSD에서 출력되는 거리의 오차이며, 함수 f_i 는 수준기 시스템이다. 이 식은 \hat{q}_j 의 변동이 작을 때, 테일러 급수 전개로 식 (2)와 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\hat{\Delta d}_i = K \delta p_i + Q \delta \hat{q}_j \quad (2)$$

이 때, $\hat{\Delta d}_i$ 는 PSD에서 검출되는 오차, δp_i 는 외부의 입력각도의 미소변화, $\delta \hat{q}_j$ 는 시스템을 구성하는 9개 인자 값의 변동이다.

이 식을 δp_i 에 대해 정리하면 식 (3)과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \delta p_i &= K^{-1} \hat{\Delta d}_i - K^{-1} Q \delta \hat{q}_j \\ &= K^{-1} \hat{\Delta d}_i - e \delta \hat{q}_j = e_i + e_j \quad (3) \\ (\because e &= K^{-1} Q) \end{aligned}$$

여기서 e_j 는 설계인자 값의 변동으로 인한 오차 요인이며, e_i 는 PSD가 가지는 오차요인이다.

3.2 측정시스템의 기하학적 오차 요인

기하학적 오차는 수준기의 각 요소들이 제작 또는 설치할 때에 발생된 오차요인들이다. 이렇게 수준기에 영향을 미치는 기하학적 오차요인들은 레이저의 부정확한 위치에 의한 오차와 PSD의 부정확한 위치와 자세에서 오는 오차, 제작/조립시에 공차로 인해 발생하는 오차로 구분이 가능하다.

Fig. 3은 레이저의 부정확한 위치에 의한 오차를 보여준다.

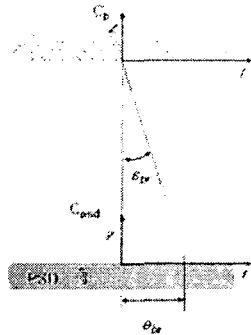


Fig. 3 Error source due to the inaccurate position of laser

이 오차는 Beam으로 사용되는 광섬유가 미리 변형되어있거나 소재의 불균일성, 그리고 추의 편심 또는 Beam과의 연결 시에 발생하는 오차가 그 원인이며, 이 때의 오차는 식 (4)와 같다.

$$e_{br} = (L_b + L_p) \tan \epsilon_{br} \quad (4)$$

이 때, L_b 는 광섬유의 길이, L_p 는 광섬유와 PSD 사이의 거리이다. 또한 ϵ_{br} 이 작다고 가정하면 식 (5)와 같이 나타낼 수 있다.

$$e_{br} = (L_b + L_p) \epsilon_{br} \quad (5)$$

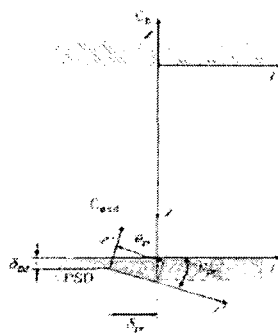


Fig. 4 Error source due to the inaccurate position of PSD

다음으로 PSD의 부정확한 위치와 자세에서 오는 오차는 PSD의 좌표계와 Beam의 좌표계는 L_b+L_p 의 거리를 두고 z축이 일치되어야 하지만, PSD의

원점 위치가 r방향으로 잘못 설치되어 유발되는 오차이다. Fig. 4는 이렇게 발생하는 오차 요인과 오차를 보여주며, 이 때 발생하는 오차 e_p 는 식 (6)과 같다.

$$e_{pr} = \frac{\delta_{pr}}{\cos \epsilon_{pr}} \quad (6)$$

$$e_{pz} = \delta_{pz}$$

마지막 기구학적 오차요인은 설계면수로부터 유발되는 오차이다. 수준기의 제작을 위해 결정하는 각 설계면수는 각 요소의 제작과 조립 공차 등에 의한 치수 및 설치오차가 유입된다. 이 오차 요소들은 Table. 1과 같으며 최대오차량은 각 가공품의 최대허용공차가 된다. 이때 e_m 은 추의 무게공차에 의한 오차, e_R 과 e_F 는 광섬유의 반지름과 광섬유의 돌성치에서 전파되는 오차, e_{Lb} 와 e_{Lp} 는 광섬유의 길이와 광섬유에서 PSD까지의 거리에서 발생하는 오차이다.

Table 1 Errors by manufacturing tolerance

발생원인	발생오차
추 가공 공차에 의한 오차	e_m
광섬유의 제작 공차	e_R, e_F
시스템의 설치시 발생오차	e_{Lb}, e_{Lp}

이렇게 기하학적 요인에 의해서 발생하는 오차는 식 (7)과 같이 표현된다.

$$e_g = \begin{bmatrix} e_{gr} & e_{gz} \end{bmatrix} = \mathbf{e} \cdot \begin{matrix} \delta \mathbf{u} \\ 2 \times 9 \\ 9 \times 2 \end{matrix} \quad (7)$$

여기서 \mathbf{e} 는 측정시스템의 오차가 기구학적 인자들의 변동에 민감한 정도를 나타내는 오차의 민감도 행렬이다. 이 식을 9개 인자의 변동 요인에 대하여 분해하여 다시 쓰면 식 (8)과 같다.

$$e_g = e_1 \delta \bar{u}_1 + e_2 \delta \bar{u}_2 + \dots + e_9 \delta \bar{u}_9$$

$$= \begin{bmatrix} e_{1r} \\ e_{1z} \end{bmatrix} e_{br} + \begin{bmatrix} e_{2r} \\ e_{2z} \end{bmatrix} \delta_{pr} + \begin{bmatrix} e_{3r} \\ e_{3z} \end{bmatrix} \delta_{pz} + \begin{bmatrix} e_{4r} \\ e_{4z} \end{bmatrix} e_{pr} + \begin{bmatrix} e_{5r} \\ e_{5z} \end{bmatrix} e_m$$

$$+ \begin{bmatrix} e_{6r} \\ e_{6z} \end{bmatrix} e_{Lb} + \begin{bmatrix} e_{7r} \\ e_{7z} \end{bmatrix} e_{Lp} + \begin{bmatrix} e_{8r} \\ e_{8z} \end{bmatrix} e_{Lr} + \begin{bmatrix} e_{9r} \\ e_{9z} \end{bmatrix} e_F \quad (8)$$

식 (8)의 e_g 는 유클리디안 놈과 그것의 최대값은 식 (9)와 같은 관계가 성립된다.

$$\|e_x\| \leq \|e_1\|\delta\tilde{u}_1 + \|e_2\|\delta\tilde{u}_2 + \dots + \|e_n\|\delta\tilde{u}_n$$

$$\|e_x\|_{\max} = \|e_1\|\delta\tilde{u}_1 + \|e_2\|\delta\tilde{u}_2 + \dots + \|e_n\|\delta\tilde{u}_n \quad (9)$$

($\because \delta\tilde{u}_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, n$)

이 식 (9)로부터 각각이 기구학적 인자의 변동에 대한 오차민감도 S_{e_j} 는 식 (10)과 같이 정의된다.

$$S_{e_j} = \|e_j\| = \frac{\partial \|e_x\|_{\max}}{\partial \tilde{u}_j} \quad (j = 1, \dots, n) \quad (10)$$

Table 2 Nominal parameters and input errors

Nominal Parameters				
R	E	M	L _b	L _p
0.25mm	10GPa	50g	10mm	15mm
Design tolerance component				
e _R	e _E	e _M	e _{Lb}	e _{Lp}
0.01mm	5GPa	0.5g	0.5mm	0.5mm
Geometrical error component				
e _R	δ _{pr}	δ _{pz}	e _{pr}	
$\frac{1}{2} \left(\frac{1}{120} \right)$	1μm	1μm	$\frac{1}{2} \left(\frac{1}{120} \right)$	

여기서 R은 광섬유의 두께, E는 광섬유의 물성치, m은 추의 무게이다. 이 오차민감도를 이용하여 각각의 기구학적 인자들이 측정오차에 미치는 영향을 정량적으로 평가가 가능하며, 식 (11)의 기하학적 오차 모델에 Table 2의 기구학적 변수들의 공칭값과 변동값을 대입하여 오차민감도를 평가하면 그 결과는 Fig. 5와 같다.

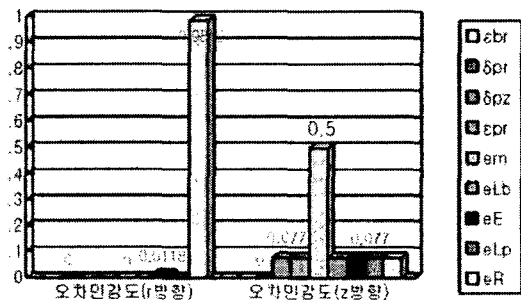


Fig. 5 Error sensitivity

또한 Fig. 5로부터 r방향으로의 오차는 광섬유의 반지름 R에 대한 오차 e_R가 가장 큰 오차요인으로 나타남을 알 수 있으며, z방향으로의 오차는 추의 무게에 대한 오차 e_m가 가장 큰 오차요인인 것을 알 수 있다. 또한 다른 설계요소는 한 수준기의 정

확도에 큰 영향을 미치지 않는 것이 확인된다.

3.3 PSD의 측정 오차 요인

검출기구로서 PSD(Hamamatsu, s-1880)는 자체적인 오차요소를 가지고 있다. 이 요소를 분석함으로써 PSD를 검출기구로 사용하였을 때, 발생하는 오차의 양을 추정하고자 하였다. 이 오차의 양을 추정하기 위하여 ±1.4mm의 영역에서 0.2mm단위로 스테이지를 움직여 나오는 PSD의 출력으로 보았으며 이 때 스테이지의 이동량과 PSD출력의 차이를 PSD가 가진 자체적 오차로 분석하였다. 이렇게 측정된 오차는 자코비안 역행렬에 곱해서 측정시스템에 오차로 전파된다.

$$e_d = K^{-1} \delta \hat{d} = K^{-1} e_{PSD} \quad (11)$$

이 실험결과에서 얻어진 PSD의 감도와 오차는 Table 3과 같으며, PSD의 자체적 오차요인으로 발생하는 오차의 총 양은 식 (12)와 같다.

Table 3 PSD Calibration result

PSD (S-1880)	Sensitivity, [V/mm]	(e _L) _{max} [μm]	(e _R) _{max} [μm]	
PSD	X-axis	0.992	1.582	3.112
	Y-axis	0.995	1.565	3.156

$$e_{PSD} = \sqrt{(e_L)_{\max}^2 + (e_R)_{\max}^2} \quad (12)$$

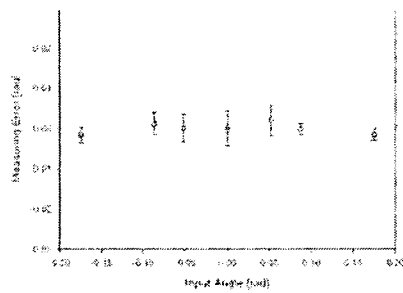
여기서, e_L은 PSD가 자체적으로 가지고 있는 선형오차이고 e_R은 PSD가 가진 반복오차이다. 이렇게 발생된 오차는 식 (12)에 의하여 PSD의 최대오차량을 알 수 있는데, 최대오차량은 x축 방향으로 2.37μm, y축방향으로 3.52 μm임을 알 수 있다. 이렇게 구해진 오차량을 식 (10)에 넣어보면, x축 방향으로 약 0.5°(1.454e⁻⁴rad), y축 방향으로는 약 0.66°(1.939e⁻⁴rad) 정도의 오차를 갖는 것을 알 수 있다.

4. 정밀도 향상 성능시험

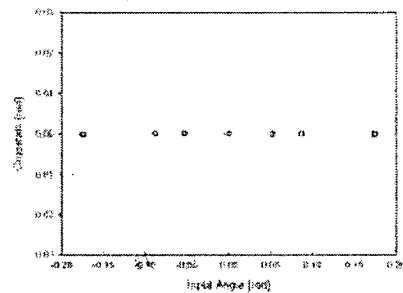
4.1 성능에서의 오차

이전의 연구에서는 제안된 수준기의 성능을 평가하기 위하여 성능시험이 수행되었다. 성능시험의 수행을 위해 Fig. 6과 같은 실험장치가 사용되었다.

실험장치는 10min.의 분해능을 갖는 회전 스테이지를 이용하였다. 이 회전 스테이지를 이용하여 외부의 경사각(α)을 ±180°의 영역에서 줄 수 있도록 하였다. 또한 PSD에서 나온 출력은 신호 전판회로(Signal Process Circuit)을 통해 16bit의 A/D 변환(d-Space, ds-1104)을 한 뒤 전압으로서 PC에 줄



(a) main direction



(b) perpendicular direction

Fig. 16 Systematic Errors after correction

Table 5 Main direction ANOVA table before correction

Factor	Sum of squares	Degree of freedom	Square mean	F_0
Input angle	$4.59e^{-10}$	6	$7.649e^{-11}$	13.386
Error	$8e^{-11}$	14	$5.714e^{-12}$	
Total	$5.39e^{-10}$	20		

Table 6 Perp. direction ANOVA table before correction

Factor	Sum of squares	Degree of freedom	Square mean	F_0
Input angle	$1.19e^{-7}$	6	$1.978e^{-8}$	18.612
Error	$1.49e^{-8}$	14	$1.063e^{-9}$	
Total	$1.34e^{-7}$	20		

Table 7 Main direction ANOVA table after correction

Factor	Sum of squares	Degree of freedom	Square mean	F_0
Input angle	$4.63e^{-11}$	6	$7.723e^{-12}$	1.351
Error	$8e^{-11}$	14	$5.714e^{-12}$	
Total	$1.26e^{-10}$	20		

Table 8 Perp. direction ANOVA table after correction

Factor	Sum of squares	Degree of freedom	Square mean	F_0
Input angle	$9.9e^{-9}$	6	$1.650e^{-9}$	1.552
Error	$1.49e^{-8}$	14	$1.063e^{-9}$	
Total	$2.48e^{-8}$	20		

그리고, Table 7와 Table 8은 $F_0 > F_{0.05}$ (6.14, 0.05)이므로 입력각도에 따른 오차변화가 유의하지 않다는 것을 의미하고, 이는 바이어스오차가 제거되고 랜덤오차의 성분만이 잔존함을 의미한다.

따라서 보정에 의한 바이어스오차 성분의 제거법이 유효함을 확인된다.

4. 결론

본 연구는 이전의 연구를 통하여 제안되었던 다축 정적 수준기의 정밀도를 향상시키고자 수행되었다. 새로운 수준기의 오차요인들이 불확도 분석을 사용하여 분석되었고 각각의 요소들이 수준기 시스템에 미치는 영향을 알아보았다. 이 과정을 통해 새로운 수준기의 오차를 줄일 수 있는 방법에 대한 고찰이 가능하다. 또한, 실험 결과에서 확인된 바이어스오차를 보정과정을 통해 제거하였으며, 그 결과를 ANOVA 테이블을 이용한 분산분석 수행을 통하여 바이어스오차가 성공적으로 제거되었음을 확인하였다. 그리고, 확인된 바이어스오차는 수준기의 입력력 교정을 통하여 보정될 수 있음을 확인하였다.

이런 과정을 통하여 제안된 수준기는 $\pm 15^\circ$ 의 측정범위와 $35.14''(1.703e^{-4} \text{ rad})$ 의 분해능을 가짐을 확인하였다.

참고문헌

1. Roberto R., Sergio R. R., 1997, "An all-refractive optics for tilt sensing," Optics Communications Vol. 137, pp. 6-10
2. Z. Ogorelec, V. Radic, 1989, "A photoelectrical tilt sensor," Sensors and Actuators, Vol. 19, pp. 95-104
3. Jun M., Kay N., Masanori A., Yoshitaka K., Takashi K., 2000, "The study of silicon bulk micromachined angular acceleration sensor," JSME, Review 21, pp. 79-84
4. R. Olaru, C. Cotae, 1997, "Tilt sensor with magnetic liquid," Sensors and Actuators, A 59, pp. 133-135
5. O. Baltag, D. Costandache, A. Calceanu, 2000, "Tilt measurement sensor," Sensors and Actuators, Vol. 81, pp. 336-339
6. Chien-Hung L., Wen-Yuh J., Hau-Wei L., 2004, "Development of a simple test device for spindle error measurement using a position sensitive detector," Measurement science and Technology, Vol. 15, pp. 1733-1741