

## 분위수의 점근적 분산을 이용한 신뢰성 설계

조형진\*, 백석흠\*(이하 동아대학교 기계공학과 대학원), 홍순혁(부경대학교 CAD/CAM Lab.),  
조석수(삼척대학교 자동차공학과), 주원식(동아대학교 기계공학과)

Reliability Design using Asymptotic Variance of Inverse Cumulative Distribution Function

H. J. Cho, S. H. Baek(Mech. Eng. Dept., Dong-A Univ.), S. H. Hong(CAD/CAM Lab., Pukyong National Univ.), S. S. Cho(Vehicle Eng. Dept., Samcheok National Univ.), W. S. Joo(Mech. Eng. Dept., Dong-A Univ.)

### ABSTRACT

System algorithms estimated by deterministic input may occur the error between predicted and actual output. Especially, actual system can't predict the exact outputs due to uncertainty and tolerance of input parameters.

A single output to a set of inputs has a limited value without the variation. Hence, we should consider various scatters caused by the load assessment, material characteristics, stress analysis and manufacturing methods in order to perform the robust design or estimate the reliability of structure. The system design with uncertainty should perform the probabilistic structural optimization with the statistical response and the reliability. This method calculated the probability distributions of the characteristics such as stress by combining stress analysis, response surface methodology and Monte-Carlo method and got the probabilistic sensitivity. The sensitivity of structural response with respect to inconstant design variables was estimated by fracture probability.

Therefore, this paper proposed the probabilistic reliability design method for fracture of uncorved freight end beam and the design criteria by fracture probability.

**Key Words** : Response Surface Method(반응표면법), Latin Hypercube Sampling(Latin Hypercube 샘플링), Pearson & Spearman Correlation Coefficient(Pearson & Spearman 상관계수), Uncertain Random Variable(불확실한 확률변수), Probabilistic Sensitivity(확률적 민감도)

### 1. 서론

현재까지 개발되어온 전체 최적화 알고리즘은 통계적 요소가 포함되어 있는가의 유무에 따라 크게 결정론적 방법(deterministic method)과 통계학적 방법(stochastic method)의 두 가지로 나눌 수 있다. 통계학적 방법은 설계변수와 시스템 파라미터의 변동이 목적함수와 제약조건에 미치는 영향을 고려한다는 점에서 결정론적 방법과 차이가 있다.

결정적인 알고리즘과 입력정보의 사용은 평가된 해석과 실제 시스템 값과의 차이로 잘못된 결론을 이끌어지기도 모른다. 실제 시스템은 대부분 각각의 입력 매개변수들(input parameters)과 관계된 넓은 공차 영역(tolerance band)을 가지고 있어서 입력정보로 하나의 단일한 값을 할당하는 것이 어렵다. 단일 입력

에 대한 한가지 해는 변동의 이해없이 제한된 값이라는 것을 인식할 필요가 있는데 대개 결정론적 설계는 형상과 관련된 치수변동, 항복강도나 부재의 밀도, 탄성계수와 같은 재료 물성치의 불확실성(uncertainty)과 시스템에 작용하는 하중의 변동 등을 직접 고려하지 않고 설계를 수행하기 때문에 수용할 수 있는 오차의 범위 안에서 시스템의 응답을 정확히 평가하기가 쉽지 않았다.

따라서 실제 구조물의 강건설계(robust design)와 관련된 공학설계 문제에서는 해석모델의 설계변수(design variable)와 시스템 인자(system parameter)들이 유한요소 모델과 실제와의 중대한 차이가 고려되어야 한다. 한편 이러한 입력 매개변수의 불확실성은 목적함수의 성능이 급격한 변동을 초래할 수 있고 할당된 제약조건의 경계면에 있게 되면 제작사 나

타나는 변동이 공차내에 있다 하더라도 구조의 안전성과 신뢰성에 문제가 생길 수 있다.<sup>1</sup> 설계의 시스템 정보는 설계자의 사양과 제조공정 또는 시스템의 능력 사이에서 공차를 가지고 서로 상호작용을 하고 있기 때문에 결정론적 방법보다는 통계적인 문제로 다루어야 한다.

일반적으로 통계에 기반한 확률적 방법들(probabilistic methods)은 다음 질문들에 답하기 위해 사용될 수 있다.<sup>2</sup>

(1) 모델의 거동을 묘사하는 입력정보들의 산포는 얼마나 큰가?

(2) 모델의 수행기준이 더 이상 만족되지 않을 확률은?

(3) 신뢰할 만한 설계와 향상된 품질을 얻기 위해 나열된 필요가 있는 입력 매개변수들은 무엇인가? 이러한 이해들은 해석결과를 개선하고 제조공정에서 품질관리자 및 일부로서 수행되어 질 수 있는 수단들을 정량적으로 명시할 수 있다.

본 연구는 불확실성에 대한 통계적 정보를 반영하는 구조응답에 대한 확률적 반응표면근사식(response surface approximation)을 작성하고 몬테카를로 시뮬레이션(Monte carlo simulation)을 이용해 구조물의 확률적 민감도(probabilistic sensitivity)를 제시할 수 있는 방법을 제안하였다. 적용대상은 현재 철도 차량의 무개회차(uncorved freight) 중 일부 구간에서 대차의 엔드빔(end beam)의 균열에 따른 피로파손 문제이며 적용사례를 통해 그 유효성을 검토하였다.

## 2. 반응표면법에 기반한 확률적 민감도 방법

본 연구에서 제안하는 확률적 민감도 방법 크게 나누어 STEP1 전산실험계획(design and analysis of computer experiments)의 수행, STEP2 비선형 변환 함수(non-linear transformation functions)<sup>3</sup>를 이용한 반응표면근사식의 작성 및 분산분석(analysis of variance), STEP3 구조응답 확률분석 및 파손조건 산출의 3가지 순서로 구성되며 그 과정은 Fig. 1에 나타내었다.

### 2.1 불확실한 변동을 위한 반응표면법

불확실한 변동의 반응표면모델을 위해 비선형 변환함수의 개념을 이용한다. 또한 유용한 예측변수들의 조합을 찾기 위해 변수들에 전방 단계별 회귀(forward stepwise regression)에 대한 부분 F-검정(partial F-test)<sup>4,5</sup>을 사용하였다.

### 2.2 몬테카를로 시뮬레이션

몬테카를로 방법은 요구된 확률적 분포를 통계학적으로 추정하기 위해 직접 결과값의 분포 또는 그

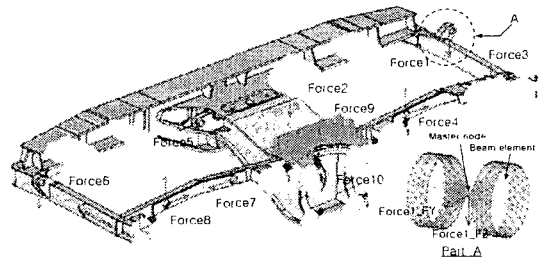


Fig. 2 Model geometry and random input variable

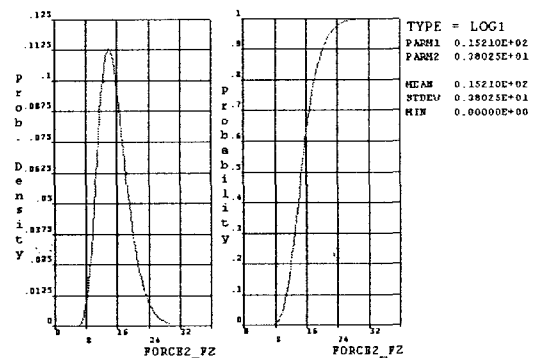


Fig. 3 PDF and CDF of random parameter

특성치를 추정하는 방법과 DACE 방법과 따라 반응표면식을 추정하고 추정된 함수식을 이용하여 결과값의 분포를 추정하는 방법으로 나눌 수 있다. 전자의 방법은 정확한 문제에 대한 근사적 해임에 반해 후자의 방법은 근사적 문제에 대한 정확한 해를 얻을 수 있는데 두 방법 모두 효율적인 표본추출방법의 사용이 필수적인 전제가 된다. 본 연구에서는 McKay 등<sup>6</sup>이 제안하는 Latin hypercube 샘플링 기법(latin hypercube sampling technique)을 이용한다.

여기서 Latin hypercube의 샘플점을 생성하는 과정은 표본공간  $S$ 의 모든 범위에서 표본이 추출되도록 각 확률변수  $X_k$ 의 범위를  $1/N$ 의 확률을 갖는  $N$ 개의 구간으로 나눈 다음 각 구간에서 하나씩 추출하되 전체  $N^k$ 의 각 확률변수 구간이 서로 중복되지 않게  $N$ 개가 추출되도록 하는 방법이다.

## 3. 분위수의 점근적 분산을 이용한 신뢰성 설계

### 3.1 적용대상

철도차량의 대차와 차체의 주요 부품은 25년 이상 사용이 가능하도록 요구되고 있으나 연화에 따른 주요부품의 노화와 구조물 자체의 비경화성으로 인해 설계사양을 만족시키지 못할 불확실성이 있을 때 그 사양을 만족하기 위한 추가적인 정보를 필요로 한다.

Table 1 Uncertain system parameters

No.	System parameter	Distribution type	Value		COV* (%)
			Mean (N)	Std. deviation	
1	-Force1 Fz	Lognormal	414	103.565	0.25
2	-Force1 Fy	Lognormal	1525	381.25	0.25
3	-Force2 Fz	Lognormal	15.21	3.8025	0.25
4	Force2 Fy	Lognormal	55.21	13.8025	0.25
5	Force3 Fz	Lognormal	400	100	0.25
6	-Force3 Fy	Lognormal	5440	1360	0.25
7	Force4 Fz	Lognormal	200	50	0.25
8	Force4 Fy	Lognormal	2720	680	0.25
9	-Force5 Fz	Lognormal	414.26	62.139	0.15
10	-Force5 Fy	Lognormal	15.25	2.2875	0.15
11	Force6 Fz	Lognormal	15.21	2.2815	0.15
12	Force6 Fy	Lognormal	55.21	8.2815	0.15
13	-Force7 Fz	Lognormal	200	30	0.15
14	Force7 Fy	Lognormal	2720	408	0.15
15	Force8 Fz	Lognormal	200	30	0.15
16	Force8 Fy	Lognormal	2720	408	0.15
17	Force9 W	Lognormal	1.95	0.0975	0.05
18	Force10 Fb	Lognormal	5286	792.9	0.15
19	Force11 Rl	Lognormal	7047	1057.05	0.15
20	Force11 A	Lognormal	29.4	7.35	0.25
21	Density	Uniform	7850E-12	0.3E8-1.1E8	0.5~1.5
22	E fram	Gaussian	213E3	10650	0.05
23	E weld	Gaussian	268E3	67000	0.25

\* : Coefficients of variation

Table 2 Specifications for response surface method analysis and design of experiment levels

Design method	No. samples	Value type				
		Level1	Level2	Level3	Level4	Level5
CCD	45	Prob. 0.5%	Prob. 5%	Prob. 50%	Prob. 95%	Prob. 99.5%

특히 국내에 운행중인 무개화차는 빈번한 기동과 정지 및 부하변동을 받는 열악한 사용조건에 운전되고 손상을 받고있어 운행중의 돌발적인 파손사고에 대응하는 합리적인 민감도 예측이 필요하다.

Fig. 2는 무개화차의 대차 프레임의 해석모델과 시스템 인자인 입력 확률 변수를 나타낸다. 시스템 인자의 확률분포와 조건은 Fig. 3과 Table 1에 나타내었다. 해석조건은 선행연구<sup>6)</sup>의 결과를 참고하기 위하여 일련의 구조해석은 ANSYS Ver 7.1을 이용하였다.

3.2 확률적 반응표면근사식의 작성

파손된 부분의 평가 추정식은 DACE 과정을 기

초로 중심합성계획법에 따라 실험을 하고 해석된 시스템 인자들 간의 2차 반응표면근사식을 작성하였다. 여기서 전절에 언급한 부분 F-검정은 개별적 회귀항의 중요성을 결정하기 위해서 사용되어 지며 이때의 결과는 식 (1)과 같다.

$$Y = |JL_{critkamsbess}| = 29.213 + 6.991X_1 - 0.174X_1^2 - 1.216X_2 + 0.644E-1X_2^2 + 0.142X_3 - 0.117X_5 + 1.329X_6 - 0.320X_1X_2 - 0.205E-1X_1X_3 - 0.812E-1X_1X_5 + 0.439X_1X_6 + 0.149E-1X_2X_5 - 0.758E-1X_2X_6 \quad (1)$$

3.3 Latin Hypercube 샘플링을 이용한 신뢰성 설계

구조물의 성공적인 강건설계를 위해서 중요한 점은 구조물에서 실제로 발생 가능한 불확실성을 설계 단계에서 파악하여 모델링하는 것이다. 운행중인 무개화차의 거동은 적재상태와 선로환경에 따라 많은 불확실한 요인들로 인하여 시스템의 성능에 영향을 주게 되는데 이를 체계적으로 고려할 필요가 있다. 불확실한 시스템 인자는 제동하중과 화차의 운행가속도, 적재하중 및 재료 물성치이다. DACE에 의해 결정된 근사적 모델식에 대하여 Latin hypercube 샘플링을 이용하여 측정불확도를 평가함으로써 근사 모델식의 성질과 시스템 인자의 확률적 민감도의 상관관계를 제안하였다.

이 과정에 비모수적 방법(non parametric approach)을 적용한다. 이는 모집단에 대하여 구체적인 분포 함수를 가정하는 것이 무리라고 판단될 경우 모집단 간의 분포에 대한 가정을 줄이는 것이 오류의 가능성을 줄이고, 때로는 검정의 효율을 높일 수 있다.

따라서 본 논문의 확률적 민감도의 상관관계는 Sheskin에 의한 스피어만 순위 상관계수(spearman rank-order correlation coefficient)<sup>7)</sup>를 이용하였다.

스피어만 순위 상관계수는 (X<sub>1</sub>, Y<sub>1</sub>)...(X<sub>n</sub>, Y<sub>n</sub>)으로 주어진 이변량 자료의 피어슨 상관계수를 각각의 순위인 R<sub>i</sub>, S<sub>i</sub>를 사용하여 적용시키는 방법으로 다음과 같은 식 (2)에 의해 정의된다.

$$r_s = \frac{\sum_i (R_i - \bar{R})(S_i - \bar{S})}{\sqrt{\sum_i (R_i - \bar{R})^2} \sqrt{\sum_i (S_i - \bar{S})^2}} \quad (2)$$

Where: R<sub>i</sub>=rank of X<sub>i</sub> within the set of observations

$$[X_1 X_2 \dots X_n]^T$$

S<sub>i</sub>=rank of Y<sub>i</sub> within the set of observations

$$[Y_1 Y_2 \dots Y_n]^T$$

$\bar{R}, \bar{S}$ =average ranks of a R<sub>i</sub> and S<sub>i</sub> respectively

Fig. 4은 시스템 인자에 대한 엔드림의 응력분포

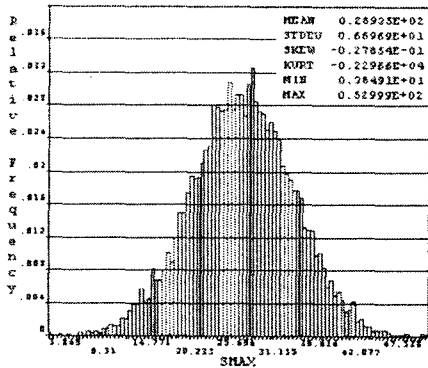


Fig. 4 Histogram of output parameters stress

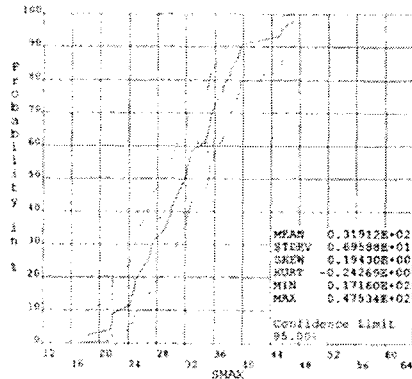


Fig. 5 Cumulative distribution function of output parameter stress

로 입력 매개변수의 산포 때문에 출력 매개변수에서 유도된 산포의 크기를 나타낸다. 또한 Fig. 5는 파손된 엔드빔의 고장확률로 누적분포함수(cumulative distribution function)를 나타낸다. 가운데 검은 선은 응력이 특정한 한계값보다 낮은 상태로 있을 확률이다. 그림의 위 아래 곡선들은 확률결과들의 정확도를 정량화한다.

Fig. 6은 상관관계에 기반한 확률적 민감도를 평가한 결과로서 잦은 용접으로 인한 엔드빔의 재료물성의 변화의 차이가 응력집중 분포의 가장 큰 원인이라는 것을 추정할 수가 있다. 이는 입력변수들이 23개에서 3개로 줄어 분체의 복잡성을 감소시키고 필요한 항목들의 변화가 가장 효율적인 방법으로 되어지는 것을 보증한다. 따라서 설계가 만족스럽다면 엔드빔의 강도보완보다는 용접된 부위의 어닐링(annealing) 과정이 생산 비용이나 품질의 희생 없이 품질향상에 증가시킨다.

#### 4. 결론

본 연구는 설계에 내재해 있는 불확실성에 대한

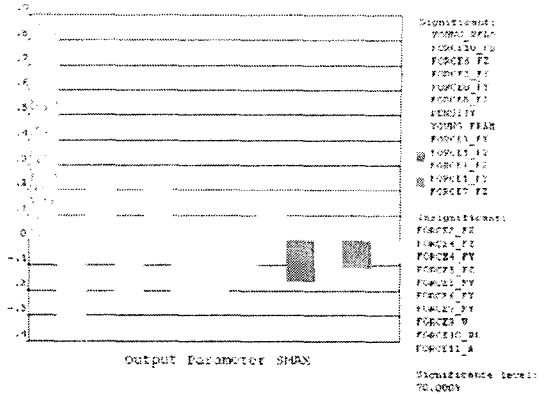


Fig. 6 Evaluation of the probabilistic sensitivities is based on the correlation coefficients

구조응답의 확률적 반응표면근사식을 이용해 확률적 민감도를 제안하고 효율적으로 구조응답의 확률분포나 제품의 신뢰도를 산출하는 방법을 제시하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 제안된 확률적 민감도는 현실조건에서 무게화차의 거동을 더 잘 이해하고 품질향상과 보수비용 절감을 위한 조치들을 효율적으로 이끌어내는데 유용하였다.

(2) 일반 기계 구조물은 주로 구조물의 강성을 위한 설계를 지향하난 철도차량의 무게화차와 같은 제작할 수 있는 형상이 다소 제한적이거나 다양하지 못할 때는 기능설계가 일차로 중요하며 이는 구조물의 기계적 특성과 상관이 높다.

#### 참고문헌

- Sheskin, D. J., Handbook of Parametric and Nonparametric Statistical Procedures, CRC Press Inc., Florida, 1997.
- Neter, J., Kutner, M. H., Nachtsheim, C. J., Wasserman, W., "Applied Linear Statistical Models, 4th edition." McGraw-Hill, Sheskin, 1996.